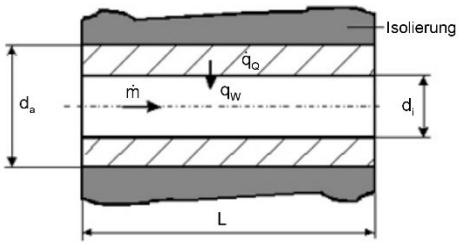
Institut für Strömungslehre und Wärmeübertragung
Technische Universität Graz
Strömungslehre und Wärmeübertragung I, UE (LV 321.101)
SS 2025 15. Übungsblatt

Konvektiver Wärmetransport 2

1. Aufgabe:



Ein Heizsystem für Wasser besteht aus einem dickwandigen Metallrohr mit den Durchmessern d_a und d_i. Zur Verhinderung von Wärmeverlusten ist das Rohr an der Außenseite sehr gut (Annahme: perfekt) isoliert. Die Rohrwand wird durch elektrischen Strom aufgeheizt, was als eine gleichmäßig verteilte Wärmequelle der Stärke $\dot{q}_Q$ berücksichtigt werden kann.

Durch das Rohr fließt Wasser mit einem Massenstrom $\dot{m}$, und die Strömung kann als hydraulisch und thermisch ausgebildet betrachtet werden. Die mittlere Eintrittstemperatur des Wassers $T_{m,\,ein}$ ist bekannt. Am Austritt soll eine mittlere Temperatur $T_{m,\,aus}$ erreicht werden. Aufgrund der gleichmäßigen Wärmeerzeugung kann über die gesamte Länge konstante Wärmestromdichte q_W angenommen werden.

a) Berechnen Sie die notwendige Länge L des Rohres, um die geforderte mittlere Austrittstemperatur zu erreichen?

b) Berechnen Sie die Wandwärmestromdichte q_W.

c) Berechnen Sie den Verlauf der Wandtemperatur $T_{wi}(x)$ an der Innenseite des Rohres in Abhängigkeit von der mittleren Fluidtemperatur $T_m(x)$.

d) Aus Messungen ist die Temperatur auf der Innenseite des Rohres am Austritt $T_{wi}(L) = 70°C$ bekannt. Berechnen Sie damit die Wärmeübergangszahl α und die Innentemperatur des Rohres am Anfang (x=0).

e) Bestimmen Sie den Strömungszustand im Rohr – laminare oder turbulente Strömung.

f) Ermitteln Sie aus der für q_W = konstant und den herrschenden Strömungszustand gültigen Beziehung für die Nusselt-Zahl die Wärmeübergangszahl und vergleichen Sie das Ergebnis mit dem unter d) erhaltenen Wert.

Hinweis: Verwenden Sie die Stoffwerte für den arithmetischen Mittelwert der mittleren Fluidtemperatur zwischen Ein- und Austritt.

Zahlenwerte: $T_{m,\,ein} = 20\ °C$ $T_{m,\,aus} = 60\ °C$ $d_a = 40\ mm$ $d_i = 20\ mm$ $\dot{q}_Q = 10^6\ W/m^3$ $\dot{m} = 0{,}1\ kg/s$

2. Aufgabe:

Eine unisolierte Versorgungsleitung für Wasser (Durchmesser D) muss über eine gewisse Strecke frei verlegt werden. Im Sommer heizt sich das strömende Wasser dabei stark auf. An jener Stelle, wo die Leitung wieder im Erdreich verlegt werden kann (x=0), hat das Wasser eine mittlere Temperatur $T_{m,\,ein}$ erreicht. Die Länge des Rohres bis zum nächsten Abnehmer beträgt L. Aufgrund der Verlegung im Erdreich kann davon ausgegangen werden, dass die Rohrwand eine konstante Temperatur T_W annimmt, und wegen der großen Rohrlänge kann hydraulisch und thermisch ausgebildete Strömung vorausgesetzt werden.

a) Berechnen Sie den Verlauf der mittleren Temperatur $T_m(x)$ des Wassers allgemein.

b) Ermitteln Sie, ob im Rohr laminare oder turbulente Strömung vorliegt.

c) Berechnen Sie die für die gegebenen Verhältnisse relevante Wärmeübergangszahl α.

d) Berechnen Sie die Temperatur $T_{m,\,aus}$, mit der das Wasser bei x=L abgenommen werden kann.

e) Als erste Schätzung wurden die Stoffwerte bei $T = T_{m,\,ein} = 45°C$ ermittelt. Prüfen Sie nachträglich grob, ob diese Annahme zulässig ist.

