Logarithmen ohne Hilfsmittel Robert Geretschläger Graz, am 9.2.2023

Logarithmen ohne Hilfsmittel

Robert Geretschläger, robert@ rgeretschlaeger.com

Welche Hilfsmitte gibt es?

mittels Intervallschachtelung

Quadratwurzeln

Euler'sche Nethode

Taylor-Reihe

ie Euler'sche

Welche Hilfsmittel gibt es?

Logarithmen ohne Hilfsmittel

Robert Geretschläger, robert@ rgeretschlaeger.com

Welche Hilfsmittel gibt es?

Logarithmus mittels Intervallschachtelun

Quadratwurzeln

Euler'sche

avlor-Reihe

Welche Hilfsmittel gibt es?

Computerprogramme

Logarithmen ohne Hilfsmittel

Robert Geretschläger, robert@ rgeretschlaeger.com

Welche Hilfsmittel gibt es?

Logarithmus mittels Intervallschachtelung

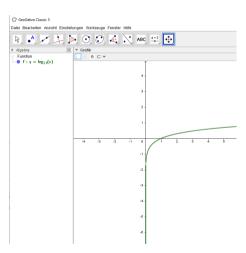
uadratwurzeli

uler'sche

avlor-Reihe

Welche Hilfsmittel gibt es?

Computerprogramme



Logarithmen ohne Hilfsmittel

Robert Geretschläger, robert@ rgeretschlaeger.com

Welche Hilfsmittel gibt es?

Logarithmus mittels Intervallschachtelung

uadratwurzeln

uler'sche Aethode

avlor-Reihe

Taschenrechner

Logarithmen ohne Hilfsmittel

Robert Geretschläger, robert@ rgeretschlaeger.com

Welche Hilfsmittel gibt es?

Logarithmus mittels Intervallschachtelung

Quadratwurzeln

uler'sche Methode

avlor-Reihe

Taschenrechner



Logarithmen ohne Hilfsmittel

Robert Geretschläger, robert@ rgeretschlaeger.com

Welche Hilfsmittel gibt es?

Logarithmus mittels Intervallschachtelung

uadratwurzeli

Euler'sche Nethode

Taylor-Reih

Old School: Rechenschieber und Logarithmentafeln

Logarithmen ohne Hilfsmittel

Robert Geretschläger, robert@ rgeretschlaeger.com

Welche Hilfsmittel gibt es?

Logarithmus mittels Intervallschachtelun

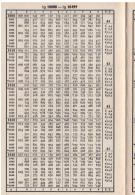
Quadratwurzeln

Euler'sche

Favlor-Reih

Old School: Rechenschieber und Logarithmentafeln





lg 10500 — lg 10999												
n		•	A.	3	à	- 4	- 8	6	7		9	P. P.
1050	021	189		272	313		370	437	479	520	501	100
*1001		60)	644	687	797	758	809	851	892	933	974	42
1003	022	438	670	511	140	593	635	203 670	305 717	346 758		
1054		BALL	853		954	1005		2000			799	3 %
1094	023	212	204	933	170	417	1047	699	1120	182	621	2 11/
1004	043	604	701	246	797	828	870	911	952	003	1034	4 160
1697	02.4	025	116	157	108	233	200	321	351	404	445	8 417
1655	-	455	527	508	600	650	691	732	771	614	811	6 45,4
1699		895	937	928	'010	1000	101	1142	188	1224	255	7 10.
1050	025	300	347	388	420	470	511	552	991	614	624	8 11/
-1041		715	750	297	618	879	920	001	1002	1043	3354	9 57.1
1662	026	125	105	206	247	288	320	370	411	458	493	138
*1663		533	574	615	656	697	737	778	819	tto	901	0.0
1064		0.42	082	1023	1064	105	11.05	1186	1227	1268	100	41
1865	027	350	390	431	472	513	553	594	633	676	716	1 47
1866		757	798	8))	879	920	901	1002	1042	1083	124	2 9,0
1867	025	164	205	245	387	327	368	400	447	490	531	2 11.0
*1848		571 978	612 '018	053	100	734	775	815	855	1303	937	4 16,1
1070		154					181		'262		'343	\$ 10,
1970	039		424	455	500	540		627	668	708	749	6 24/
1972	010	789	830	871 275	911	952	992	418	1073 478	114	154	2 15,
1073	ojo	600	640	681	721	702	F02	843	881	921	004	
1974	011		045	081	126	166	206	247	287	125	168	1340
DOTE	031	408	440	633	530	570	610	651	601	211	772	10.40
1976		812	853	823	911	974	'014	1054	1025	135	173	40
1977	012	216	256	205	117	177	417	458	408	538	578	1 4
1978		610	650	699	740	780	820	860	001	941	081	2 8/3
1979.	033		062	102	1.42	182	223	263	303	343	384	2 12,
1080		424	464	504	544	585	625	665	703	745	786	416
1991		626	866	900	945	966	'037	'067	107	1147	187	N. 22.5
1093	034	337 608	267	709	348	188	418 820	468 860	508	548	588	4 24,5
1004					749				909	949		7 48,0
1004	035	410	470	100	1.43	100	610	670	310 710	750	700	838.E
1094		B10	870	910	992	990	1010	1020	110	130	190	1/96,0
+1007	036		260	100	3.00	180	430	450	500	549	189	334
1055	oyu	630	660	700	749	280	Bak	BSA	900	544	akk	39
1069	037		058	108	148	187	227	257	107	347	187	
1070		425	400	906	540	555	625	005	205	745	781	2 54
+1091		825	861	904	944	984	1024	1004	1303	*143	181	3 115
1092	038	221	262	302	342	382	421	401	501	541	580	
+1093		630	660	700	739	779	819	859	898	938	978	4 15.0 8 19.5
1094	039		057	097	136	176	216	255	295	335	374	4 25,4
1055		414	454	493	533	573	612	652	692	731	771	7 87.5
		811	850	890	929	969	1000	1248	890"	127	167	# 3 Tal
*1697	0.00	207	245	286	325	365	405	444	484	523	563	755
1098		998	642	681	721	761	800	235	879 '274	919	958	100
				9//							'353	P.P.

