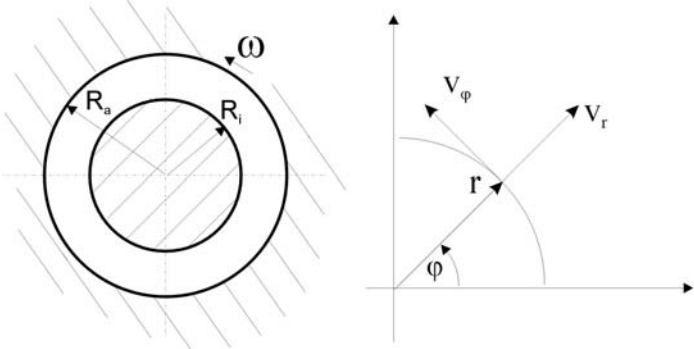


Laminare Strömungen - Fortsetzung

1. Aufgabe:

Es soll die stationäre laminare Strömung einer inkompressiblen Newtonschen Flüssigkeit (Dichte ρ , dynamische Zähigkeit μ) im Spalt zwischen zwei langen konzentrischen Zylindern untersucht werden. Die Anordnung geht aus der Skizze hervor.



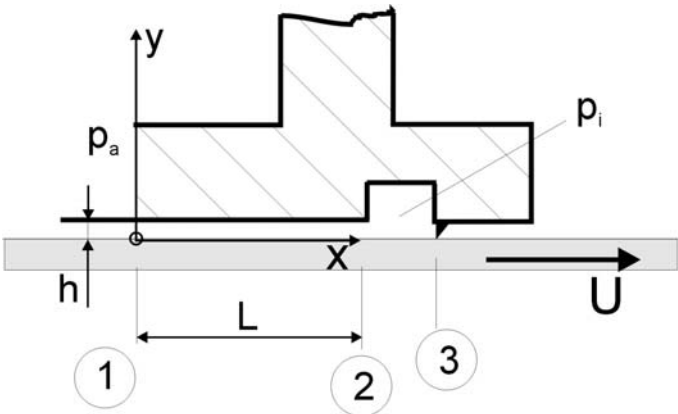
Der innere Zylinder (Radius R_i) steht still und der äußere Zylinder (Radius R_a) rotiert mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit ω . Unter der Voraussetzung, dass die Zylinder sehr lang sind, kann die Strömung als zweidimensional (r, φ) betrachtet werden, wobei v_r die Radialgeschwindigkeit und v_φ die Umfangsgeschwindigkeit bezeichnen.

Das beschriebene Problem soll ausgehend von der Kontinuitätsgleichung und den Navier-Stokes-Gleichungen in Zylinderkoordinaten untersucht werden.

- a) Welche Terme verschwinden in den Grundgleichungen unter der Voraussetzung, dass die Strömung in Umfangsrichtung als ausgebildet betrachtet werden kann?
- b) Bestimmen Sie aus der vereinfachten Kontinuitätsgleichung die Verteilung der Radialkomponente der Geschwindigkeit $v_r(r)$.
- c) Vereinfachen Sie mit dem Ergebnis von Frage b) die beiden Impulsgleichungen.
- d) Bestimmen Sie aus einer der beiden Impulsgleichungen die Verteilung der Umfangsgeschwindigkeit $v_\varphi(r)$.
- e) Berechnen Sie mit dem Ergebnis von Frage d) die radiale Druckverteilung $p(r) - p_i$, wobei p_i den Druck an der Stelle $r = R_i$ bedeutet.

