

Erarbeitung eines Leitungsmodells zur Berechnung der Leitungsparameter unter Berücksichtigung der endlichen Leitungslänge und Mastausbreitungswiderständen an den Erdungspunkten

Thanh Binh NGUYEN*, Carlo LIEBERMANN, Peter SCHEGNER

TU Dresden, Institut für Elektrische Energieversorgung und Hochspannungstechnik (IEEH),
Professur für Elektroenergieversorgung, Mommsenstraße 10, 01069 Dresden,
{Thanh_Binh.Nguyen, Carlo.Liebermann, Peter.Schegner}@tu-dresden.de,
www.tu-dresden.de/etieeh

Kurzfassung: Bei Freileitungen wird der Einfluss von Erdseilen häufig unter der Annahme einer ideal leitenden Verbindung zur Modellerde im Leitungsmodell berücksichtigt. Darüber hinaus werden zur Berechnung der induktiven Verkopplung konventionell unendlich lange Leiter-Erde-Schleifen betrachtet. Der Ansatz geht dabei von einem in Leitungsrichtung homogenen Feldbild aus. Abweichungen von diesem Ansatz treten zum Beispiel am Leitungsanfang und -ende sowie in der Nähe von Verdrillungsmasten auf, da in diesen Bereichen kein homogenes Feld zu erwarten ist. Ebenfalls können Erd- und LWL-Seile nicht als unendlich lang angenommen werden, da durch die spannfeldweise Erdung Ausgleichsströme in jedem Spannfeld auftreten, sodass auch hier der Ansatz eines homogenen Feldbildes nicht erfüllt ist. Mit dem Hertz'schen Dipolansatz wird ein komplexer Integralausdruck zur Berechnung der Impedanz von Leitern beliebiger Länge erarbeitet. Dieser lässt sich bei endlicher Leiterlänge nicht in einer geschlossenen Form darstellen, weshalb numerische Methoden zum Einsatz kommen. Um den numerischen Rechenaufwand zu reduzieren, wird der Integralausdruck mithilfe der Image-Theorie approximiert, was die Berechnung für praxisnahe Anordnungen ermöglicht. Mit den Ergebnissen wird ein Leitungsmodell aufgebaut und in MATLAB implementiert, welches es möglich macht, die Leitungsparameter und speziell die Nullimpedanz unter Berücksichtigung verschiedener Einflussparameter zu berechnen. Das Modell wurde sowohl mit einer fiktiven als auch mit einer realen Leitung validiert. Anhand des entwickelten Modells werden Parameterstudien durchgeführt, um signifikante Einflussfaktoren auf die Nullimpedanz zu identifizieren.

Keywords: Freileitung, Leitungsmodell, Leitungsparameter, Erdung, Erdseil, LWL, Hertz'scher Dipol, Seilstrom, Maststrom, Nullimpedanz

1 Einleitung

1.1 Motivation

Die voranschreitende Energiewende und die notwendige Integration erneuerbarer Energien erfordern allgemein einen Ausbau des Übertragungsnetzes, was zu komplexen Leitungsstrukturen führt. Die Berechnung der Leitungsparameter zur Modellierung der Freileitungen ist ein wichtiger Schritt bei der Projektierung, um Kenntnisse über das Übertragungsverhalten zu erlangen und den sicheren Betrieb zu gewährleisten.

Zur Berechnung der Leitungsparameter ist ein präzises Leitungsmodell entscheidend, welches vom gewählten Ersatzschaltbild und Berechnungsansatz abhängt.

1.2 Problemstellung und Stand der Technik

Bei der Berechnung der Leitungsparameter wird üblicherweise davon ausgegangen, dass die Erdverbindung an jedem Mast vernachlässigt wird (siehe Abbildung 1).

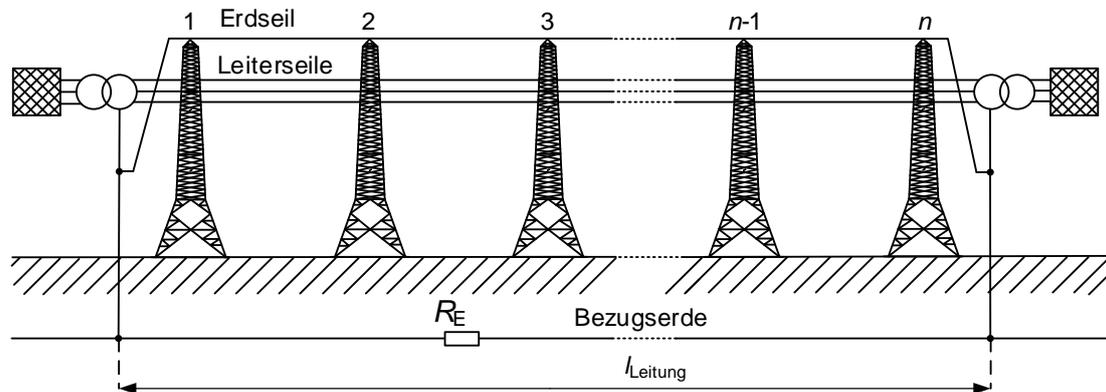


Abbildung 1: Konventionelle Modellierung der Freileitung (Beispiel für Einfachleitung mit einem Erdseil)

Darüber hinaus werden die Erdseile als unendlich lang angesehen, obwohl sie aufgrund der spannungsfeldweise Erdung eine endliche Länge haben. Diese Annahme erleichtert die Modellierung und die Verwendung der Ergebnisse von Carson [1] und Pollaczek [2] zur Berechnung der Selbst- und Koppelimpedanz der Freileitungsseile.

