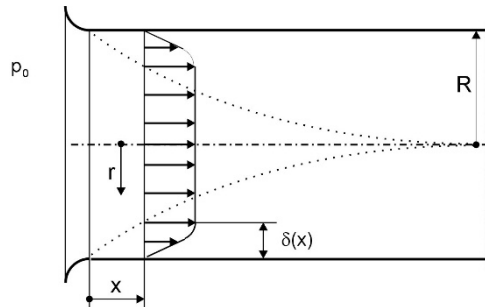


### Grenzschichten - Fortsetzung

#### 1. Aufgabe:

Es soll die Einlaufströmung in einem horizontalen Rohr (Radius  $R$ ) berechnet werden, wobei das Fluid aus einem Raum mit dem statischen Druck  $p_0$  angesaugt wird.



Es soll davon ausgegangen werden, dass die Strömung laminar ist und das Geschwindigkeitsprofil durch folgende Beziehungen angenähert werden kann:

$$u(r) = u_m \quad \text{im Kernbereich für } 0 \leq r \leq (R - \delta)$$

$$u(r) = u_m \left\{ 1 - \left[ \frac{r - (R - \delta)}{\delta} \right]^2 \right\} \quad \text{für } (R - \delta) \leq r \leq R$$

Dabei bezeichnet  $u_m$  die Geschwindigkeit im Kernbereich der Strömung außerhalb der Grenzschicht. Der statische Druck  $p$  ist überall konstant über den Querschnitt.

Unter Verwendung der Bernoulligleichung, die außerhalb der Grenzschicht gültig ist, ist die dimensionslose Druckdifferenz zu bestimmen ( $\bar{U}$  bezeichnet die volumenstromäquivalente mittlere Geschwindigkeit)

$$\frac{p_0 - p}{\frac{\rho}{2} \bar{U}^2} \quad \text{in Abhängigkeit von } \frac{\delta(x)}{R}.$$

- Bestimmen Sie die Druckdifferenz für eine beliebige Position im Rohr zwischen dem Einlaufbereich und jener Stelle, wo die Ausbildung des Geschwindigkeitsprofils erreicht wird.
- Spezialisieren Sie dieses Ergebnis für den Beginn des Rohres und jene Stelle, wo Ausbildung erreicht ist.

#### 2. Aufgabe:

Zur Annäherung der Geschwindigkeitsverteilung in turbulenten Grenzschichten wird häufig der folgende Ansatz verwendet, wobei der Exponent  $n$  eine Funktion der Reynoldszahl ist [ $n = n(Re)$ ]:

$$\frac{u}{U_\infty} = \left( \frac{y}{\delta} \right)^{\frac{1}{n}}$$

Für praktische Zwecke wird meist mit dem über einen großen Bereich der Reynoldszahl anwendbaren Wert von  $n = 7$  gerechnet.

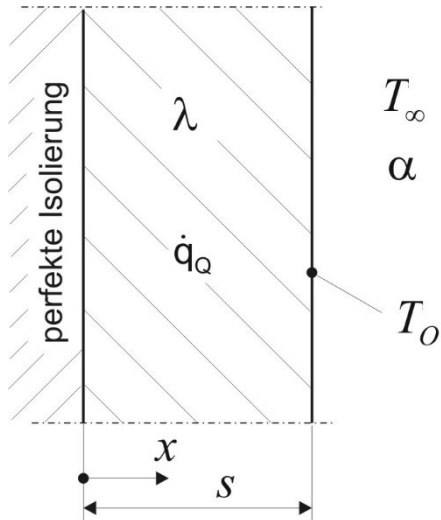
- Berechnen Sie für dieses Geschwindigkeitsprofil die Verdrängungsdicke  $\delta_1(x)$  sowie die Impulsverlustdicke  $\delta_2(x)$ .
- Mit Hilfe der folgenden empirischen Beziehung für die Wandschubspannung

$$\frac{\tau_w}{\rho U_\infty^2} = 0,0225 \left( \frac{v}{U_\infty \delta} \right)^{\frac{1}{4}}$$

ist ausgehend vom Kármánschen Impulssatz der Verlauf der Grenzschichtdicke  $\delta(x)$  an einer ebenen Platte zu berechnen, wobei angenommen werden kann, dass die Grenzschicht von Beginn an turbulent ist.

