

1. Aufgabe *Wiederholung aus der Mathematik*

Für die mathematische Beschreibung von Strömungsvorgängen sind die nachfolgend behandelten mathematischen Grundlagen aus der Vektoralgebra, der Vektoranalysis und der komplexen Zahlen wichtig.

Bearbeiten Sie diese wie folgt:

- a) Geben Sie die Definitionsgleichung für den Gradienten eines skalaren Feldes an. Berechnen Sie den Gradientenvektor am Beispiel der skalaren Funktion $f(x,y,z)=2x+yz-3y^2$.
- b) Wie ist die Divergenz eines Vektorfeldes definiert? Wie kann man diese symbolisch mit dem Operator „Nabla“ (∇) anschreiben? Berechnen Sie $\text{div } \vec{v}$ am Beispiel des Vektorfeldes $\vec{v} = \begin{pmatrix} 3xz \\ 2xy \\ -y^2z \end{pmatrix}$. Welchen Differentialoperator erhalten Sie, wenn Sie die Operation „Divergenz“ auf den Gradientenvektor eines skalaren Feldes anwenden?
- c) Wie ist die Rotation eines Vektorfeldes als äußeres Produkt zweier Vektoren definiert? Ist die Rotation des Vektorfeldes eine skalare oder eine vektorielle Größe? Berechnen Sie als Beispiel die Rotation des Vektorfeldes $\vec{v} = \begin{pmatrix} yz \\ 3zx \\ z \end{pmatrix}$. Welches Ergebnis erhalten Sie, wenn das Vektorfeld der Gradient eines skalaren Feldes ist?
- d) Bestimmen Sie, ob die folgenden Strömungsfelder drehungsfrei sind, d.h. ihre Rotation null ist: $\vec{v}_1 = (0, z^2, 0)$ und $\vec{v}_2 = \left(-\frac{y}{4}, 4x, 0\right)$.
- e) Gegeben seien die beiden komplexen Zahlen $z_1 = 3 + 4i$ und $z_2 = 1 - 2i$. Berechnen Sie $z_1 + z_2$, $z_1 - z_2$, $z_1 \cdot z_2$ und $\frac{z_1}{z_2}$. Stellen Sie z_1 und z_2 in der Polarform dar und berechnen Sie das Argument von z_1 und z_2 .