Um die Freileitung so realitätsnah zu modellieren, wird das Freileitungsmodell benötigt, welches die Widerstände zwischen Erdseilen und dem Erdreich sowie die endliche Länge der Erdseile mit berücksichtigt (siehe Abbildung 2).

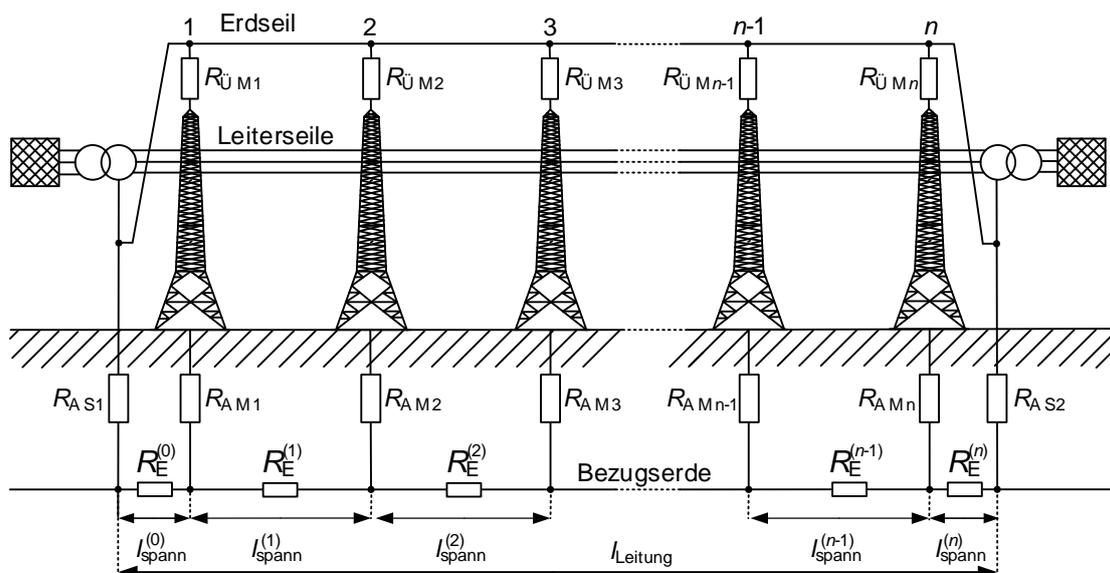


Abbildung 2: Realistische Modellierung der Freileitung (Beispiel für Einfachleitung mit einem Erdseil)

1.3 Struktur der Arbeit

Kapitel 2 beinhaltet die Grundlagen der der Impedanzberechnung unter Berücksichtigung der Leitungslänge nach dem Hertz'schen Dipolansatz. Es werden Möglichkeiten aufgezeigt, wie der Rechenaufwand bei Verwendung der gewonnenen Formeln zur Impedanzberechnung zu verringert werden kann. Kapitel 3 beschreibt den Aufbau des Leitungsmodells zur Anwendung der Ergebnisse aus Kapitel 2. Darauf aufbauend behandelt Kapitel 4 die Validierung des Freileitungsmodells. Abschließend wird das Modell in Kapitel 5 für eine Parameterstudie genutzt, um verschiedene Einflussfaktoren auf die Nullimpedanz zu identifizieren.

2 Impedanzberechnung bei Freileitung

Um Verkopplungen zwischen den Leitern unter Berücksichtigung der Leiterlänge zu bestimmen, kann der Hertz'sche Dipolansatz verwendet werden [3] [4] [5]. Die Entwicklungs- und Herleitungsschritte werden im Folgenden vorgestellt.

2.1 Allgemeiner Berechnungsansatz

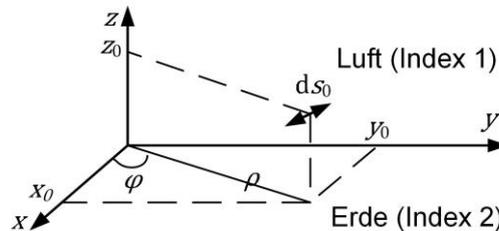


Abbildung 3: Horizontaler Dipol in x-Richtung

Betrachtet wird ein infinitesimales Stromelement (Dipol) der Länge ds_0 (siehe Abbildung 3), durch das ein Wechselstrom mit komplexer Amplitude \underline{I} und Kreisfrequenz ω fließt. Es wird angenommen, dass der Boden homogen ist und einen spezifischen Erdwiderstand ρ_E aufweist. Der Hertz'sche Vektor $\underline{\pi}$ eines Hertz'schen Dipols erfüllt die Wellengleichung in kartesischen und Zylinderkoordinaten [3]:

$$\Delta \underline{\pi} - \underline{\gamma}^2 \underline{\pi} = 0$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial \underline{\pi}}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \underline{\pi}}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 \underline{\pi}}{\partial z^2} - \underline{\gamma}^2 \underline{\pi} = 0. \quad (1)$$

Dabei ist $\underline{\gamma} = \sqrt{j\omega\kappa\mu - \omega^2\mu\epsilon}$ die komplexe Ausbreitungskonstante für ebene elektromagnetische Wellen. κ , μ , und ϵ sind die Leitfähigkeit, Permeabilität bzw. Permittivität des entsprechenden Mediums. Die elektrische Feldstärke \underline{E} lässt sich durch den Hertz'schen Vektor $\underline{\pi}$ ausdrücken:

$$\underline{E} = -\underline{\gamma}^2 \underline{\pi} + \text{grad div } \underline{\pi}. \quad (2)$$