Logarithmen ohne Hilfsmittel

Robert Geretschläger, robert@ rgeretschlaeger.com

Welche Hilfsmittel gibt es?

Logarithmus mittels Intervallschachtelung

uadratwurzeln

:uler'sche /lethode

aylor-Reihe

gewohnte Hilfsmittel

- Computerprogramme
- Taschenrechner
- Rechenschieber
- Logarithmentafeln

Logarithmen ohne Hilfsmittel

Robert Geretschläger, robert@ rgeretschlaeger.com

Welche Hilfsmittel gibt es?

Logarithmus mittels Intervallschachtelung

)uadratwurzelr

uler'sche

avlor-Reihe

ie Euler'sche

Logarithmus mittels Intervallschachtelung

Definition:

$$a^n = b \iff n = \log_a b$$

Ziel: $n = \log_3 7$ auf vier Kommastellen genau berechnen, also $3^n \approx 7$.

Logarithmen ohne Hilfsmittel

Robert Geretschläger, robert@ rgeretschlaeger.com

Welche Hilfsmitte gibt es?

Logarithmus mittels Intervallschachtelung

uadratwurzelr)

uler'sche Aethode

avlor-Reihe

Die Euler'sche

Logarithmus mittels Intervallschachtelung

Definition:

$$a^n = b \iff n = \log_a b$$

Ziel: $n = \log_3 7$ auf vier Kommastellen genau berechnen, also $3^n \approx 7$.

$$3^1 = 3 < 7 < 9 = 3^2 \Rightarrow 1 < \log_3 7 < 2$$

und somit

$$n = \log_3 7 = 1, \dots$$

Logarithmen ohne Hilfsmittel

Robert Geretschläger, robert@ rgeretschlaeger.com

Welche Hilfsmittel gibt es?

Logarithmus mittels Intervallschachtelung

uadratwurzeln

Euler'sche Nethode

Taylor-Reihe

Definition:

$$a^n = b \iff n = \log_a b$$

Ziel: $n = \log_3 7$ auf vier Kommastellen genau berechnen, also $3^n \approx 7$.

$$3^1 = 3 < 7 < 9 = 3^2 \Rightarrow 1 < \log_3 7 < 2$$

und somit

$$n = \log_3 7 = 1, \dots$$

nächster Schritt: $3^{\frac{3}{2}} \approx 5, 2 \Rightarrow$

$$3^{\frac{3}{2}} \approx 5, 2 < 7 < 9 = 3^2 \iff \frac{3}{2} < \log_3 7 < 2 = \frac{4}{2}.$$

Logarithmen ohne Hilfsmittel

Robert Geretschläger, robert@ rgeretschlaeger.com

Velche Hilfsmittel

Logarithmus mittels Intervallschachtelung

uadratwurzeln

ethode

Taylor-Reihe

Logarithmus mittels Intervallschachtelung

 $\label{eq:hoppla} \mbox{Hoppla. Schritt zurück!} \mbox{Woher wissen wir, dass } 3^{\frac{3}{2}} \approx 5, 2 \mbox{ gilt?}$

Logarithmen ohne Hilfsmittel

Robert Geretschläger, robert@ rgeretschlaeger.com

Welche Hilfsmittel gibt es?

Logarithmus mittels Intervallschachtelung

Quadratwurzeln

Euler'sche Aethode

avlor-Reihe

Die Euler'sche

Einschub: direkte Berechnung von Quadratwurzeln

Wie geht das?

Logarithmen ohne Hilfsmittel

Robert Geretschläger, robert@ rgeretschlaeger.com

Welche Hilfsmittel gibt es?

Logarithmus mittels Intervallschachtelun

Quadratwurzeln

uler'sche

avlor-Reihe

Einschub: direkte Berechnung von Quadratwurzeln

Wie geht das?

$$(10a + b)^2 = 100 \cdot a^2 + 2 \cdot 10 \cdot a \cdot b + b^2$$

Logarithmen ohne Hilfsmittel

Robert Geretschläger, robert@ rgeretschlaeger.com

Welche Hilfsmittel gibt es?

