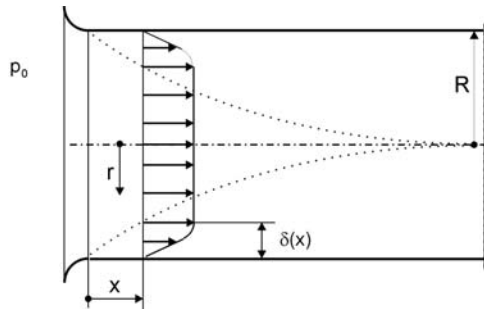


Grenzschichten - Fortsetzung

1. Aufgabe:

Es soll die Einlaufströmung in einem horizontalen Rohr (Radius R) berechnet werden, wobei das Fluid aus einem Raum mit dem statischen Druck p_0 angesaugt wird.



Es soll davon ausgegangen werden, dass die Strömung laminar ist und das Geschwindigkeitsprofil durch folgende Beziehungen angenähert werden kann:

$$\begin{aligned}
 u(r) &= u_m \quad \text{im Kernbereich für } 0 \leq r \leq (R - \delta) \\
 u(r) &= u_m \left\{ 1 - \left[\frac{r - (R - \delta)}{\delta} \right]^2 \right\} \quad \text{für } (R - \delta) \leq r \leq R
 \end{aligned}$$

Dabei bezeichnet u_m die Geschwindigkeit im Kernbereich der Strömung außerhalb der Grenzschicht. Der statische Druck p ist überall konstant über den Querschnitt.

Unter Verwendung der Bernoulligleichung, die außerhalb der Grenzschicht gültig ist, ist die dimensionslose Druckdifferenz zu bestimmen (\bar{U} bezeichnet die volumenstromäquivalente mittlere Geschwindigkeit)

$$\frac{p_0 - p}{\frac{\rho}{2} \bar{U}^2} \quad \text{in Abhängigkeit von } \frac{\delta(x)}{R} .$$

- a) Bestimmen Sie die Druckdifferenz für eine beliebige Position im Rohr zwischen dem Einlaufbereich und jener Stelle, wo die Ausbildung des Geschwindigkeitsprofils erreicht wird.
- b) Spezialisieren Sie dieses Ergebnis für den Beginn des Rohres und jene Stelle, wo Ausbildung erreicht ist.

2. Aufgabe:

Zur Annäherung der Geschwindigkeitsverteilung in turbulenten Grenzschichten wird häufig der folgende Ansatz verwendet, wobei der Exponent n eine Funktion der Reynoldszahl ist [$n = n(Re)$]:

$$\frac{u}{U_\infty} = \left(\frac{y}{\delta} \right)^{\frac{1}{n}}$$

Für praktische Zwecke wird meist mit dem über einen großen Bereich der Reynoldszahl anwendbaren Wert von $n = 7$ gerechnet.

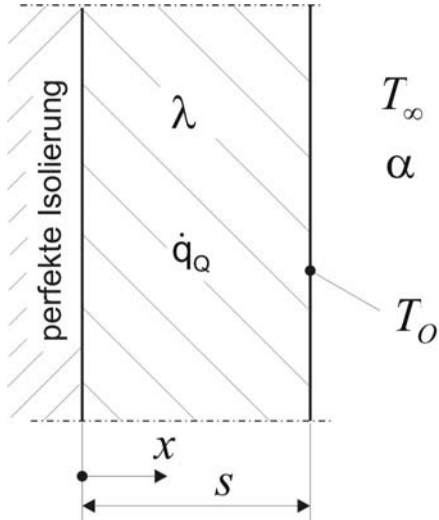
- a) Berechnen Sie für dieses Geschwindigkeitsprofil die Verdrängungsdicke $\delta_1(x)$ sowie die Impulsverlustdicke $\delta_2(x)$.
- b) Mit Hilfe der folgenden empirischen Beziehung für die Wandschubspannung

$$\frac{\tau_w}{\rho U_\infty^2} = 0,0225 \left(\frac{v}{U_\infty \delta} \right)^{\frac{1}{4}}$$

ist ausgehend vom Kármánschen Impulssatz der Verlauf der Grenzschichtdicke $\delta(x)$ an einer ebenen Platte zu berechnen, wobei angenommen werden kann, dass die Grenzschicht von Beginn an turbulent ist.