2. Aufgabe:

Es soll die stationäre, laminare Strömung einer inkompressiblen Newtonschen Flüssigkeit (Dichte ρ , dynamische Zähigkeit μ) in einem ebenen Gleitlager untersucht werden. Dieses Gleitlager besteht aus einer ebenen Wand (Stützebene), die mit der konstanten Geschwindigkeit U in x -Richtung bewegt wird, und einem ruhenden Gleitschuh (repräsentativ für ein gelagertes Maschinenteil), wie in der folgenden Abbildung skizziert:



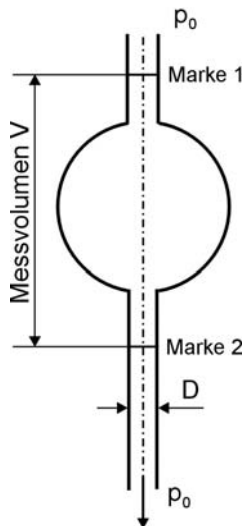
Der linke Teil des Gleitschuhes bildet mit der Stützebene einen Spalt von der Länge L und konstanter Höhe h . An der Stelle „2“ mündet der Spalt in eine Kammer, die an der Stelle „3“ durch eine Dichtlippe gegen die bewegte Stützebene vollkommen abgedichtet ist. An der Stelle „1“ wirkt der Außendruck p_a auf den Schmierfilm, und in der Kammer (damit auch an der Stelle „2“) herrscht der Innendruck p_i , der vorerst noch unbekannt ist.

Voraussetzungen: Die Strömung ist stationär und kann im Spalt über die gesamte Länge L als laminar und ausgebildet betrachtet werden. Dieser Strömungszustand stellt sich kurze Zeit nach Beginn des Bewegungsvorganges ein, und nur dieser soll im Weiteren betrachtet werden.

- a) Durch das Haften der Flüssigkeit an der bewegten Ebene wird an der Stelle „2“ im unteren Teil des Spaltes Schmiermittel in die Kammer gefördert. Wie muss die Strömung daher aus Kontinuitätsgründen wegen der völligen Abdichtung gegen die Stützebene an der Stelle „3“ im oberen Teil des Spaltes gerichtet sein? Skizzieren Sie qualitativ das Geschwindigkeitsprofil im Spalt, das sich aufgrund dieser Bedingung einstellen wird.
- b) Auf welche Form reduzieren sich die differentiellen Grundgleichungen für die Erhaltung von Masse und Impuls für die beschriebene Strömung unter den getroffenen Voraussetzungen?
- c) Berechnen Sie aus der Kontinuitätsgleichung die Geschwindigkeitskomponente v .
- d) Wie reduzieren sich die Impulsgleichungen mit dem Ergebnis von Frage c)?
- e) Berechnen Sie die Geschwindigkeitsverteilung $u(y)$ als Funktion des Druckgradienten $\partial p/\partial x$ in Hauptströmungsrichtung.
- f) Berechnen Sie den Druckgradienten $\partial p/\partial x$ als Funktion des Durchflussvolumens, bestimmen Sie damit aus dem Ergebnis von Frage e) $u(y)$, und berechnen Sie den Druckverlauf $p(x)$ im Spalt.
- g) Berechnen Sie den Druck p_i in der Kammer.

3. Aufgabe - Zusatzaufgabe:

Der prinzipielle Aufbau eines „Kapillarviskosimeters“ besteht aus einem dünnen Röhrchen – der Kapillare (Durchmesser D) - und zwei Behältern, die über die Kapillare verbunden sind. Konstruktiv stehen sowohl der untere wie auch der obere Behälter mit dem Aussendruck p_0 in Verbindung, so dass die Strömung rein durch die Schwerkraft getrieben wird (kein treibender Druckgradient $\partial p/\partial x$).



Zu Messzwecken werden die Kapillare und der obere Behälter mit der zu prüfenden Flüssigkeit gefüllt. Nach Beginn des Strömungsvorganges wird die Zeit gestoppt, die vergeht, bis das genau definierte Messvolumen ausgelaufen ist (Durchgang des Meniskus durch zwei Messmarken). Der Durchmesser der Kapillare ist so gering, dass die Strömung sicher laminar ist.

Aus dem bekannten Messvolumen V und der ermittelten Auslaufzeit Δt kann die kinematische Viskosität ν der Flüssigkeit daraus über eine Beziehung $\nu = K \Delta t$ berechnet werden, wobei K als Gerätekonstante bezeichnet wird.

Bestimmen Sie die Gerätekonstante als Funktion der geometrischen Daten und der Größe des Messvolumens V . In der nebenstehenden Skizze sind der obere Behälter, die Messmarken und die Kapillare schematisch dargestellt.