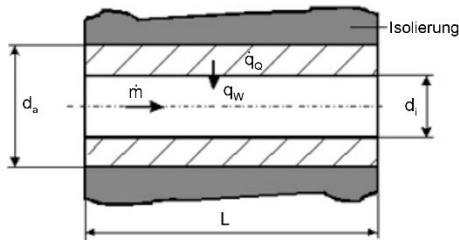


*Konvektiver Wärmetransport 2*

1. Aufgabe:



Ein Heizsystem für Wasser besteht aus einem dickwandigen Metallrohr mit den Durchmessern  $d_a$  und  $d_i$ . Zur Verhinderung von Wärmeverlusten ist das Rohr an der Außenseite sehr gut (Annahme: perfekt) isoliert. Die Rohrwand wird durch elektrischen Strom aufgeheizt, was als eine gleichmäßig verteilte Wärmequelle der Stärke  $\dot{q}_Q$  berücksichtigt werden kann.

Durch das Rohr fließt Wasser mit einem Massenstrom  $\dot{m}$ , und die Strömung kann als hydraulisch und thermisch ausgebildet betrachtet werden. Die mittlere Eintrittstemperatur des Wassers  $T_{m, \text{ein}}$  ist bekannt. Am Austritt soll eine mittlere Temperatur  $T_{m, \text{aus}}$  erreicht werden. Aufgrund der gleichmäßigen Wärmeerzeugung kann über die gesamte Länge konstante Wärmestromdichte  $q_w$  angenommen werden.

- Berechnen Sie die notwendige Länge  $L$  des Rohres, um die geforderte mittlere Austrittstemperatur zu erreichen?
- Berechnen Sie die Wandwärmestromdichte  $q_w$ .
- Berechnen Sie den Verlauf der Wandtemperatur  $T_{wi}(x)$  an der Innenseite des Rohres in Abhängigkeit von der mittleren Fluidtemperatur  $T_m(x)$ .
- Aus Messungen ist die Temperatur auf der Innenseite des Rohres am Austritt  $T_{wi}(L) = 70^\circ\text{C}$  bekannt. Berechnen Sie damit die Wärmeübergangszahl  $\alpha$  und die Innentemperatur des Rohres am Anfang ( $x=0$ ).
- Bestimmen Sie den Strömungszustand im Rohr – laminare oder turbulente Strömung.
- Ermitteln Sie aus der für  $q_w = \text{konstant}$  und den herrschenden Strömungszustand gültigen Beziehung für die Nusselt-Zahl die Wärmeübergangszahl und vergleichen Sie das Ergebnis mit dem unter d) erhaltenen Wert.

Hinweis: Verwenden Sie die Stoffwerte für den arithmetischen Mittelwert der mittleren Fluidtemperatur zwischen Ein- und Austritt.

**Zahlenwerte:**  $T_{m, \text{ein}} = 20^\circ\text{C}$   $T_{m, \text{aus}} = 60^\circ\text{C}$   $d_a = 40\text{ mm}$   $d_i = 20\text{ mm}$   $\dot{q}_Q = 10^6\text{ W/m}^3$   $\dot{m} = 0,1\text{ kg/s}$

2. Aufgabe:

Eine unisolierte Versorgungsleitung für Wasser (Durchmesser  $D$ ) muss über eine gewisse Strecke frei verlegt werden. Im Sommer heizt sich das strömende Wasser dabei stark auf. An jener Stelle, wo die Leitung wieder im Erdreich verlegt werden kann ( $x=0$ ), hat das Wasser eine mittlere Temperatur  $T_{m, \text{ein}}$  erreicht. Die Länge des Rohres bis zum nächsten Abnehmer beträgt  $L$ . Aufgrund der Verlegung im Erdreich kann davon ausgegangen werden, dass die Rohrwand eine konstante Temperatur  $T_w$  annimmt, und wegen der großen Rohrlänge kann hydraulisch und thermisch ausgebildete Strömung vorausgesetzt werden.

- Berechnen Sie den Verlauf der mittleren Temperatur  $T_m(x)$  des Wassers allgemein.
- Ermitteln Sie, ob im Rohr laminare oder turbulente Strömung vorliegt.
- Berechnen Sie die für die gegebenen Verhältnisse relevante Wärmeübergangszahl  $\alpha$ .
- Berechnen Sie die Temperatur  $T_{m, \text{aus}}$ , mit der das Wasser bei  $x=L$  abgenommen werden kann.
- Als erste Schätzung wurden die Stoffwerte bei  $T = T_{m, \text{ein}} = 45^\circ\text{C}$  ermittelt. Prüfen Sie nachträglich grob, ob diese Annahme zulässig ist.

