

# **Die Kalibrierung von Kanalnetzmodellen mit binären Messdaten**

Omar Wani<sup>1,2)</sup>, Frank Blumensaat<sup>1,2)</sup>, Andreas Scheidegger<sup>1)</sup>, Jörg Rieckermann<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup>Eidgenössische Anstalt für Wasserversorgung, Abwasserreinigung und  
Gewässerschutz (Eawag), Dübendorf/Schweiz

<sup>2)</sup>ETH Zürich, Institut für Umweltingenieurwissenschaften, Zürich/Schweiz

## **Kurzfassung**

Zur Kalibrierung von Kanalnetzmodellen sind oft nur wenige, punktuelle Wasserstands- und Abflussmessungen vorhanden. Obwohl oft andere Messungen vorhanden sind, beispielsweise von Überlaufdetektoren, die lediglich Zeitpunkt und Dauer von Mischwasserentlastungen aufzeichnen, werden sie bislang nicht routinemäßig oder nur suboptimal zur Kalibration verwendet. In dieser Studie schlagen wir eine formale Likelihood-Funktion für solche binären Signale vor, die auch Modellstrukturdefizite berücksichtigt. Wir wenden diese Methode auf ein Fallbeispiel eines kleinen städtischen Entwässerungssystems an, wo wir ein hydrodynamisches Niederschlags-Abfluss-Modell mit kontinuierlichen Messungen, als auch mit entsprechenden binären Daten mit Bayes'scher Inferenz kalibrieren. Die erzielten Resultate zeigen, dass mit beiden Arten von Daten vergleichbare Ergebnisse erzielt werden können: Mit kontinuierlichen Messdaten wird eine Nash-Sutcliffe Effizienz von 0.80 erzielt, und mit binären Beobachtungen 0.78. Auf jeden Fall sind die Simulationsergebnisse des mit binären Daten kalibrierten Modells viel informativer als Simulationen mit einem unkalibrierten Modell. Allerdings beschreiben die binären Informationen nur die Dauer der Überschreitung eines Schwellenwerts, so dass sie wenig Information über Spitzenabflüsse enthalten. Deshalb sollte eine kostengünstige messtechnische Ausrüstung eines Entwässerungssystems nicht ausschließlich auf billigen und robusten Binärsensoren beruhen.

## **1 Einleitung**

Traditionell werden Simulationsmodelle in der Stadtentwässerung anhand Messdaten von physikalischen Größen, wie Entlastungsmengen, Wasserständen

oder Durchflüssen kalibriert. Diese Größen werden auf einer kontinuierlichen Skala erfasst. Leider ist die Einrichtung und Wartung von Messstellen sehr kostenintensiv, weshalb in der Regel nur sehr wenige Standorte mit solchen Sensoren ausgerüstet werden (Siemers et al., 2011). Vielerorts stehen jedoch auch andere Sensoren zur Verfügung, die beispielsweise Überläufe detektieren (Rasmussen et al., 2008), oder das Überschreiten von kritischen Wasserständen oder Schwellenwerten anzeigen. Solche Sensoren liefern nur binäre Informationen. Es wurde bereits vorgeschlagen, gezielt solche binären Messgeräte zu entwickeln, z.B. basierend auf robusten und kostengünstigen Sensoren, etwa Temperatursensoren (Hofer et al., 2014; Montserrat et al., 2013), Bewegungsmeldern (Siemers et al., 2011) oder elektrischen Schaltern (Rasmussen et al., 2008) (Abbildung. 1). Solche einfachen Sensoren sollten dazu beitragen, Kanalnetzmodelle besser zu kalibrieren (Rasmussen et al., 2008; Siemers et al., 2011). Die Idee dabei ist, dass viele, aber nicht sehr präzise Sensoren mehr Informationen über das Verhalten eines komplexen Systems liefern als wenige sehr präzise. Da jedoch bisher nur ad-hoc-Ansätze zur Modellkalibrierung vorgeschlagen wurden, ist es unklar, wie groß der Informationsgehalt solcher binärer Beobachtungen ist und wie diese am effizientesten zur Kalibrierung eingesetzt werden können.

In diesem Beitrag empfehlen wir daher einen neuen statistischen Ansatz, um binäre Beobachtungen für die Kalibration von Kanalnetzmodellen zu verwenden. Die wichtigste Neuerung ist eine realistische Likelihood-Funktion für binäre Daten, die auch Unsicherheiten in der Modellstruktur berücksichtigt.