Logarithmus mittels Intervallschachtelung

Quadratwurzeln

uler'sche Aethode

aylor-Reihe

Einschub: direkte Berechnung von Quadratwurzeln

Wie geht das?

$$(10a + b)^2 = 100 \cdot a^2 + 2 \cdot 10 \cdot a \cdot b + b^2$$

Logarithmen ohne Hilfsmittel

Robert Geretschläger, robert@ rgeretschlaeger.com

Welche Hilfsmittel gibt es?

mittels Intervallschachtelung

Quadratwurzeln

Euler'sche Methode

aylor-Reihe

Es gilt
$$\frac{3}{2} = \frac{6}{4} < \frac{7}{4} < \frac{8}{4} = \frac{4}{2}$$
 und $3^{\frac{7}{4}} = \sqrt{3^{\frac{7}{2}}} = \sqrt{\sqrt{3^7}} \approx 6,84$ und somit

$$3^{\frac{7}{4}} \approx 6,84 < 7 < 9 = 3^2 \iff \frac{7}{4} < \log_3 7 < 2 = \frac{8}{4}.$$

Logarithmen ohne Hilfsmittel

Robert Geretschläger, robert@ rgeretschlaeger.com

Welche Hilfsmitte gibt es?

Logarithmus mittels Intervallschachtelung

Quadratwurzeln

Methode

Taylor-Reihe

Es gilt
$$\frac{3}{2}=\frac{6}{4}<\frac{7}{4}<\frac{8}{4}=\frac{4}{2}$$
 und $3^{\frac{7}{4}}=\sqrt{3^{\frac{7}{2}}}=\sqrt{\sqrt{3^7}}\approx 6,84$

und somit

$$3^{\frac{7}{4}} \approx 6,84 < 7 < 9 = 3^2 \iff \frac{7}{4} < \log_3 7 < 2 = \frac{8}{4}.$$

Es gilt
$$\frac{7}{4} = \frac{14}{8} < \frac{15}{8} < \frac{16}{8} = \frac{8}{4}$$
 und $3^{\frac{15}{8}} = \approx 7,84$, und somit

$$3^{\frac{7}{4}} \approx 6,84 < 7 < 7,84 \approx 3^{\frac{15}{8}} \iff \frac{7}{4} < \log_3 7 < 2 = \frac{15}{8}.$$

Logarithmen ohne Hilfsmittel

Robert Geretschläger, robert@ rgeretschlaeger.com

Welche Hilfsmittel gibt es?

Logarithmus mittels Intervallschachtelung

Quadratwurzeln

uler'sche lethode

aylor-Reihe

Es gilt
$$\frac{3}{2} = \frac{6}{4} < \frac{7}{4} < \frac{8}{4} = \frac{4}{2}$$
 und $3^{\frac{7}{4}} = \sqrt{3^{\frac{7}{2}}} = \sqrt{\sqrt{3^7}} \approx 6,84$

und somit

$$3^{\frac{7}{4}} \approx 6,84 < 7 < 9 = 3^2 \iff \frac{7}{4} < \log_3 7 < 2 = \frac{8}{4}.$$

Es gilt
$$\frac{7}{4} = \frac{14}{8} < \frac{15}{8} < \frac{16}{8} = \frac{8}{4}$$
 und $3^{\frac{15}{8}} = \approx 7,84$, und somit

$$3^{\frac{7}{4}} \approx 6,84 < 7 < 7,84 \approx 3^{\frac{15}{8}} \iff \frac{7}{4} < \log_3 7 < 2 = \frac{15}{8}.$$

Wie geht's weiter?

Logarithmen ohne Hilfsmittel

Robert Geretschläger, robert@ rgeretschlaeger.com

Welche Hilfsmittel gibt es?

Logarithmus mittels Intervallschachtelung

Quadratwurzeln

uler'sche lethode

aylor-Reihe

$$3^{\frac{29}{16}} \approx 7,32 \Rightarrow \frac{7}{4} < \log_3 7 < \frac{29}{16}.$$

Logarithmen ohne Hilfsmittel

Robert Geretschläger, robert@ rgeretschlaeger.com

Welche Hilfsmitte gibt es?

Logarithmus mittels Intervallschachtelung

Quadratwurzeln

Euler'sche Methode

Tavlor-Reihe

$$3^{\frac{29}{16}}\approx 7,32\Rightarrow \frac{7}{4}<\log_37<\frac{29}{16}.$$

$$3^{\frac{57}{32}} \approx 7,07 \Rightarrow \frac{7}{4} < \log_3 7 < \frac{57}{32}.$$

Logarithmen ohne Hilfsmittel

Robert Geretschläger, robert@ rgeretschlaeger.com

Welche Hilfsmitte gibt es?

Logarithmus mittels Intervallschachtelung

Quadratwurzeln

Euler'sche

Taylor-Reihe

$$3^{\frac{29}{16}} \approx 7,32 \Rightarrow \frac{7}{4} < \log_3 7 < \frac{29}{16}.$$

$$3^{\frac{57}{32}} \approx 7,07 \Rightarrow \frac{7}{4} < \log_3 7 < \frac{57}{32}.$$

$$3^{\frac{113}{64}}\approx 6,96 \Rightarrow \frac{113}{64} < \log_3 7 < \frac{57}{32}.$$

Logarithmen ohne Hilfsmittel

Robert Geretschläger, robert@ rgeretschlaeger.com

Welche Hilfsmitte gibt es?