Wärmeleitung

3. Aufgabe:



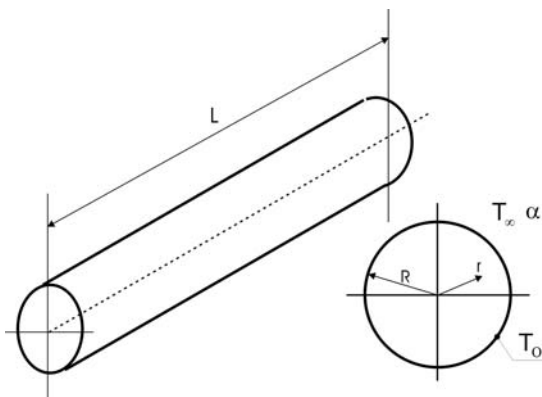
Es soll eine Wandheizung ganz allgemein untersucht werden. Wie in der Skizze dargestellt, besteht diese Heizung aus einer ebenen Schicht, die Wärmequellen konstanter Stärke \dot{q}_Q [W/m^3] enthält. An der Rückseite ist diese Wand zur Verhinderung von Verlusten perfekt isoliert, und an der raumzugewandten Seite erfolgt der Wärmeübergang an die Raumluft durch Konvektion. Die Wärmeübergangszahl α ist gegeben. Die Dicke der Heizschicht ist s , die Wärmeleitfähigkeit λ und die Raumluft hat die Temperatur T_∞ .

Es soll nur der stationäre Fall untersucht werden. Die Ausdehnung der Wand kann als sehr groß angesehen werden \rightarrow Problem eindimensional in x -Richtung.

- Berechnen Sie den Temperaturverlauf $T(x)$ in der Wand allgemein.
- Geben Sie die Randbedingungen für die Stellen $x = 0$ bzw. $x = s$ an.
- Bestimmen Sie unter Verwendung der Randbedingungen den Temperaturverlauf $T(x)$ für das vorliegende Problem. An welcher Stelle liegt das Temperaturmaximum?
- Berechnen Sie mit den gegebenen Zahlenwerten die Temperatur bei $x = 0$ sowie die Temperatur der Oberfläche der Heizschicht $T_0(x = s)$.

Zahlenangaben: $T_\infty = 20^\circ\text{C}$ $\alpha = 5 \text{ W} / \text{m}^2 \text{ K}$ $\dot{q}_Q = 1000 \text{ W}/\text{m}^3$ $s = 0,1 \text{ m}$ $\lambda = 12 \text{ W} / \text{m K}$

4. Aufgabe:



Ein kreiszylindrischer Metallstab (Wärmeleitfähigkeit $\lambda = \text{konstant}$) mit dem Radius R und der Länge L wird als elektrische Widerstandsheizung verwendet. Dazu wird an den Enden eine Spannung angelegt. Wärmetechnisch kann dies durch gleichmäßig verteilte Wärmequellen konstanter Stärke \dot{q}_Q [W/m^3] im Inneren beschrieben werden. Die Wärmeabgabe erfolgt durch Konvektion, wobei die Temperatur T_∞ der umgebenden Luft sowie die Wärmeübergangszahl α bekannt sind.

Es soll der stationäre Fall untersucht werden. Die Ausdehnung in axialer Richtung kann als sehr groß angesehen werden ($L/R \gg 1$) \rightarrow das Problem kann eindimensional in radialer Richtung behandelt werden.

- Berechnen Sie vorerst allgemein den Temperaturverlauf $T(r)$ im Stab.
- Geben Sie die für das Problem relevanten Rand- bzw. Regularitätsbedingungen an.
- Berechnen Sie nun den Temperaturverlauf im Stab unter Beachtung dieser Bedingungen.
- Berechnen Sie die Temperatur T_0 der Oberfläche des Stabes.
- Wie viel Wärme wird pro Meter Stablänge abgegeben?