**Zahlenwerte:**  $T_{m, \text{ein}} = 45^\circ\text{C}$   $T_w = 20^\circ\text{C}$   $D = 12,5\text{ cm}$   $\dot{V} = 0,125\text{ l/s}$   $L = 100\text{ m}$

3. Aufgabe:

Heiße Luft (Massenstrom  $\dot{m}$ ,  $p = 1 \text{ bar}$ ) strömt durch ein unisoliertes dünnwandiges Metallrohr. Am Eintritt des Rohres hat die Luft die mittlere Temperatur  $T_{m, \text{ein}}$ . Das Rohr ist in einem Bereich verlegt, wo die Umgebungstemperatur den Wert  $T_\infty$  hat. Durch Konvektion mit konstanter Wärmeübergangszahl  $\alpha_a$  wird Wärme nach außen abgeführt, und die strömende Luft kühlt auf einer Länge  $L$  auf die mittlere Austrittstemperatur  $T_{m, \text{aus}}$  ab.

- a) Berechnen Sie den gesamten abgegebenen Wärmestrom  $Q$ .
- b) Ermitteln Sie den Strömungszustand im Rohr – laminar oder turbulent.
- c) Ermitteln Sie, ob am Rohrende von ausgebildeter Strömung ausgegangen werden kann.
- d) Berechnen Sie für  $x=L$  die lokale Wärmeübergangszahl  $\alpha_i(L)$  auf der Innenseite des Rohres und die Wärmedurchgangszahl, wobei der Wärmeleitwiderstand des Rohres vernachlässigt werden kann.
- e) Berechnen Sie damit weiter die lokale Wärmestromdichte  $q_w(L)$  und damit weiter die Temperatur der Rohrwand bei  $x=L$ .
- f) Prüfen Sie, ob im vorliegenden Fall konstante Wandtemperatur  $T_w$  oder konstanter Wandwärmestromdichte  $q_w$  vorliegen. Hinweis: Ermitteln Sie für beide möglichen Randbedingungen jeweils den gesamten übergehenden Wärmestrom ausgehend von jenen Werten, die für das Rohrende bei  $x=L$  berechnet wurden.

Hinweis: Zur Beantwortung von a) sollen die Stoffwerte bei  $T_m = 90^\circ\text{C}$  ermittelt werden. Zur Beantwortung aller anderen Fragen sind die Stoffwerte bei  $T_{m, \text{aus}}$  zu ermitteln.

**Zahlenwerte:**

$$T_{m, \text{ein}} = 103^\circ\text{C} \quad T_\infty = 0^\circ\text{C} \quad D = 15 \text{ cm} \quad L = 5 \text{ m} \quad \dot{m} = 0,05 \text{ kg/s} \quad \alpha_a = 13,5 \text{ W/m}^2\text{K}$$

$$T_{m, \text{aus}} = 77^\circ\text{C}$$

4. Aufgabe - Zusatzaufgabe:

Zur Bereitung von Heißwasser in Solaranlagen wird oft die einfallende Sonnenstrahlung durch Reflektoren konzentriert, wobei ein wasserführendes dünnwandiges Metallrohr mit dem Durchmesser  $D$  im Brennpunkt des Reflektors angeordnet ist. Dabei kann davon ausgegangen werden, dass die Wärmestromdichte  $q_s$  der einfallenden Sonnenstrahlung konstant ist. Dieses System kann vereinfacht als gleichförmige Beheizung der gesamten Rohroberfläche mit konstanter Wärmestromdichte dargestellt werden.

- a) Berechnen Sie für einen gegebenen Massenstrom  $\dot{m}$  des Wassers die notwendige Länge  $L$  des Rohres, um das Wasser von einer mittleren Eintrittstemperatur  $T_{m, \text{ein}}$  auf eine geforderte mittlere Austrittstemperatur zu erwärmen. Ausgebildete Strömung kann dabei vorausgesetzt werden.
- b) Bestimmen Sie den Strömungszustand im Rohr – laminar oder turbulent – und prüfen Sie anhand der Beziehung

$$\frac{x_E}{D} = 0,05 Re_D Pr ,$$

ob die Annahme thermisch entwickelter Strömung gerechtfertigt ist.

- c) Bestimmen Sie aus der für die vorliegenden Verhältnisse relevanten Beziehung für die Nusselt-Zahl die Wärmeübergangszahl  $\alpha$ .
- d) Berechnen Sie die Temperatur der Rohrwand am Anfang und am Ende des beheizten Rohres.

Hinweis: Bestimmen Sie die Stoffwerte für eine mittlere Fluidtemperatur, die dem arithmetischen Mittel zwischen Ein- und Austritt entspricht.

**Zahlenwerte:**  $T_{m, \text{ein}} = 20^\circ\text{C}$   $T_{m, \text{aus}} = 80^\circ\text{C}$   $D = 60 \text{ mm}$   $\dot{m} = 0,01 \text{ kg/s}$   $q_s = 2000 \text{ W/m}^2$