Die Herleitung der Feldkomponenten des Hertz'schen Vektors (in x-, y- und z-Richtung) in Luft und Erde (jeweils mit den Indizes 1 und 2) kann aus [4] und [5] entnommen werden. Die Komponenten der elektrischen Feldstärke eines Dipols können nach Gl. (2) bestimmt werden

$$\underline{E}_{1x} = -\underline{\gamma}_1^2 \int_0^\infty (M_{1x}e^{\alpha_1 z} + N_{1x}e^{-\alpha_1 z}) \cdot \mathbf{J}_0(\rho v) dv + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \int_0^\infty \left(M_{1x}e^{\alpha_1 z} + N_{1x}e^{-\alpha_1 z} + \frac{\alpha_1}{v} N_{1z}e^{-\alpha_1 z} \right) \cdot \mathbf{J}_0(\rho v) dv \quad (3)$$

$$\underline{E}_{1y} = \frac{\partial^2}{\partial y \partial x} \int_0^\infty \left(M_{1x}e^{\alpha_1 z} + N_{1x}e^{-\alpha_1 z} + \frac{\alpha_1}{v} N_{1z}e^{-\alpha_1 z} \right) \cdot \mathbf{J}_0(\rho v) dv. \quad (4)$$

2.2 Bestimmung der äußeren Impedanz

Der feldemittierende Leiter wird durch die Aneinanderreihung von infinitesimalen Dipolen nach Abschnitt 2.1 nachgebildet. Abbildung 4 stellt den feldemittierenden Leiter (von x_{01} bis x_{02}) und den beeinflussten Leiter (von x_1 bis x_2) dar. Die Leiter werden als Linien angenommen werden und befinden sich auf der Erdoberfläche.

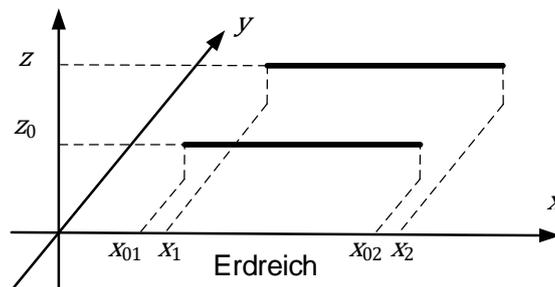


Abbildung 4: Linienleitermodell zur Berechnung der Impedanz zwischen zwei über der Erdoberfläche verlegten Leitern endlicher Länge mit gemeinsamer Erdrückleitung

Mit den in Gln. (3) und (4) angegebenen elektrischen Feldkomponenten lässt sich die Koppelimpedanz $\underline{Z}_{\text{Koppel}}$ zwischen zwei Leitern durch einen Integralausdruck bestimmen, wobei das Induktionsgesetz berücksichtigt und das Stoke'sche Gesetz angewendet wird:

$$\underline{\tilde{Z}}_{\text{Koppel}} = \frac{j\omega\mu}{4\pi} \int_{x_1}^{x_2} \int_{x_{01}}^{x_{02}} \int_0^\infty \left[\frac{v}{\alpha_1} \cdot e^{-\alpha_1(z_0-z)} \mathbf{J}_0(\rho v) dv + \frac{v}{\alpha_1} \cdot \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2} \cdot e^{-\alpha_1(z_0+z)} \mathbf{J}_0(\rho v) dv \right] dx_0 dx. \quad (5)$$

Dabei sind $\alpha_1 = \sqrt{v^2 + \underline{\gamma}_1} = v$ und $\alpha_2 = \sqrt{v^2 + \underline{\gamma}_2}$ [4] [5].

2.2.1 Leiter unendlicher Länge

Für den speziellen Fall, dass beide Leiter unendlich lang (Symbol ∞) und parallel auf der Erdoberfläche verlegt sind, liefert Gl. (5) eine geschlossene Lösung für den Koppelimpedanzbelag zwischen zwei in Abstand a befindlichen parallelen Leitern [3] [6]:

$$\begin{aligned} \underline{Z}'_{\text{Koppel}} &= \frac{j\omega\mu}{2\pi} \left[\ln \frac{\sqrt{a^2 + (z_0 + z)^2}}{\sqrt{a^2 + (z_0 - z)^2}} - \frac{2}{\underline{\gamma}_2^2} \cdot \frac{[(z_0 + z)^2 - a^2]}{[(z_0 + z)^2 + a^2]} \right] \\ &+ \frac{\pi}{2\underline{\gamma}_2(z_0 + z - ja)} \left[\mathbf{H}_1 \left(\underline{\gamma}_2(z_0 + z - ja) \right) - \mathbf{Y}_1(\underline{\gamma}_2(z_0 + z - ja)) \right] \\ &+ \frac{\pi}{2\underline{\gamma}_2(z_0 + z + ja)} \left[\mathbf{H}_1 \left(\underline{\gamma}_2(z_0 + z + ja) \right) - \mathbf{Y}_1(\underline{\gamma}_2(z_0 + z + ja)) \right]. \end{aligned} \quad (6)$$

Für den äußeren Selbstimpedanzbelag wird das eigene elektrische Feld des feldemittierenden Leiters entlang der Kante des Leiters integriert. Anstelle des Abstandes a wird der Leiterradius r für Einfachleiter sowie der Ersatzradius r_B für Bündelleiter verwendet:

$$\underline{Z}'_{\text{Selbst ext}} = \frac{j\omega\mu}{2\pi} \left[\ln \frac{2z_0}{r} - \frac{2}{(2z_0\gamma_2)^2} + \frac{\pi}{2z_0\gamma_2} \left[\mathbf{H}_1(2z_0\gamma_2) - \mathbf{Y}_1(2z_0\gamma_2) \right] \right]. \quad (7)$$

Dabei sind \mathbf{H}_1 und \mathbf{Y}_1 die Struve'sche bzw. Neumann'sche Funktion erster Ordnung mit einem komplexen Argument. Die Darstellungen in Gl. (6) und (7) entsprechen den Ergebnissen von Carson [1] und Pollakzek [2], wobei die Ergebnisse von den zwei Autoren durch die Reihenentwicklung ausgedrückt werden [4] [6].