Logarithmus mittels Intervallschachtelung

Quadratwurzeln

Euler'sche Methode

Taylor-Reihe

$$3^{\frac{29}{16}} \approx 7,32 \Rightarrow \frac{7}{4} < \log_3 7 < \frac{29}{16}.$$

$$3^{\frac{57}{32}} \approx 7,07 \Rightarrow \frac{7}{4} < \log_3 7 < \frac{57}{32}.$$

$$3^{\frac{113}{64}} \approx 6,96 \Rightarrow \frac{113}{64} < \log_3 7 < \frac{57}{32}.$$

$$3^{\frac{227}{128}} \approx 7,01 \Rightarrow \frac{113}{64} < \log_3 7 < \frac{227}{128},\dots$$

Logarithmen ohne Hilfsmittel

Robert Geretschläger, robert@ rgeretschlaeger.com

Welche Hilfsmittel gibt es?

Logarithmus mittels Intervallschachtelung

Quadratwurzeln

Euler'sche Methode

aylor-Reihe

$$3^{\frac{29}{16}} \approx 7,32 \Rightarrow \frac{7}{4} < \log_3 7 < \frac{29}{16}.$$

$$3^{\frac{57}{32}} \approx 7,07 \Rightarrow \frac{7}{4} < \log_3 7 < \frac{57}{32}.$$

$$3^{\frac{113}{64}} \approx 6,96 \Rightarrow \frac{113}{64} < \log_3 7 < \frac{57}{32}.$$

$$3^{\frac{227}{128}} \approx 7,01 \Rightarrow \frac{113}{64} < \log_3 7 < \frac{227}{128},\dots$$

$$\Rightarrow \frac{113}{64} = 1,765625 < \log_3 7 < 1,7734375 = \frac{227}{128}$$

Logarithmen ohne Hilfsmittel

Robert Geretschläger, robert@ rgeretschlaeger.com

Welche Hilfsmittel gibt es?

Logarithmus mittels Intervallschachtelung

Quadratwurzeln

Euler'sche Methode

Taylor-Reihe

$$3^{\frac{29}{16}} \approx 7,32 \Rightarrow \frac{7}{4} < \log_3 7 < \frac{29}{16}.$$

$$3^{\frac{57}{32}} \approx 7,07 \Rightarrow \frac{7}{4} < \log_3 7 < \frac{57}{32}.$$

$$3^{\frac{113}{64}} \approx 6,96 \Rightarrow \frac{113}{64} < \log_3 7 < \frac{57}{32}.$$

$$3^{\frac{227}{128}} \approx 7,01 \Rightarrow \frac{113}{64} < \log_3 7 < \frac{227}{128},\dots$$

$$\Rightarrow \quad \frac{113}{64} = 1,765625 < \log_3 7 < 1,7734375 = \frac{227}{128}$$

$$\Rightarrow \log_3 7 = 1,76\dots \text{ oder } \log_3 7 = 1,77\dots$$

Logarithmen ohne Hilfsmittel

Robert Geretschläger, robert@ rgeretschlaeger.com

Welche Hilfsmittel gibt es?

Logarithmus mittels Intervallschachtelung

Quadratwurzeln

uler'sche

aylor-Reihe

Geht das ohne Quadratwurzeln?

Ja.

Logarithmen ohne Hilfsmittel

Robert Geretschläger, robert@ rgeretschlaeger.com

Welche Hilfsmitte gibt es?

Logarithmus mittels Intervallschachtelung

Quadratwurzeln

Euler'sche Methode

avlor-Reihe

Geht das ohne Quadratwurzeln?

Ja.

$$\frac{7}{4} < \log_3 7 \iff 3^7 < 7^4 \iff 2187 < 2401$$

Logarithmen ohne Hilfsmittel

Robert Geretschläger, robert@ rgeretschlaeger.com

Welche Hilfsmitte gibt es?

Logarithmus mittels Intervallschachtelung

Quadratwurzeln

Euler'sche

Tavlor-Reihe

Geht das ohne Quadratwurzeln?

Ja.

$$\frac{7}{4} < \log_3 7 \iff 3^7 < 7^4 \iff 2187 < 2401$$

$$\log_3 7 < \frac{227}{128} \iff 7^{128} < 3^{227}$$

nett, aber

$$7^{128} \approx 1,4878 \cdot 10^{108} \quad \text{und} \quad 3^{227} \approx 2,0255 \cdot 10^{108}$$

Logarithmen ohne Hilfsmittel

Robert Geretschläger, robert@ rgeretschlaeger.com

Welche Hilfsmittel gibt es?

mittels Intervallschachtelung

Quadratwurzeln

uler'sche 1ethode

Taylor-Reihe

$$3^{\frac{7}{4}} = 3^{\left(\frac{3}{2} + \frac{1}{4}\right)} = 3^{\frac{3}{2}} \cdot 3^{\frac{1}{4}}$$

Logarithmen ohne Hilfsmittel

Robert Geretschläger, robert@ rgeretschlaeger.com

Welche Hilfsmitte gibt es?