Zahlenwerte: $T_{m,\,ein} = 45°C$ $T_W = 20°C$ $D = 12{,}5\ cm$ $\dot{V} = 0{,}125\ l/s$ $L = 100\ m$

3. Aufgabe:

Heiße Luft (Massenstrom $\dot{m}$, p = 1 bar) strömt durch ein unisoliertes dünnwandiges Metallrohr. Am Eintritt des Rohres hat die Luft die mittlere Temperatur $T_{m,\,ein}$. Das Rohr ist in einem Bereich verlegt, wo die Umgebungstemperatur den Wert T_∞ hat. Durch Konvektion mit konstanter Wärmeübergangszahl α_a wird Wärme nach außen abgeführt, und die strömende Luft kühlt auf einer Länge L auf die mittlere Austrittstemperatur $T_{m,\,aus}$ ab.

a) Berechnen Sie den gesamten abgegebenen Wärmestrom Q.

b) Ermitteln Sie den Strömungszustand im Rohr – laminar oder turbulent.

c) Ermitteln Sie, ob am Rohrende von ausgebildeter Strömung ausgegangen werden kann.

d) Berechnen Sie für x=L die lokale Wärmeübergangszahl $\alpha_i(L)$ auf der Innenseite des Rohres und die Wärmedurchgangszahl, wobei der Wärmeleitwiderstand des Rohres vernachlässigt werden kann.

e) Berechnen Sie damit weiter die lokale Wärmestromdichte $q_W(L)$ und damit weiter die Temperatur der Rohrwand bei x=L.

f) Prüfen Sie, ob im vorliegenden Fall konstante Wandtemperatur T_W oder konstanter Wandwärmestromdichte q_W vorliegen. Hinweis: Ermitteln Sie für beide möglichen Randbedingungen jeweils den gesamten übergehenden Wärmestrom ausgehend von jenen Werten, die für das Rohrende bei x=L berechnet wurden.

Hinweis: Zur Beantwortung von a) sollen die Stoffwerte bei T_m = 90°C ermittelt werden. Zur Beantwortung aller anderen Fragen sind die Stoffwerte bei $T_{m,\,aus}$ zu ermitteln.

Zahlenwerte:

$T_{m,\,ein}$ = 103°C T_∞ = 0°C D = 15 cm L = 5 m $\dot{m}$ = 0,05 kg/s α_a = 13,5 W/m²K
$T_{m,\,aus}$ = 77°C

4. Aufgabe - Zusatzaufgabe:

Zur Bereitung von Heißwasser in Solaranlagen wird oft die einfallende Sonnenstrahlung durch Reflektoren konzentriert, wobei ein wasserführendes dünnwandiges Metallrohr mit dem Durchmesser D im Brennpunkt des Reflektors angeordnet ist. Dabei kann davon ausgegangen werden, dass die Wärmestromdichte q_S der einfallenden Sonnenstrahlung konstant ist. Dieses System kann vereinfacht als gleichförmige Beheizung der gesamten Rohroberfläche mit konstanter Wärmestromdichte dargestellt werden.

a) Berechnen Sie für einen gegebenen Massenstrom $\dot{m}$ des Wassers die notwendige Länge L des Rohres, um das Wasser von einer mittleren Einrittstemperatur $T_{m,\,ein}$ auf eine geforderte mittlere Austrittstemperatur zu erwärmen. Ausgebildete Strömung kann dabei vorausgesetzt werden.

b) Bestimmen Sie den Strömungszustand im Rohr – laminar oder turbulent – und prüfen Sie anhand der Beziehung

$$\frac{x_E}{D} = 0{,}05\, Re_D\, Pr \ ,$$

ob die Annahme thermisch entwickelter Strömung gerechtfertigt ist.

c) Bestimmen Sie aus der für die vorliegenden Verhältnisse relevanten Beziehung für die Nusselt-Zahl die Wärmeübergangszahl α.

d) Berechnen Sie die Temperatur der Rohrwand am Anfang und am Ende des beheizten Rohres.

Hinweis: Bestimmen Sie die Stoffwerte für eine mittlere Fluidtemperatur, die dem arithmetischen Mittel zwischen Ein- und Austritt entspricht.

Zahlenwerte: $T_{m,\,ein}$ = 20°C $T_{m,\,aus}$ = 80°C D = 60 mm $\dot{m}$ = 0,01 kg/s q_S = 2000 W/m²