2.2.2 Leiter endlicher Länge

Für den allgemeinen Fall kann das erste Teilintegral von Gl. (5) analytisch berechnet werden [5] [4]. Das zweite Integral kann nach dem Stand der Technik nicht in einer geschlossenen Form ausgedrückt werden. Zur Berechnung kommt die numerische Integration dieses vollständigen Integrals in Frage, welche aber aufgrund der langen Berechnungszeit keine praktische Relevanz hat. Dieses Teilintegral hat jedoch die Form klassischer Sommerfeld-Integrale und kann mithilfe der Image-Theorie asymptotisch behandelt werden, indem der sogenannte Reflexionskoeffizient $R(v)$ mit einer Näherung R_{approx} approximiert wird [5]:

$$R(v) = \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2} \approx R_{\text{approx}}. \quad (8)$$

Diese Näherung wird dann im ursprünglichen Integral verwendet und ermöglicht so eine weitere analytische Lösung der Gl.(5). In [5] wurde das Integral behandelt. Die resultierenden Lösungsansätze wurden validiert, indem die Ergebnisse der numerischen Integration der Lösungsansätze in [5] mit denen des Ansatzes in Gl. (5) verglichen wurden. Durch Variation der geometrischen Anordnung, einschließlich der Leiterlänge, der Leiterhöhe, des Leiterabstands und der Verschiebung zwischen parallelen Leitern, wurden verschiedene Fälle betrachtet. Die Berechnungen mit numerischer Integration des Ansatzes in Gl. (5) dauerten dabei mehrere Monate. Die Ergebnisse dieser Berechnungen dienten als Referenz zum Vergleich mit den Approximationsformeln nach der Image-Theorie in [5]. Die Berechnungen mit den Approximationsformeln in [5] benötigen dagegen deutlich weniger Zeit. Unter diesen Lösungsansätzen erreicht die Vierbildvariante von Mahmoud [7] die geringste maximale Abweichung von den Referenz-Ergebnissen. Speziell konnten Abweichungen kleiner als 5% für relevante Kopplungen, d.h. die Kopplungen der Seile eines Spannfeldes zu den parallelen Seilen sowie zu den Seilen der zwei benachbarten Spannfelder davor und danach, klassifiziert werden. Der Lösungsansatz mit Vierbildvariante wird in Gl. (9) gezeigt:

$$\underline{\tilde{Z}}_{\text{Koppel}} \approx \frac{j\omega\mu}{4\pi} \int_{x_1}^{x_2} \int_{x_{01}}^{x_{02}} \left[\frac{1}{\sqrt{(x_0 - x)^2 + (y_0 - y)^2 + (z_0 - z)^2}} - \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 \frac{1}{\sqrt{\rho^2 + \left(z_0 + z + \frac{2a_i}{\gamma_2} \right)^2}} \right] dx_0 dx. \quad (9)$$

Mit $a_1 = 1$, $a_2 = (1 - \delta_{4\text{Bild}})$, $a_3 = \left(1 + \frac{\delta_{4\text{Bild}}}{2}\right) + j\sqrt{3} \frac{\delta_{4\text{Bild}}}{2}$, $a_4 = \left(1 + \frac{\delta_{4\text{Bild}}}{2}\right) - j\sqrt{3} \frac{\delta_{4\text{Bild}}}{2}$, und

$\delta_{4\text{Bild}} = 3^{-1/3}$. Für die Berechnung der äußeren Selbstimpedanz wird das Ergebnis aus Gl. (7) für Leiter endlicher Länge über der Erdoberfläche verwendet. Um die Erdstromtiefe aufgrund der endlichen Leiterlänge zu berücksichtigen, wird das Ergebnis mit dem Korrekturfaktor k_{korrr} korrigiert. Dieser Korrekturfaktor wurde in der Arbeit von Liebermann [4] eingeführt.

3 Entwicklung des Berechnungsmodells

Der nächste Schritt beinhaltet die Entwicklung eines Berechnungsmodells, welches die Ausbreitungswiderstände der Masterder sowie die Impedanzberechnung von Leitern endlicher Länge nach Kapitel 2 einbezieht.

3.1 Betrachtung der Freileitung

Die Erdseile sind an jedem Mast über die Übergangswiderstände zum Mast und die Ausbreitungswiderstände der Erdungsanlage geerdet. Dadurch entsteht für jedes Spannfeld ein geschlossenes Netzwerk. Es ist daher sinnvoll, die Freileitung spannfeldweise zu modellieren. Da es in den Erdseilen mit unterschiedlichen Stromflüssen zu rechnen ist, werden die Kopplungen über Spannfelder hinweg berücksichtigt. Dies schließt die Kopplungen zwischen Erdseilabschnitten sowie zwischen Leiterseilen und Erdseilen benachbarter Spannfelder ein. Um diese Kopplungen zu berücksichtigen, werden bei der Analyse eines beliebigen Spannfeldes s die Kopplungen mit zwei Spannfeldern davor ($s - 2$ und $s - 1$) und danach ($s + 1$ und $s + 2$) betrachtet. Die Kopplungen zwischen weiter entfernten Spannfeldern sind aufgrund der im Vergleich zu parallel verlaufenden Leitern deutlich kleineren Koppelimpedanz vernachlässigbar. Zum Aufbau des Modells wird angenommen, dass alle Übergänge von Erdseilen zum Mast niederohmig sind ($R_{\text{ÜM}} = 0$). Darüber hinaus werden die kapazitiven Verkopplungen vernachlässigt. Abbildung 5 veranschaulicht den Aufbau des Leitungsmodells.