Logarithmus mittels Intervallschachtelung

Quadratwurzeln

Euler'sche Aethode

Tavlor-Reihe

$$3^{\frac{7}{4}} = 3^{\left(\frac{3}{2} + \frac{1}{4}\right)} = 3^{\frac{3}{2}} \cdot 3^{\frac{1}{4}}$$

$$3^{\frac{15}{8}} = 3^{\left(\frac{7}{4} + \frac{1}{8}\right)} = 3^{\frac{7}{4}} \cdot 3^{\frac{1}{8}}$$

Logarithmen ohne Hilfsmittel

Robert Geretschläger, robert@ rgeretschlaeger.com

Welche Hilfsmitte gibt es?

mittels Intervallschachtelung

Quadratwurzeln

uler'sche Aethode

Taylor-Reihe

$$3^{\frac{7}{4}} = 3^{\left(\frac{3}{2} + \frac{1}{4}\right)} = 3^{\frac{3}{2}} \cdot 3^{\frac{1}{4}}$$

$$3^{\frac{15}{8}} = 3^{\left(\frac{7}{4} + \frac{1}{8}\right)} = 3^{\frac{7}{4}} \cdot 3^{\frac{1}{8}}$$

$$3^{\frac{29}{16}} = 3^{\left(\frac{7}{4} + \frac{1}{16}\right)} = 3^{\frac{7}{4}} \cdot 3^{\frac{1}{16}}$$

Logarithmen ohne Hilfsmittel

Robert Geretschläger, robert@ rgeretschlaeger.com

Welche Hilfsmittel gibt es?

mittels Intervallschachtelung

Quadratwurzeln

Euler'sche Methode

aylor-Reihe

$$3^{\frac{7}{4}} = 3^{\left(\frac{3}{2} + \frac{1}{4}\right)} = 3^{\frac{3}{2}} \cdot 3^{\frac{1}{4}}$$

$$3^{\frac{15}{8}} = 3^{\left(\frac{7}{4} + \frac{1}{8}\right)} = 3^{\frac{7}{4}} \cdot 3^{\frac{1}{8}}$$

$$3^{\frac{29}{16}} = 3^{\left(\frac{7}{4} + \frac{1}{16}\right)} = 3^{\frac{7}{4}} \cdot 3^{\frac{1}{16}}$$

$$3^{\frac{57}{32}} = 3^{\left(\frac{7}{4} + \frac{1}{32}\right)} = 3^{\frac{7}{4}} \cdot 3^{\frac{1}{32}}$$

usw.

Logarithmen ohne Hilfsmittel

Robert Geretschläger, robert@ rgeretschlaeger.com

Welche Hilfsmittel gibt es?

mittels Intervallschachtelung

Quadratwurzeln

Euler'sche Methode

Taylor-Reihe

feste Basis ist praktisch: $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$

Logarithmen ohne Hilfsmittel

Robert Geretschläger, robert@ rgeretschlaeger.com

Welche Hilfsmittel gibt es?

Logarithmus mittels Intervallschachtelung

Quadratwurzelr

Euler'sche Methode

avlor-Reihe

feste Basis ist praktisch: $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$



Leonhard Euler (1707-1783)

Introductio in analysin infinitorum (1748)

Logarithmen ohne Hilfsmittel

Robert Geretschläger, robert@ rgeretschlaeger.com

Welche Hilfsmittel gibt es?

Logarithmus mittels Intervallschachtelung

uadratwurzelr)

Euler'sche Methode

vlor-Reihe

ie Euler'sche

feste Basis ist praktisch: $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$



Leonhard Euler (1707-1783)

Introductio in analysin infinitorum (1748)

 $\log_{10} x =: \lg x$: Tabelle mit Basis 10 unter Benutzung von

$$\lg \sqrt{xy} = \lg(xy)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}(\lg x + \lg y).$$

Logarithmen ohne Hilfsmittel

Robert Geretschläger, robert@ rgeretschlaeger.com

Welche Hilfsmitte gibt es?

Logarithmus mittels Intervallschachtelung

Quadratwurzeln

Euler'sche Methode

ylor-Reihe

ie Euler'sche

 $\lg 5 = ?$

Logarithmen ohne Hilfsmittel

Robert Geretschläger, robert@ rgeretschlaeger.com

Welche Hilfsmittel gibt es?

Logarithmus mittels Intervallschachtelun

Quadratwurzeln

Euler'sche Methode

avlor-Reihe

$$\lg 5 = ?$$

$$\lg 1 < \lg 5 < \lg 10 \iff 0 < \lg 5 < 1$$

Logarithmen ohne Hilfsmittel

Robert Geretschläger, robert@ rgeretschlaeger.com

Welche Hilfsmitte gibt es?

Logarithmus mittels Intervallschachtelung

Quadratwurzeln

Euler'sche Methode

avlor-Reihe

$$\lg 5 = ?$$

$$\lg 1 < \lg 5 < \lg 10 \iff 0 < \lg 5 < 1$$

$$\lg \sqrt{1 \cdot 10} = \frac{1}{2} (\lg 1 + \lg 10) = 0, 5$$

Logarithmen ohne Hilfsmittel

Robert Geretschläger, robert@ rgeretschlaeger.com

Welche Hilfsmittel gibt es?