Abb. 1: Verschiedene Arten von preiswerten Sensoren für die Überwachung von Entwässerungssystemen. Von oben links im Uhrzeigersinn: i) elektrischer Schalter an Überlaufwehr (Rasmussen et al., 2008), ii) Bewegungsmelder am Überlauf (Siemers et al., 2011), iii) Bewegungsmelder (Eawag), iv) Flood float (www.123mc.com)

## 2 Methoden

### 2.1 Likelihood-Funktion für binäre Messungen

Zur formellen Kalibrierung eines Kanalnetzmodells ist eine Likelihood-Funktion erforderlich. In unserem Fall sollte diese Funktion die Wahrscheinlichkeit beschreiben, dass eine Reihe von binären Messdaten beobachtet wird, gegeben i) unser Kanalnetzmodell, ii) ein bestimmter Parametersatz und iii) die Annahmen über relevante Fehler. Letztere werden mathematisch in einem Fehlermodell beschrieben. Da Kanalnetzmodelle die Realität erfahrungsgemäß nie perfekt wiedergeben können, folgen wir Dietzel und Reichert (2012) und berücksichtigen insbesondere Fehler in der Modellstruktur und in den Eingangsdaten explizit. Dazu beschreiben wir die wahre Reaktion des Systems  $Y_t$  zum Zeitpunkt  $t$  mit einem deterministischen Modell  $M$  (das hydrologische Modell) und einem stochastischen Prozess  $B$ , dem sogenannten "Bias":

$$Y_t = M(\theta, X_t) + B(\theta, X_t) \quad \text{Gl. (1)}$$

wobei  $\theta$  der Parametervektor und  $X_t$  der Vektor der Eingangsdaten ist. Der Biasterm  $B$  beschreibt die Diskrepanz zwischen der Systemantwort und der Simulation aufgrund der Unsicherheit in den Eingangsgrößen und Modell-Strukturdefiziten. Wenn  $B$  als stochastischer Prozess modelliert wird, kann die Likelihood-Funktion  $p_Y(\mathbf{Y} | \theta)$  für eine kontinuierliche Systemantwort  $\mathbf{Y} = \{Y_{t_1}, \dots, Y_{t_n}\}$ , wie z.B. Wasserstand in oder Abfluss aus einem Regenbecken, formuliert werden. Wird jedoch ein binäres Signal

$$Z_t = \begin{cases} 1 & Y_t > y_{\text{Schwellwert}} \\ 0 & Y_t \leq y_{\text{Schwellwert}} \end{cases} \quad \text{Gl. (2)}$$

beobachtet, ist die Likelihood-Funktion definiert als

$$p_Z(\mathbf{Z} | \theta) = \int_{l_1}^{u_1} \dots \int_{l_n}^{u_n} p_Y(Y_{t_1}, \dots, Y_{t_n} | \theta) dY_{t_1} \dots dY_{t_n} \quad \text{Gl. (3)}$$

wobei die Integrationsgrenzen  $u$  und  $l$  entsprechend den binären Beobachtungen gewählt werden müssen.

Aus numerischen Gründen ist es am praktikabelsten,  $B$  mit einem Gaußschen Prozess zu beschreiben, so dass  $p_Y(\mathbf{Y} | \theta)$  die Dichte einer multivariaten Normalverteilung annimmt. Darüber hinaus ist ein Gaußscher Prozess ein recht realistisches Modell für die beteiligten Fehler, weil er die autokorrelierten Differenzen zwischen den Simulationen und den Messungen, die in der Urbanhydrologie immer auftreten, gut beschreiben kann.

## 2.2 Parameterschätzung und Implementation

Die Parameter der Likelihood-Funktion in Gl. (3) sind wegen des Identifizierbarkeitsproblems zwischen  $M$  und  $B$  nicht einfach zu schätzen. Für eine Schätzung müssen wir unser Vorwissen über plausible Parameterwerte mit einbeziehen, was mit Bayes'scher Inferenz möglich ist.