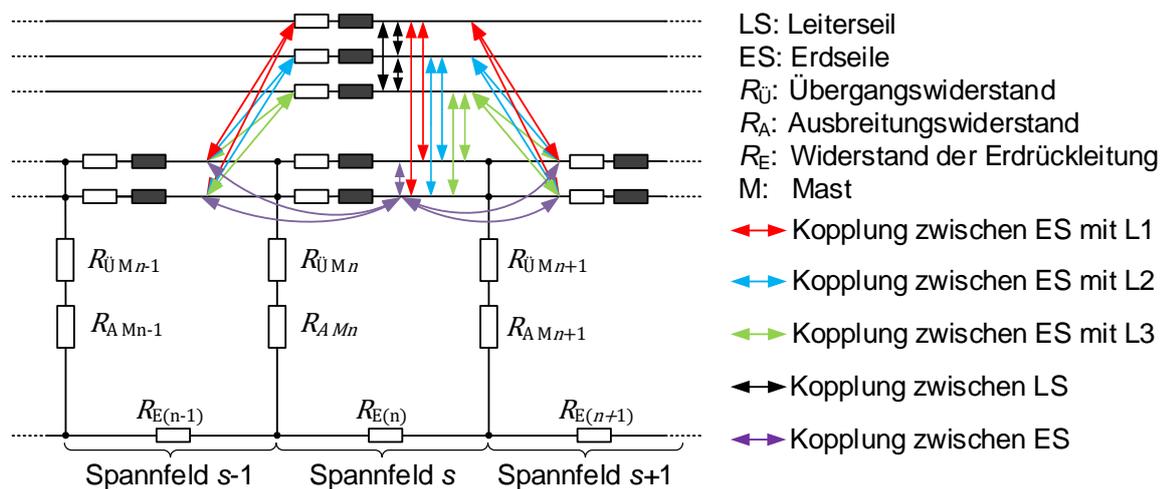


Abbildung 5: Ausschnitt des Freileitungsmodells, einschließlich Impedanzen und Verkopplungen

3.2 Herleitung der Modellmatrix

Das Modell wurde mit Hilfe der Netzwerkanalyse entwickelt, wobei die Strom- und Spannungsbeziehungen, die Knoten- und Maschengleichungen der Erdseilkette und die Kopplun-

gen zwischen den Leiter- und Erdseilen durch ein vollständiges Kirchhoff'sches Gleichungssystem (VKGS) für die gesamte Leitung in Matrixform beschrieben werden. Zur Ableitung des VKGS werden zunächst die Spannungsänderungen am Anfang und Ende des Leiterseils eines jeden Spannungsfeldes bestimmt. Die allgemeine Beschreibung der Spannungsverhältnisse eines jeden Feldes s kann in Matrizenform beschrieben werden:

$$\begin{aligned} & -\mathbf{E} \cdot \mathbf{u}_L^{(s)} + \mathbf{z}_{LL}^{(s)} \cdot \mathbf{i}_L^{(s)} + \mathbf{E} \cdot \mathbf{u}_L^{(s+1)} + \mathbf{z}_{LE}^{(s)} \cdot \mathbf{i}_E^{(s)} \\ & + \mathbf{z}_{LE}^{(s)(s-2)} \cdot \mathbf{i}_E^{(s-2)} + \mathbf{z}_{LE}^{(s)(s-1)} \cdot \mathbf{i}_E^{(s-1)} + \mathbf{z}_{LE}^{(s)(s+1)} \cdot \mathbf{i}_E^{(s+1)} + \mathbf{z}_{LE}^{(s)(s+2)} \cdot \mathbf{i}_E^{(s+2)} = 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Die Indizes s , $s-2$, $s-1$, $s+1$ und $s+2$ beziehen sich auf die Spannungsfelder. $\mathbf{u}_L^{(s)}$ und $\mathbf{u}_L^{(s+1)}$ sind die Matrizen der Spannungen am Anfang und am Ende des Spannungsfeldes s . Die Änderung der Spannungen ist das Resultat mehrerer Ursachen:

1. die durch Leiterseilströme hervorgerufenen Spannungsfälle ($\mathbf{z}_{LL}^{(s)} \cdot \mathbf{i}_L^{(s)}$),
2. induzierte Spannungen infolge der Rückwirkung der Erdseilströme im gleichen Spannungsfeld ($\mathbf{z}_{LE}^{(s)} \cdot \mathbf{i}_E^{(s)}$) und in den benachbarten Spannungsfeldern ($\mathbf{z}_{LE}^{(s)(s-2)} \cdot \mathbf{i}_E^{(s-2)}$; $\mathbf{z}_{LE}^{(s)(s-1)} \cdot \mathbf{i}_E^{(s-1)}$; $\mathbf{z}_{LE}^{(s)(s+1)} \cdot \mathbf{i}_E^{(s+1)}$; $\mathbf{z}_{LE}^{(s)(s+2)} \cdot \mathbf{i}_E^{(s+2)}$).