mittels Intervallschachtelung

Quadratwurzeln

Euler'sche Methode

aylor-Reihe

$$lg 5 = ?$$

$$\lg 1 < \lg 5 < \lg 10 \iff 0 < \lg 5 < 1$$

$$\lg \sqrt{1 \cdot 10} = \frac{1}{2} (\lg 1 + \lg 10) = 0, 5$$

$$\sqrt{10}\approx 3,16228\Rightarrow \lg 3,16228\approx 0,5$$

Logarithmen ohne Hilfsmittel

Robert Geretschläger, robert@ rgeretschlaeger.com

Welche Hilfsmittel gibt es?

mittels Intervallschachtelung

uadratwurzeln

Euler'sche Methode

aylor-Reihe

$$\lg 5 = ?$$

$$\lg 1 < \lg 5 < \lg 10 \iff 0 < \lg 5 < 1$$

$$\lg \sqrt{1 \cdot 10} = \frac{1}{2} (\lg 1 + \lg 10) = 0, 5$$

$$\sqrt{10} \approx 3,16228 \Rightarrow \lg 3,16228 \approx 0,5$$

$$\lg 3, 16228 < \lg 5 < \lg 10 \iff 0, 5 < \lg 5 < 1.$$

Logarithmen ohne Hilfsmittel

Robert Geretschläger, robert@ rgeretschlaeger.com

Welche Hilfsmittel gibt es?

mittels Intervallschachtelung

uadratwurzeln

Euler'sche Methode

Taylor-Reihe

$$\lg \sqrt{3,16228 \cdot 10} = \frac{1}{2} (\lg 3, 16228 + \lg 10) = \frac{1}{2} (0,5+1) = 0,75.$$

Logarithmen ohne Hilfsmittel

Robert Geretschläger, robert@ rgeretschlaeger.com

Welche Hilfsmittel gibt es?

Logarithmus mittels Intervallschachtelun

Quadratwurzelr

Euler'sche Methode

avlor-Reihe

$$\lg \sqrt{3,16228 \cdot 10} = \frac{1}{2} (\lg 3,16228 + \lg 10) = \frac{1}{2} (0,5+1) = 0,75.$$

$$\sqrt{3,16228\cdot 10}=\sqrt{31,6228}\approx 5,62342$$

Logarithmen ohne Hilfsmittel

Robert Geretschläger, robert@ rgeretschlaeger.com

Welche Hilfsmittel gibt es?

mittels Intervallschachtelung

Quadratwurzeln

Euler'sche Methode

aylor-Reihe

$$\lg\sqrt{3,16228\cdot 10} = \frac{1}{2}(\lg 3,16228 + \lg 10) = \frac{1}{2}(0,5+1) = 0,75.$$

$$\sqrt{3,16228\cdot 10}=\sqrt{31,6228}\approx 5,62342$$

 $\lg 5,62342 \approx 0,75.$

Logarithmen ohne Hilfsmittel

Robert Geretschläger, robert@ rgeretschlaeger.com

Welche Hilfsmittel gibt es?

mittels Intervallschachtelung

Quadratwurzeln

Euler'sche Methode

aylor-Reihe

$$\lg \sqrt{3,16228 \cdot 10} = \frac{1}{2} (\lg 3,16228 + \lg 10) = \frac{1}{2} (0,5+1) = 0,75.$$

$$\sqrt{3,16228\cdot 10}=\sqrt{31,6228}\approx 5,62342$$

 $\lg 5,62342 \approx 0,75.$

$$3,16228 < 5 < 5,62342 \Rightarrow 0,5 < \lg 5 < 0,75$$

Logarithmen ohne Hilfsmittel

Robert Geretschläger, robert@ rgeretschlaeger.com

Welche Hilfsmittel gibt es?

mittels Intervallschachtelung

Quadratwurzeln

Euler'sche Methode

aylor-Reihe

Die Euler'sche

$$a_{n+1} = \sqrt{a_n \cdot a_{n-k}}$$

Logarithmen ohne Hilfsmittel

Robert Geretschläger, robert@ rgeretschlaeger.com

Welche Hilfsmitte gibt es?

Logarithmus mittels Intervallschachtelung

uadratwurzelr)

Euler'sche Methode

avlor-Reihe

$$a_{n+1} = \sqrt{a_n \cdot a_{n-k}}$$

n	a_n	$\lg a_n$
0	1	0
1	10	1
2	3,16227	0,5
3	5,62341	0,75
4	4, 21696	0,625
5	4,86967	0,6875
6	5, 23299	0,71875
7	5,04806	0,70312
17	5,00000	0,69897

Logarithmen ohne Hilfsmittel

Robert Geretschläger, robert@ rgeretschlaeger.com

Welche Hilfsmittel gibt es?

mittels Intervallschachtelung

uadratwurzeln

Euler'sche Methode

aylor-Reihe



Basis $e \approx 2,7182818$ ist auch praktisch; $\log_e x =: \ln x$ schon wieder Leonhard Euler, und daher e: Euler-sche Zahl

Logarithmen ohne Hilfsmittel

Robert Geretschläger, robert@ rgeretschlaeger.com

Welche Hilfsmitte gibt es?

Logarithmus mittels Intervallschachtelun

Quadratwurzelr

uler'sche Methode

Taylor-Reihe

Basis $e \approx 2,7182818$ ist auch praktisch; $\log_e x =: \ln x$ schon wieder Leonhard Euler, und daher e: Euler-sche Zahl

$$\ln x = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{(x-1)^n}{n}.$$

gilt für $x \in (0; 2)$

Logarithmen ohne Hilfsmittel

Robert Geretschläger, robert@ rgeretschlaeger.com

Welche Hilfsmittel gibt es?