Obwohl die Integrale in der Likelihood Funktion (Gl. 3) analytisch nicht lösbar sind, wurden für Normalverteilungen sehr effiziente numerische Lösungen vorgeschlagen (etwa Genz, 1992). Wir haben die Integrale mit der Funktion `pmvnorm` (Genz et al., 2015) in R (CRAN, 2015) berechnet. Der Rechenaufwand zur Schätzung des Modalwertes der a-posteriori Parameterverteilung ist vergleichbar mit dem, den eine informelle Zielfunktion erfordern würde. Um die ganze Verteilung zu beschreiben sind aufwendigere Samplingtechniken erforderlich. Wir verwenden eine adaptive Markov Chain Monte Carlo (MCMC) Methode (Chivers, C., 2012; Scheidegger, A., 2012; Vihola, M., 2012). Die Güte der Modellanpassung bewerten wir anhand der Nash-Sutcliffe Effizienz (NSE) (Nash und Sutcliffe, 1970).

### **2.3 Einzugsgebiet und Daten**

Wir kalibrieren ein Niederschlags-Abfluss-Modell für das Entwässerungsnetz von Adliswil in der Nähe von Zürich. Adliswil ist eine kleinere Stadt mit einem Einzugsgebiet von ca. 1 km × 3 km. In einer 1,5 Jahre dauernden Messkampagne haben wir detaillierte Niederschlagsinformationen mit einem dichten Netz von 6 Regenmessern (Pluvio2, OTT) erfasst und außerdem Füllstand und Durchfluss in mehreren Schächten gemessen. Da unsere Messkampagne mit binären Sensoren noch nicht ganz abgeschlossen ist, konstruieren wir ein realistisches didaktisches Beispiel. Dazu transformieren wir die kontinuierlichen Messungen behelfshalber in binäre Beobachtungen. Ein (Überlauf-)Ereignis wird "detektiert", wenn der Schwellenwert von 100 l/s überschritten wird (rote Linien am oberen Rand von Abb. 2, rechts). Wir fokussieren hier nur auf die Messungen am Auslass des Einzugsgebiets.

### **2.4 Kanalnetzmodell und geschätzte Parameter**

Für unser Fallbeispiel benutzen wir ein konzeptionelles hydrologisches Modell implementiert in EPA SWMM, Version 5.1 (EPA, 2015). Das Modell besteht aus 101 Teileinzugsgebieten, 458 Schächten und 461 Haltungen. Zur Kalibration schätzen wir 10 Parameter, darunter i) die Versiegelung der Teileinzugsgebiete, ii) deren Breite, iii) die Neigung, iv) die Manning-Rauigkeit der Teileinzugsgebiete und v) die Manning-Rauigkeit der Haltungen.

## **2.5 Beschreibung des Vorwissens über die Modellparameter**

Das Vorwissen plausibler Parameterwerte wurde mit Wahrscheinlichkeitsdichten beschrieben. Konkret haben wir abgeschnittene Normalverteilungen verwendet, deren Mittelwert auf der Grundlage von Expertenmeinungen definiert wurde. Weil es oft schwierig ist plausible Parameterwerte für den Bias zu formulieren, definieren wir diese basierend auf vorhergehenden Analysen.

## **2.6 Numerische Experimente**

Wir führen zwei verschiedene numerische Experimente durch: Erstens vergleichen wir die NSE des Modells, welches mit einem binären Dataset kalibriert wurde mit dem von einem an kontinuierliche Daten kalibrierten Modell. Zweitens beurteilen wir die Sensitivität, respektive den Informationsgehalt von binären Daten bei verschiedenen Schwellenwerten. Das zweite Experiment ist interessant, um neue Sensoren optimal installieren zu können. Eine zu hohe oder zu niedrige Einbauhöhe würde im Extremfall dazu führen, dass Ereignisse nie (zu hoch) oder immer (ständig eingetaucht) detektiert werden.

Dazu erzeugen wir zunächst verschiedene binäre „Beobachtungen“ aus den kontinuierlichen Messungen, indem wir den Schwellenwert von 0 l/s in Schritten von 20 l/s bis 300 l/s erhöht haben. Wir kalibrieren dann das Modell für jeden dieser Datensätze. Um Rechenzeit zu sparen haben wir zunächst nur die Güte der Modellanpassung in Bezug auf die NSE beurteilt. Zur Optimierung haben wir einen simulated Annealing Algorithmus (Gubian, 2015) verwendet.