### Wärmeleitung

#### 3. Aufgabe:



Es soll eine Wandheizung ganz allgemein untersucht werden. Wie in der Skizze dargestellt, besteht diese Heizung aus einer ebenen Schicht, die Wärmequellen konstanter Stärke  $\dot{q}_Q$  [W/m<sup>3</sup>] enthält. An der Rückseite ist diese Wand zur Verhinderung von Verlusten perfekt isoliert, und an der raumzugewandten Seite erfolgt der Wärmeübergang an die Raumluft durch Konvektion. Die Wärmeübergangszahl  $\alpha$  ist gegeben. Die Dicke der Heizschicht ist  $s$ , die Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$  und die Raumluft hat die Temperatur  $T_\infty$ .

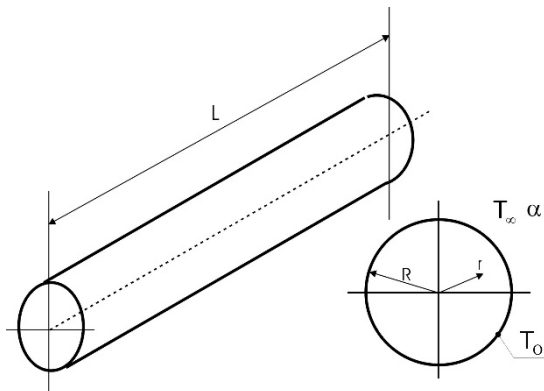
Es soll nur der stationäre Fall untersucht werden. Die Ausdehnung der Wand kann als sehr groß angesehen werden → Problem eindimensional in x-Richtung.

- Berechnen Sie den Temperaturverlauf  $T(x)$  in der Wand allgemein.
- Geben Sie die Randbedingungen für die Stellen  $x = 0$  bzw.  $x = s$  an.
- Bestimmen Sie unter Verwendung der Randbedingungen den Temperaturverlauf  $T(x)$  für das vorliegende Problem. An welcher Stelle liegt das Temperaturmaximum?
- Berechnen Sie mit den gegebenen Zahlenwerten die Temperatur bei  $x = 0$  sowie die Temperatur der Oberfläche der Heizschicht  $T_O(x = s)$ .

**Zahlenangaben:**

$$T_\infty = 20^\circ\text{C} \quad \alpha = 5 \text{ W / m}^2 \text{ K} \quad \dot{q}_Q = 1000 \text{ W/m}^3 \quad s = 0,1 \text{ m} \quad \lambda = 12 \text{ W / m K}$$

#### 4. Aufgabe:



Ein kreiszylindrischer Metallstab (Wärmeleitfähigkeit  $\lambda = \text{konstant}$ ) mit dem Radius  $R$  und der Länge  $L$  wird als elektrische Widerstandsheizung verwendet. Dazu wird an den Enden eine Spannung angelegt. Wärmetechnisch kann dies durch gleichmäßig verteilte Wärmequellen konstanter Stärke  $\dot{q}_Q$  [W/m<sup>3</sup>] im Inneren beschrieben werden. Die Wärmeabgabe erfolgt durch Konvektion, wobei die Temperatur  $T_\infty$  der umgebenden Luft sowie die Wärmeübergangszahl  $\alpha$  bekannt sind.

Es soll der stationäre Fall untersucht werden. Die Ausdehnung in axialer Richtung kann als sehr groß angesehen werden ( $L/R \gg 1$ ) → das Problem kann eindimensional in radialer Richtung behandelt werden.

- Berechnen Sie vorerst allgemein den Temperaturverlauf  $T(r)$  im Stab.
- Geben Sie die für das Problem relevanten Rand- bzw. Regularitätsbedingungen an.
- Berechnen Sie nun den Temperaturverlauf im Stab unter Beachtung dieser Bedingungen.
- Berechnen Sie die Temperatur  $T_O$  der Oberfläche des Stabes.
- Wie viel Wärme wird pro Meter Stablänge abgegeben?