Logarithmus mittels Intervallschachtelung

Quadratwurzeln

uler'sche lethode

Taylor-Reihe

Basis $e \approx 2,7182818$ ist auch praktisch; $\log_e x =: \ln x$ schon wieder Leonhard Euler, und daher e: Euler-sche Zahl

$$\ln x = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{(x-1)^n}{n}.$$

gilt für $x \in (0; 2)$

$$\ln 1, 1 = \frac{1, 1 - 1}{1} - \frac{(1, 1 - 1)^2}{2} + \frac{(1, 1 - 1)^3}{3} - \frac{(1, 1 - 1)^4}{4} + \frac{(1, 1 - 1)^5}{5} \mp \dots$$

$$= \frac{0, 1}{1} - \frac{(0, 1)^2}{2} + \frac{(0, 1)^3}{3} - \frac{(0, 1)^4}{4} + \frac{(0, 1)^5}{5} - \frac{(0, 1)^6}{6} \pm \dots$$

$$= 0, 1 - \frac{0, 01}{2} + \frac{0, 001}{3} - \frac{0, 0001}{4} + \frac{0, 00001}{5} - \frac{0, 000001}{6} \pm \dots$$

$$\approx 0, 1 - 0, 005 + 0, 000333 - 0, 000025 + 0, 000002 = 0, 095310$$

Logarithmen ohne Hilfsmittel

Robert Geretschläger, robert@ rgeretschlaeger.com

Welche Hilfsmittel gibt es?

Logarithmus mittels Intervallschachtelung

Quadratwurzeln

er'sche thode

Taylor-Reihe

Das ist fein für $x \in (0, 2)$, aber was macht man für $x \ge 2$?

Logarithmen ohne Hilfsmittel

Robert Geretschläger, robert@ rgeretschlaeger.com

Welche Hilfsmittel gibt es?

Logarithmus mittels Inter-vallschachtelung

uadratwurzeln

uler'sche Aethode

Taylor-Reihe

Das ist fein für $x \in (0, 2)$, aber was macht man für $x \ge 2$?

$$x \ge 2 \iff 0 < \frac{1}{x} \le \frac{1}{2}$$

$$\ln \frac{1}{x} = -\ln x$$

Logarithmen ohne Hilfsmittel

Robert Geretschläger, robert@ rgeretschlaeger.com

Welche Hilfsmittel gibt es?

mittels Intervallschachtelung

uadratwurzeln

Euler'sche Aethode

Taylor-Reihe

Das ist fein für $x \in (0, 2)$, aber was macht man für $x \ge 2$?

$$x \ge 2 \iff 0 < \frac{1}{x} \le \frac{1}{2}$$

$$\ln \frac{1}{x} = -\ln x$$

Wie berechnen wir am besten den Wert von e?

Logarithmen ohne Hilfsmittel

Robert Geretschläger, robert@ rgeretschlaeger.com

Welche Hilfsmittel gibt es?

mittels Intervallschachtelung

uadratwurzeln

Euler'sche Nethode

Taylor-Reihe

Berechnung von e aus der Defintion

$$e:=\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$$

Logarithmen ohne Hilfsmittel

Robert Geretschläger, robert@ rgeretschlaeger.com

Welche Hilfsmittel gibt es?

Logarithmus mittels Intervallschachtelung

Quadratwurzeln

uler'sche Aethode

avlor-Reihe

Berechnung von e aus der Defintion

$$e:=\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$$

n	$\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$
1	$(1+1)^1=2$
2	$\left(1+\frac{1}{2}\right)^2=\frac{9}{4}=2,25$
3	$\left(1+\frac{1}{3}\right)^3=\frac{64}{27}\approx 2,370$
4	$\left(1+\frac{1}{4}\right)^4\approx 2,441$
5	$\left(1+\frac{1}{5}\right)^5\approx 2,488$
10	$\left(1+\frac{1}{10}\right)^{10}\approx 2,594$
100	$\left(1+\frac{1}{100}\right)^{100}\approx 2,705$
1000	$\left(1+\frac{1}{1000}\right)^{1000} \approx 2,717$

Logarithmen ohne Hilfsmittel

Robert Geretschläger, robert@ rgeretschlaeger.com

Welche Hilfsmittel gibt es?

mittels Intervallschachtelung

uadratwurzeln

ıler'sche ethode

aylor-Reihe

Berechnung von e mit Hilfe einer Potenzreihe

$$e^{x} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{n}}{n!}$$

Logarithmen ohne Hilfsmittel

Robert Geretschläger, robert@ rgeretschlaeger.com

Welche Hilfsmitte gibt es?

Logarithmus mittels Intervallschachtelung

Quadratwurzeln

uler'sche

avlor-Reihe

Berechnung von e mit Hilfe einer Potenzreihe

$$e^{x} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{n}}{n!}$$

$$e=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n!}.$$

Logarithmen ohne Hilfsmittel

Robert Geretschläger, robert@ rgeretschlaeger.com

Welche Hilfsmittel gibt es?