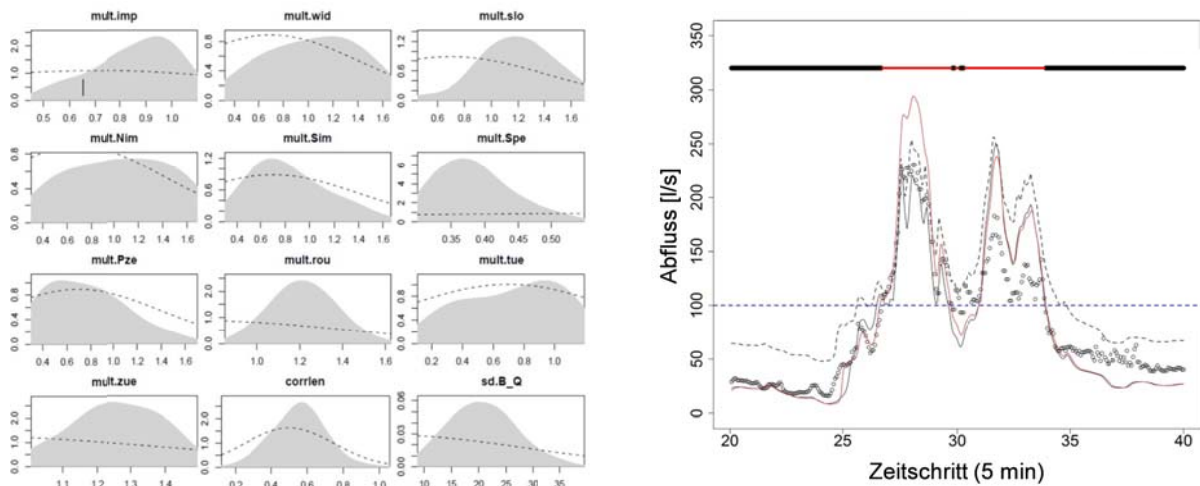


Abb. 2: (Links): Verteilungen der Standardparameter (gestrichelte Linien) des Kanalnetz- und Fehlermodells („corrien“ und „sd.B\_Q“). A-posteriori Verteilungen (hellgrau) nach der Inferenz mit binären Daten. Die y-Achse bezeichnet die Wahrscheinlichkeitsdichte und die x-Achse den Wert der multiplikativen Parameter. (Rechts) Simulationsergebnisse für die Kalibrationsperiode, basierend auf kontinuierlichen (dünne schwarze Linie) und binären Beobachtungen (dünne rote Linie), sowie Standardparametern (gestrichelte graue Linie). Die kontinuierlichen Daten sind als schwarze Kreise gezeichnet und die binären Beobachtungen als horizontale rote und schwarze Linien im oberen Teil der Abbildung. Die gestrichelte blaue Linie zeigt den Schwellenwert des Sensors an, der bei 100 l/s liegt.

### 3 Ergebnisse und Diskussion

Im Allgemeinen zeigen die Resultate, dass binäre Messdaten erstaunlich informativ sind; es konnte etwas über alle Modellparameter gelernt werden (Abb. 2, links) (die resultierenden a-posteriori Verteilungen (grau) sind schmäler als die entsprechenden a-priori Verteilungen (gestrichelte Linien)). Die Breite der a-posteriori Verteilungen ist ein Maß für die Unsicherheit der Parameterschätzung.

Interessanterweise kann das Modell in unserem Fall fast gleich gut mit binären Daten (NSE=0.78) kalibriert werden wie mit kontinuierlichen Daten (NSE=0.80) (Abb. 2, rechts). Dieses Resultat erhalten wir, wenn die wahrscheinlichsten Schätzwerte der Modellparameter verwendet werden (Abb. 2 links). Dennoch kann man sehen, dass

die binären Daten weniger Informationen bezüglich der beobachteten Spitzenabflüsse liefern.

Weiterhin wird deutlich, dass der Informationsgehalt eines binären Sensors mit zunehmendem Schwellenwert zuerst steigt und dann abnimmt (Abb. 3). Dies entspricht im Wesentlichen unseren Erwartungen, da bei niedrigen und hohen Werten der Schwelle wenig oder gar keine Ereignisse beobachtet werden. Mittlere Schwellenwerte um die 100-200 l/s sind dahingegen informativ.

