

Konvektiver Wärmetransport I

1. Aufgabe:

Es soll die Temperaturverteilung in einer inkompressiblen Spaltströmung ohne Druckgradienten untersucht werden (ebene Couette-Strömung). Die untere Wand ist in Ruhe und hat die konstante Temperatur T_1 , während die obere Platte mit der Geschwindigkeit U_w in x-Richtung bewegt wird und auf der Temperatur T_2 gehalten wird. Die Stoffwerte des Mediums sind bekannt.

- Bestimmen Sie aus Kontinuitätsgleichung und Impulsgleichung die Geschwindigkeitsverteilung u , v im Spalt.
- Bestimmen Sie aus der thermischen Energiegleichung die Temperaturverteilung im Spalt.
- Zeigen Sie durch geeignete dimensionslose Darstellung der Temperaturverteilung, von welchen Kennzahlen die Temperaturverteilung abhängt, und skizzieren Sie die Temperaturverteilung für verschiedene Werte dieser Kennzahlen.
- Berechnen Sie die Wärmestromdichten durch beide Wände als Funktionen der Kennzahlen, damit konstante Wandtemperaturen aufrecht erhalten werden können.
- Berechnen Sie die Zahlenwerte der Wärmestromdichten durch beide Wände sowie die Maximaltemperatur im Fluid für den Fall, dass Motoröl in einem Spalt mit der Höhe h strömt.

Zahlenangaben:

$T_1 = 10^\circ\text{C}$ $h = 3 \text{ mm}$
 $T_2 = 30^\circ\text{C}$ $U_w = 10 \text{ m/s}$

Stoffwerte (bei 20°C):

$\rho = 888 \text{ kg/m}^3$ $\lambda = 0,145 \text{ W/mK}$
 $\nu = 9 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$

2. Aufgabe:

Wasserdampf mit der Temperatur T_∞ strömt mit der Geschwindigkeit U_∞ längs einer ebenen Wand (Länge L) mit der konstanten Temperatur T_w . Die längs der Wand gebildete Grenzschicht kann vom Beginn an als turbulent vorausgesetzt werden. Über die Wand soll dem Dampf pro Meter Breite der Wärmestrom Q zugeführt werden. Das Problem ist als eben zu behandeln.

Berechnen Sie die Anströmgeschwindigkeit U_∞ , die notwendig ist, um den geforderten Wärmestrom zu erreichen.

Zahlenangaben:

$T_w = 550^\circ\text{C}$ $L = 2 \text{ m}$
 $T_\infty = 450^\circ\text{C}$ $Q = 1200 \text{ W/m}$

Stoffwerte:

$\lambda = 3,39 \cdot 10^{-2} \text{ W/mK}$ $\text{Pr} = 0,998$
 $\nu = 38,7 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$

3. Aufgabe - Zusatzaufgabe:

Ein inkompressibles Fluid mit der Temperatur T_∞ strömt laminar längs einer ebenen Platte mit dem Beginn bei $x=0$. Die Anströmgeschwindigkeit sei U_∞ . Bis zum Punkt $x = x_0$ hat die Platte dieselbe Temperatur wie das Fluid. Ab $x = x_0$ wird mit konstanter Wärmestromdichte $q_w = \text{konstant}$ Wärme zugeführt. Die Geschwindigkeitsgrenzschicht entwickelt sich von der Vorderkante ab, während sich die Temperaturgrenzschicht erst ab $x = x_0$ zu entwickeln beginnt. Viskose Dissipation sei vernachlässigbar. Das Problem soll mit Hilfe einer Integralmethode untersucht werden. Für die Geschwindigkeitsverteilung kann das folgende Profil angenommen werden, wobei $\delta = \delta(x)$ die Dicke der Geschwindigkeitsgrenzschicht bedeutet:

$$\frac{u}{U_\infty} = \frac{3}{2} \frac{y}{\delta} - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{\delta} \right)^3$$

Für das Temperaturprofil kann ein Polynomansatz in folgender Form gemacht werden, wobei $\delta_T = \delta_T(x)$ die Dicke der Temperaturgrenzschicht bedeutet:

$$\frac{T - T_\infty}{T_w - T_\infty} = a + b \frac{y}{\delta_T} + c \left(\frac{y}{\delta_T} \right)^2 + d \left(\frac{y}{\delta_T} \right)^3$$

- a) Bestimmen Sie die Koeffizienten dieses Polynomansatzes aus den Randbedingungen bei $y = 0$ und $y = \delta_T$.
- b) Integrieren Sie die problemrelevante Form der Energiegleichung (analog zum Kármánschen Impulssatz) und beweisen Sie das folgende Ergebnis:

$$\frac{d}{dx} [\theta_T U_\infty (T_w - T_\infty)] = \frac{q_w}{\rho c_p} \quad \text{mit} \quad \theta_T = \int_0^{\delta_T} \frac{u}{U_\infty} \frac{T - T_\infty}{T_w - T_\infty} dy$$

Das Integral soll unter der Voraussetzung $\delta_T < \delta$ ausgewertet werden.

- c) Lösen Sie diese Gleichung und ermitteln Sie das Verhältnis δ_T/δ als Funktion von x und Pr .
- d) Berechnen Sie die örtliche Nusselt-Zahl Nu_x und die örtliche Temperaturdifferenz $T_w(x) - T_\infty$ jeweils in Abhängigkeit von x , Re_x und Pr .

Wichtiges Ergebnis für $x_0 = 0$:

$$Nu_x = \frac{\alpha \cdot x}{\lambda} = 0.4176 \sqrt{Re_x} Pr^{1/3}$$

bei konstanter Wärmestromdichte $q_w = \text{konstant}$ über die Wand