Logarithmus mittels Intervallschachtelung

Quadratwurzeln

uler'sche

avlor-Reihe

Berechnung von e mit Hilfe einer Potenzreihe

$$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$$

$$e=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n!}.$$

$$e = \frac{1}{0!} + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \frac{1}{5!} + \frac{1}{6!} + \frac{1}{7!} + \dots$$

$$= \frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{24} + \frac{1}{120} + \frac{1}{720} + \frac{1}{5040} + \dots$$

$$\approx 1 + 1 + 0, 5 + 0, 16667 + 0, 04167 + 0, 00833 + 0, 00139 + 0, 00020$$

$$= 2,71808.$$

Logarithmen ohne Hilfsmittel

Robert Geretschläger, robert@ rgeretschlaeger.com

Welche Hilfsmittel gibt es?

mittels Intervallschachtelung

(uadratwurzeln

ler'sche ethode

aylor-Reihe

$$e = \frac{1}{2} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+1}{n!},$$

$$e = 2 \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{3 - 4n^2}{(2n+1)!}$$

und

$$e = 3 - \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n!(n-1)n}.$$

$$e = 3 - \frac{1}{4} - \frac{1}{36} - \frac{1}{288} - \frac{1}{2400} - \frac{1}{21600} - \frac{1}{211680} - \frac{1}{2257920} - \dots$$

$$\approx 3 - 0, 25 - 0, 0277778 - 0, 0034722 - 0, 0004167 - 0, 0000463 - \dots$$

$$= 2,7182819.$$

Logarithmen ohne Hilfsmittel

Robert Geretschläger, robert@ rgeretschlaeger.com

Welche Hilfsmittel gibt es?

mittels Intervallschachtelung

Quadratwurze

ller'sche ethode

Taylor-Reihe

$$e = 2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{6 + \dots}}}}}}}}$$

Logarithmen ohne Hilfsmittel

Robert Geretschläger, robert@ rgeretschlaeger.com

Welche Hilfsmittel gibt es?

mittels Intervallschachtelung

Quadratwurzeln

uler'sche Aethode

Tavlor-Reihe

$$e \approx 2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1}}}}$$

$$= 2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}}$$

$$= 2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{5}{2}}}$$

$$= 2 + \frac{1}{1 + \frac{2}{5}}$$

$$= 2 + \frac{5}{7}$$

$$\approx 2.71428.$$

Logarithmen ohne Hilfsmittel

Robert Geretschläger, robert@ rgeretschlaeger.com

Welche Hilfsmittel gibt es?

mittels Intervallschachtelung

Quadratwurzeln

uler'sche lethode

Taylor-Reihe

$$e = 1 + \frac{2}{1 + \frac{1}{6 + \frac{1}{10 + \frac{1}{14 + \frac{1}{18 + \frac{1}{22 + \frac{1}{26 + \dots}}}}}}}$$

Logarithmen ohne Hilfsmittel

Robert Geretschläger, robert@ rgeretschlaeger.com

Welche Hilfsmitte gibt es?

mittels Intervallschachtelung

uadratwurzeln

uler'sche Aethode

avlor-Reihe

$$e = 1 + rac{2}{1 + rac{1}{6 + rac{1}{10 + rac{1}{14 + rac{1}{18 + rac{1}{12 + rac{1}{24 + rac{1}{10 + rac{1}{10$$

$$e = 2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{2}{3 + \frac{2}{4 + \frac{4}{5 + \frac{6}{6 + \frac{6}{7}}}}}}}$$

Logarithmen ohne Hilfsmittel

Robert Geretschläger, robert@ rgeretschlaeger.com

Welche Hilfsmitte gibt es?

mittels Intervallschachtelung

uadratwurzeln

Euler'sche Methode

Taylor-Reihe

https://mathematikmachtfreunde.univie.ac.at/

Logarithmen ohne Hilfsmittel

Robert Geretschläger, robert@ rgeretschlaeger.com

Welche Hilfsmittel gibt es?

Logarithmus mittels Intervallschachtelung

uadratwurzeln

uler'sche lethode

aylor-Reihe

https://mathematikmachtfreunde.univie.ac.at/

http://www.rgeretschlaeger.com/

Logarithmen ohne Hilfsmittel

Robert Geretschläger, robert@ rgeretschlaeger.com

Welche Hilfsmittel gibt es?

mittels Intervallschachtelung

uadratwurzeln

Euler'sche Methode

aylor-Reihe

```
https://mathematikmachtfreunde.univie.ac.at/
```

http://www.rgeretschlaeger.com/

robert@rgeretschlaeger.com

Logarithmen ohne Hilfsmittel

Robert Geretschläger, robert@ rgeretschlaeger.com

Welche Hilfsmittel gibt es?

mittels Intervallschachtelung

uadratwurzeln

Euler'sche

avlor-Reihe

```
https://mathematikmachtfreunde.univie.ac.at/
```

http://www.rgeretschlaeger.com/

robert@rgeretschlaeger.com

Danke für die Aufmerksamkeit!

Logarithmen ohne Hilfsmittel

Robert Geretschläger, robert@ rgeretschlaeger.com

Welche Hilfsmittel gibt es?

mittels Intervallschachtelung

uadratwurzeln

Euler'sche Nethode

aylor-Reihe