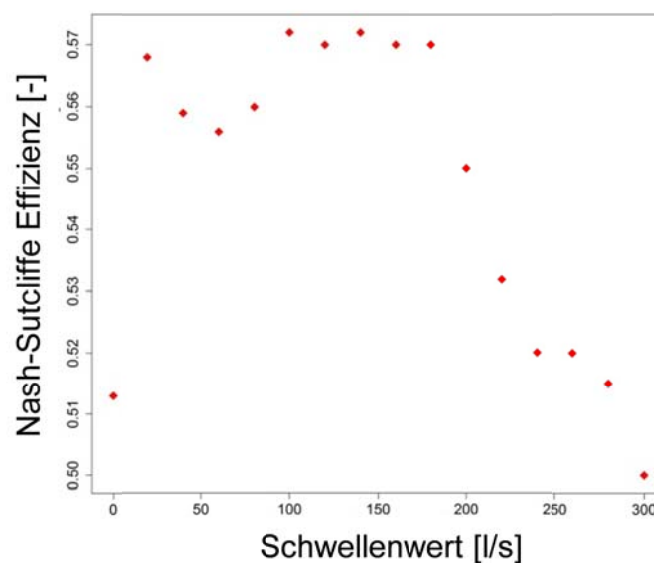


Abb. 3: Informationsgehalt, ausgedrückt als Nash-Sutcliffe Effizienz für binäre Sensoren mit unterschiedlichen Schwellenwerten.

Ein weiterer Punkt ist die realistische Betrachtung der Prognoseunsicherheit und das Einbeziehen von allen maßgeblichen Einflussfaktoren. Die verwendete Likelihood-Funktion geht davon aus, dass Messfehler in den binären Beobachtungen  $\mathbf{Z}$  relativ klein sind im Vergleich zu den durch fehlerhafte Eingangsdaten und Modellstrukturlimitationen verursachten Fehlern. Dennoch könnte es sinnvoll sein, durch die Unterscheidung zwischen dem *gemessenen* binären Signal  $\mathbf{Z}_0$  und dem "wahren" Signal  $\mathbf{Z}$ , ein Modell für Messfehler einzuführen. Ein solches Messfehlermodell  $p_{\mathbf{Z}_0}(\mathbf{Z}_0 | \mathbf{Z})$  beschreibt die Verteilung der binären Messdaten  $\mathbf{Z}_0$ .



gegeben die fehlerfreien Werte  $\mathbf{Z}$ . Die Likelihood-Funktion erfordert dann eine Marginalisierung über  $\mathbf{Z}$ :

$$p_{\theta}(\theta | \mathbf{Z}_o) \propto \sum_{z_{t1}=0}^1 \dots \sum_{z_{tn}=0}^1 p_{\mathbf{Z}_o}(\mathbf{Z}_o | \mathbf{Z}) \cdot p_{\mathbf{Z}}(\mathbf{Z} | \theta)$$

Die Berechnung dieser Likelihood-Funktion wird numerisch schnell aufwendig, wenn die Anzahl Beobachtungen  $n$  gross wird, da  $2^n$  Terme berechnet und addiert werden müssen. Die Entwicklung eines effizienten Sampling-Algorithmus für dieses Problem ist in der Zukunft jedoch denkbar.

Abgesehen von der effizienten Parameterschätzung ermöglicht die Verwendung einer formellen Likelihood-Funktion auch eine verlässliche Quantifizierung der Prognoseunsicherheit, welche sich aus Parameter- und Eingangsdatenunsicherheit, sowie Modellstrukturdefiziten ergibt. Dieser Punkt wurde zum Beispiel ausführlich in Del Giudice et al. (2013) diskutiert.

Darüber hinaus haben wir in ersten Computer-Experimenten die gleiche Analyse anstatt für Durchflussmessungen auch für binäre Wasserstandsdaten durchgeführt, was dem Einsatz von Schwimmschaltern entsprechen würde. Erste Resultate deuten darauf hin, dass der Informationsgehalt für die Vorhersage von Abflussspitzen noch kleiner ist als beim Durchfluss. Zurzeit sind die Analysen von realen Daten der Messkampagne allerdings noch im Gang, sodass wir verlässliche Aussagen für echte binären Daten erst später machen können.