Während die Impedanzen der Impedanzmatrix $\mathbf{z}_{LL}^{(s)}$ mit Formeln für Leiter unendlicher Länge berechnet werden (Formeln mit Symbol ∞), sind die Impedanzen der Impedanzmatrizen $\mathbf{z}_{LE}^{(s)(s-2)}$, $\mathbf{z}_{LE}^{(s)(s-1)}$, $\mathbf{z}_{LE}^{(s)}$, $\mathbf{z}_{LE}^{(s)(s+1)}$ und $\mathbf{z}_{LE}^{(s)(s+2)}$ mit Formeln für Leiter endlicher Länge berechnet (Formeln mit Symbol \sim). Für die Knoten gilt dann (Vernachlässigung der Kapazitäten):

$$-\mathbf{E} \cdot \mathbf{i}_L^{(s)} + \mathbf{E} \cdot \mathbf{i}_L^{(s+1)} = 0. \quad (11)$$

Die Erdseile sind an jedem Mast über den Übergangswiderstand und den Ausbreitungswiderstand der Masterdungsanlage geerdet. Die U-I-Relationen der Erdseile im Spannungsfeld s werden in Matrizenform wie folgt beschrieben:

$$\Delta \mathbf{u}_E^{(s)} = \mathbf{z}_{EL}^{(s)} \cdot \mathbf{i}_L^{(s)} + \mathbf{z}_{EE}^{(s)} \cdot \mathbf{i}_E^{(s)} + \mathbf{z}_{EE}^{(s)(s-2)} \cdot \mathbf{i}_E^{(s-2)} + \mathbf{z}_{EE}^{(s)(s-1)} \cdot \mathbf{i}_E^{(s-1)} + \mathbf{z}_{EE}^{(s)(s+1)} \cdot \mathbf{i}_E^{(s+1)} + \mathbf{z}_{EE}^{(s)(s+2)} \cdot \mathbf{i}_E^{(s+2)}. \quad (12)$$

Für die U-I-Relation des Mastes n gilt:

$$R_{AMn} \cdot I_{Mn} - U_{Mn} = 0. \quad (13)$$

Dabei sind R_{AMn} , I_{Mn} , U_{Mn} der Ausbreitungswiderstand der Masterdungsanlage, der Maststrom und der Spannungsfall über dem Mast n . Da die Widerstände der Erdrückleitung R_{En} in den Selbst- und Koppelimpedanzen enthalten sind, stellt die Erde einen gemeinsamen Superknoten dar. Die Knotengleichungen für jedes Spannungsfeld ist zu beschreiben:

$$\sum_{j=1}^{n_{ES}^{(s-1)}} I_{Ej}^{(s-1)} - I_{Mn} - \sum_{j=1}^{n_{ES}^{(s)}} I_{Ej}^{(s)} = 0. \quad (14)$$

Dabei ist $n_{ES}^{(s)}$ die Anzahl der Erdseile und $I_{Ej}^{(s)}$ der Strom des Erdseils j im Spannungsfeld s . Die unabhängigen Maschengleichungen der Erdseil-Mast-Erde-Schleife werden aufgestellt:

$$\mathbf{E} \cdot U_{Mn} - \mathbf{E} \cdot \Delta \mathbf{u}_E^{(s)} - \mathbf{E} \cdot U_{Mn+1} = 0. \quad (15)$$

Alle Gleichungen von (10) bis (15) für alle Spannungsfelder bilden ein VKGS in (16):

$$\underline{M}_{Ltg} \cdot \underline{m}_{UI-Ltg} = \underline{m}_{Anregung} \quad (16)$$

Das VKGS wird mit der Struktur nach Gl. (17) beschrieben. Die vollständige Darstellung dieses VKGS ist in [5] zu finden.

$$\begin{bmatrix} \left[\begin{array}{c} \text{UI-Beziehung} \\ \text{der LS} \end{array} \right] & \left[\begin{array}{c} \text{Rückkopplung auf} \\ \text{Leiterseile durch} \\ \text{Ströme in ES} \end{array} \right] \\ \left[\begin{array}{c} \text{Kopplung auf} \\ \text{Erdseile durch} \\ \text{Ströme in LS} \end{array} \right] & \left[\begin{array}{c} \text{UI-Beziehung,} \\ \text{Maschen- und} \\ \text{Knotengleichung} \\ \text{der Erdseilkette} \end{array} \right] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \left[\begin{array}{c} U_{LS}, I_{LS} \text{ aller} \\ \text{Spann} \\ \text{felder} \end{array} \right] \\ \left[\begin{array}{c} U_M, \Delta U_{ES}, I_{ES} \\ \text{aller Spann} \\ \text{felder} \end{array} \right] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left[\begin{array}{c} \text{Angabe der} \\ \text{Spannung oder} \\ \text{Ströme} \end{array} \right] \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (17)$$

3.3 Berechnung der Leitungsparameter

Zur Berechnung der Leitungsparameter werden die Messschaltungen einer Leitungsparametermessung in der Untermatrix für U-I-Beziehung der Leiterseile in \underline{M}_{Ltg} sowie in Untermatrix für die Angabe der Spannung oder Ströme in $\underline{m}_{Anregung}$ berücksichtigt. Die Gln. (16) bzw. (17) werden durch Lösen des VKGS mittels Invertierung bestimmt:

$$\underline{m}_{UI-Ltg} = \underline{M}_{Ltg}^{-1} \cdot \underline{m}_{Anregung} \quad (18)$$