## 4 Schlussfolgerungen

Oft stehen neben den traditionellen Durchfluss- und Wasserstandsmessungen weitere Sensoren zur Verfügung, welche jedoch häufig nur binäre („Ja“/„Nein“) Daten liefern. In diesem Beitrag stellen wir eine statistisch solide Likelihood-Funktion für solche binären Daten vor, die gleichzeitig Modellstrukturdefizite berücksichtigen kann. Der letzte Punkt ist besonders wichtig, da die Modellstrukturdefizite in der Siedlungsentwässerung erfahrungsgemäß groß sind. An dem didaktischen Beispiel

konnten wir aufzeigen, dass binäre Beobachtungen, obwohl sie einen geringen Informationsgehalt haben, trotzdem zur Kalibrierung von Kanalisationsmodellen geeignet sind. Im Idealfall werden natürlich binäre Daten zusammen mit traditionellen (kontinuierlichen) Daten verwendet. Konzeptionell ist es interessant, zu untersuchen, ob viele verteilte ungenaue (binäre) Sensoren eine bessere Kalibrierung liefern als wenige genaue (Durchfluss-)Messgeräte.

## Literatur

- Chivers, C., 2012. General Markov Chain Monte Carlo for Bayesian Inference using adaptive Metropolis-Hastings sampling. <https://cran.r-project.org/web/packages/MHadaptive/index.html>
- CRAN, 2015. <https://www.r-project.org/>
- Del Giudice, D., Honti, M., Scheidegger, A., Albert, C., Reichert, P., Rieckermann, J., 2013. Improving uncertainty estimation in urban hydrological modeling by statistically describing bias. *Hydrology and Earth System Sciences* 17(10): 4209-4225.
- Dietzel, A., Reichert, P., 2012. Calibration of computationally demanding and structurally uncertain models with an application to a lake water quality model. *Environmental Modelling & Software*, 38: 129-46.
- Environmental Protection Agency, United States, 2015. <http://www.epa.gov/athens/wwqts/html/swmm.html>
- Genz, A., 1992. Numerical Computation of Multivariate Normal Probabilities. *Journal of Computational and Graphical Statistics*, Vol. 1, Iss. 2
- Genz, A., Bretz, F., Miwa, T., Mi, X., Leisch, F., Scheipl, F., Bornkamp, B., Maechler, M., Hothorn, T., 2015. Multivariate Normal and t Distributions. <https://cran.r-project.org/web/packages/mvtnorm/index.html>
- Gubian, S., Xiang, Y., Suomela, B., Hoeng, J., 2015. Functions for Generalized Simulated Annealing. <https://cran.r-project.org/web/packages/GenSA/GenSA.pdf>
- Hofer, T., Gruber, G., Gamerith, V., Montserrat, A., Corominas, L., Muschalla, D., 2014. Using Temperature Sensors to Detect Occurrence and Duration of Combined Sewer Overflows. Presented at the 13th International Conference on Urban Drainage, Sarawak, Malaysia.
- Montserrat, A., Gutierrez, O., Poch, M., Corominas, L., 2013. Field validation of a new low-cost method for determining occurrence and duration of combined sewer overflows. *Sci. Total Environ.* 463-464, 904–912. doi:10.1016/j.scitotenv.2013.06.010
- Nash, J., Sutcliffe, J., 1970: River flow forecasting through conceptual models part I : A discussion of principles, *J. Hydrol.*, 10, 282–290, doi:10.1016/0022-1694(70)90255-6.
- Rasmussen, M.R., Thorndahl, S., Schaarup-Jensen, K., 2008. A low cost calibration method for urban drainage models. Presented at the 11th International Conference on Urban Drainage, Edinburgh, Scotland, UK.
- Scheidegger, A., 2012. Implementation of a generic adaptive Monte Carlo Markov Chain sampler. <https://cran.r-project.org/web/packages/adaptMCMC/index.html>

- Siemers, L., Dodd, J., Day, D., Kerr, D., LaGorga, J., Romano, P., 2011. Low Cost Overflow Monitoring Techniques and Hydraulic Modeling of A Complex Sewer Network. Proc. Water Environ. Fed. 2011, 571–583.
- Vihola, M. 2012: Robust adaptive Metropolis algorithm with coerced acceptance rate, Stat. Comput., 22, 997–1008,.doi:10.2175/193864711802837363

Anschrift des Verfassers:

Andreas Scheidegger  
Eawag  
Ueberlandstrasse 133  
CH-8600 Dübendorf  
andreas.scheidegger@eawag.ch