Basierend auf dem Ergebnis der Gl. (18) kann aus \underline{m}_{UI-Ltg} die Vektormatrix der Spannungen $\underline{u}_L^{(1)}$ und die Vektormatrix der Ströme $\underline{i}_L^{(1)}$ am Anfang der Leitung berechnet werden. Mit diesen Spannungen und Strömen werden die Leitungsparameter berechnet.

$$Z_{00} = \frac{U_{L1}^{(1)} + U_{L2}^{(1)} + U_{L3}^{(1)}}{I_{L1}^{(1)} + I_{L2}^{(1)} + I_{L3}^{(1)}} \quad Z_{11} = \frac{1}{3} \left(\frac{U_{L1}^{(1)}}{I_{L1}^{(1)}} + \frac{U_{L2}^{(1)}}{I_{L2}^{(1)}} + \frac{U_{L3}^{(1)}}{I_{L3}^{(1)}} \right) \quad (19)$$

4 Validierung des Leitungsmodells

Das in Kapitel 3 beschriebene Leitungsmodell wurde in MATLAB implementiert und validiert. Die Validierung erfolgte anhand einer fiktiven und ideal verdrehten Doppelleitung mit Donaumasten gleicher Bauart (siehe Abbildung 6).

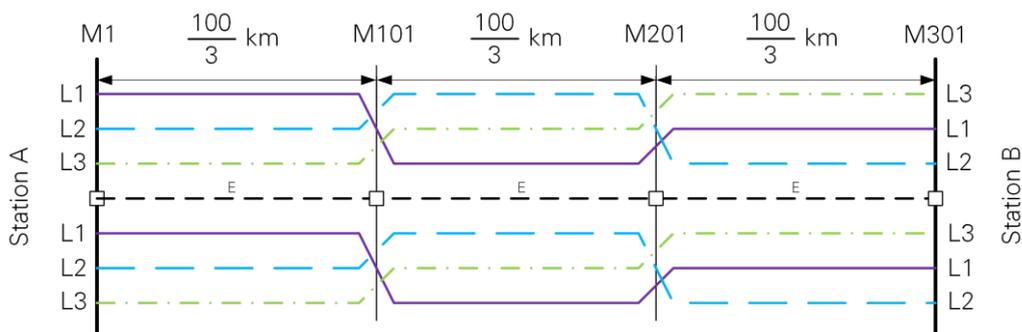


Abbildung 6: Fiktive Standard-Leitung zur Validierung des Leitungsmodells

Unter der Annahme, dass die Ausbreitungswiderstände der Masteder niederohmig sind, und durch Verwenden der Formeln für unendlich lange Leiter (vgl. Gln. (6) und (7)) wird das erweiterte Leitungsmodell auf die Annahmen der Modellierung konventioneller Modelle zurückgeführt. Es zeigt sich, dass die Ergebnisse von dem entwickelten Modell mit denen der konventionellen Berechnungsmethode unter Verwendung der symmetrischen Komponenten übereinstimmen [5].

Eine weitere Validierung wurde anhand einer realen Freileitung entsprechend Abbildung 7 durchgeführt. Dabei wurden die gemessenen Mastausbreitungswiderstände, welche messtechnisch erfasst wurden, bei der Modellbildung einbezogen. Der Vergleich zwischen den berechneten und gemessenen Mit- und Nullimpedanzen dieser Leitung zeigte eine gute Übereinstimmung bei einem spezifischen Erdwiderstand von $\rho_E = 50 \Omega\text{m}$, wobei die Abweichungen der Mit- und Nullimpedanzen im Vergleich zu den Messwerten unter 2% liegen.

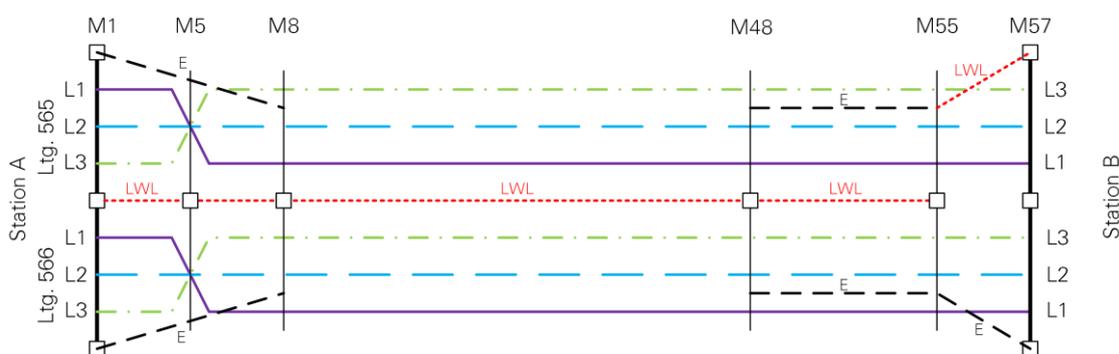


Abbildung 7: Reale Freileitung zur Validierung des Leitungsmodells

5 Einflussfaktoren auf die Leitungsparameter

Mit Hilfe des entwickelten Leitungsmodells wird die Sensitivität der Nullimpedanz gegenüber einer Reihe von Einflussfaktoren untersucht. Folgende Einflussfaktoren wurden betrachtet:

1. Spezifischer Erdwiderstand ρ_E
2. Mastausbreitungswiderstand R_M
3. Bodenabstand
4. Material der Freileitungsseile
5. Mastgeometrie
6. Anzahl und Lage der ausgeführten Erdseile
7. Verdrillung

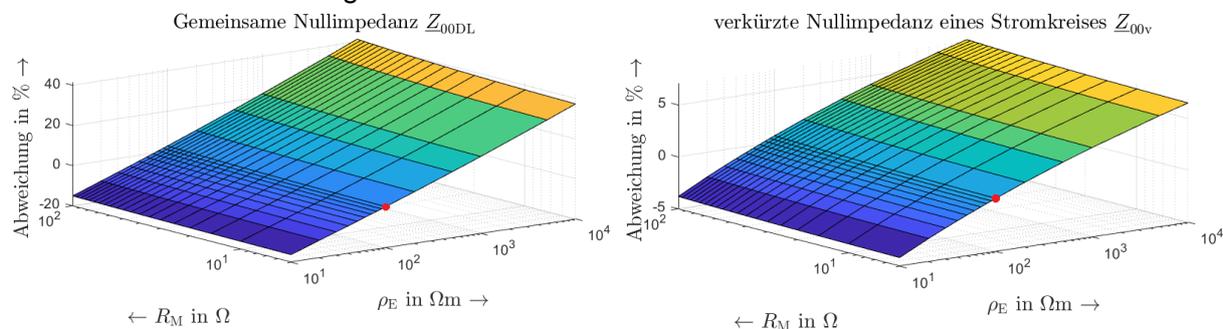


Abbildung 8: Abweichung der Nullimpedanz bei Änderung R_M und ρ_E vom Referenzfall

Das Ergebnis dieser Studie zeigt, dass die Abweichung zwischen den berechneten und gemessenen Nullimpedanzen mit zunehmendem spezifischem Erdwiderstand und Mastausbreitungswiderstand zunimmt. Abbildung 8 zeigt die Abweichung der gemeinsamen Nullim-

pedanz und der verkürzten Nullimpedanz der Doppelleitung vom Referenzfall (roter Punkt), wobei die Nullimpedanz mit einem Mastausbreitungswiderständen $R_M = 0 \Omega$ und einem spezifischem Erdwiderstand $\rho_E = 100 \Omega\text{m}$ berechnet wird.

Es konnte außerdem festgestellt werden, dass die Einflussfaktoren, welche die Erdung beeinflussen, wie die Anzahl und Lage der Erdseile, einen signifikanten Einfluss auf die Veränderung der Nullimpedanz haben. Bei Betrachtung der Erdseile wird deutlich: Je mehr Erdseile vorhanden sind, desto niedriger ist die Nullimpedanz. Die Nullimpedanz ist außerdem umso kleiner, je näher die Erdseile an den Leiterseilen liegen. Die verkürzte Nullimpedanz Z_{00v} ist in Hinblick auf die Parameteränderungen am wenigsten sensitiv. Der Grund dafür sind die zusätzlichen Erdseile, die zusammen mit dem Erdreich dem Rückstromfluss dienen und damit den der erdgebundenen Einflussfaktoren reduzieren.

6 Zusammenfassung und Ausblick

In diesem Beitrag wurde ein Freileitungsmodell entwickelt, das die endliche Leitungslänge der Erdseile und die Mastausbreitungswiderstände der Masten berücksichtigt. Durch Nachbildung der Leiterkontur durch die Aneinanderreihung der Hertz'schen Dipole ergibt sich die Integralformel zur Berechnung der Koppelimpedanzen, welche durch Anwendung der Image-Theorie vereinfacht werden kann. Der numerische Rechenaufwand wird dadurch signifikant verringert. Das Leitungsmodell wurde mit Hilfe der Netzwerkanalyse entwickelt. Bei der Modellbildung wurde ein vollständiges Kirchhoff'sches Gleichungssystem gewählt. Die Validierung des Modells anhand einer fiktiven und einer realen Freileitung bestätigt die Richtigkeit dieses Modells. Mit dem Modell wurden Parameterstudien durchgeführt, um die Einflussfaktoren auf die Nullimpedanzen zu ermitteln. Für zukünftige Arbeiten könnten die Lösungsansätze mit der Image-Theorie durch die Berücksichtigung der Ansätze für den Reflexionsfaktor der anderen Autoren verbessert werden. Auch sollten zukünftig kapazitive Effekte im Modell berücksichtigt werden.

7 Referenzen

- [1] J.R.Carson, Wave propagation in overhead wires with ground return," Bell system technical journal, 1926.
- [2] F. Pollaczek, Über das Feld einer unendlich langen wechselstromdurchflossenen Einfachleitung, Elektrische Nachrichtentechnik, Elektrische Nachrichtentechnik, pp. 339-359.
- [3] D. Sunde, Earth Conduction Effects in Transmission Systems, New York: Dover Publication, Inc, 1968.
- [4] C. Liebermann, Berechnung induzierter Spannungen bei Leiter- und Erdseilzug auf 380-kV-Freileitungen, Diplomarbeit: TU Dresden, 2015.
- [5] T. B. Nguyen, Erarbeitung eines Modells zur Berechnung der Nullimpedanz von Freileitungen unter Berücksichtigung der endlichen Leitungslänge und Zusatzwiderständen an den Erdungspunkten von Erdseilen, Diplomarbeit: TU Dresden, 2023.
- [6] E.-P. Meyer, Stromrückleitung über das Erdreich, Impedanzen und induktive Beeinflussung bei Leitern endlicher Länge, Technische Hochschule Darmstadt, Dissertationsarbeit, 1982.
- [7] S. F. Mahmoud und A. D. Metwally, New image representation for dipoles near a dissipative earth 1. Discrete images, Radio Science, 1981, pp. 1271-1275.