

Potentialströmungen

1. Aufgabe:

Die Geschwindigkeitsverteilung in einem ebenen, stationären, inkompressiblen Strömungsfeld ist bekannt, und durch Angabe der Stromfunktion ψ in folgender Form gegeben:

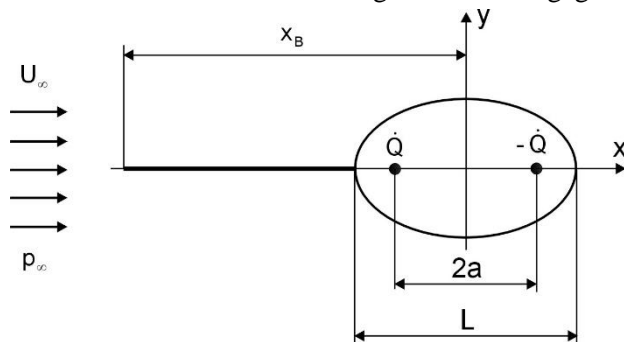
$$\psi = A (2 x^2 - 2 y^2), A = \text{const.}$$

- a) Prüfen Sie, ob die Strömung drehungsfrei ist.
- b) Falls ja, bestimmen Sie die Gleichung für das Geschwindigkeitspotential ϕ .
- c) Berechnen Sie auch den Volumenstrom pro Meter Tiefe zwischen zwei Stromlinien, die durch die Punkte (4, 6) und (2, 4) verlaufen (Koordinaten in m).
- d) Berechnen Sie die Koordinaten des Staupunktes x_{St} und y_{St} .
- e) Berechnen Sie die Gleichung der Nullstromlinie.
- f) Skizzieren Sie das Strömungsfeld mit Hilfe von Stromlinien.

2. Aufgabe:

Zur Messung von Druck und Geschwindigkeit in Strömungen mit klassischen Methoden müssen Sonden in die Strömung eingeführt werden. Diese Sonden selbst, aber insbesondere die zur Positionierung benötigten Halter, stören die Strömung und beeinflussen damit das Messergebnis. Der Einfluss von „Störkörpern“ auf die Strömung kann mit den Methoden zur Beschreibung von Potentialströmungen sehr gut abgeschätzt werden. Wir wollen die Sonde als sehr dünn annehmen und nur den Sondenhalter berücksichtigen.

Wie in der Skizze dargestellt, soll die Kontur des Halters durch die Grenzstromlinie angenähert werden, die bei Überlagerung je einer Quelle und einer Senke mit gleicher Stärke $\pm \dot{Q}$ mit einer Parallelströmung (U_∞ in Richtung der x -Achse) entsteht. Quelle und Senke liegen auf der x -Achse in der Mitte des Halters und haben die Koordinaten $\pm a$. Die Sondenspitze mit der Bohrung zur Messung des statischen Druckes p_∞ liegt im Abstand x_B von der Mitte des Halters. Der Halter soll eine Länge L haben, und das Verhältnis a/L ist aus Erfahrung ebenfalls vorgegeben.



a) Berechnen Sie die notwendige Stärke von Quelle und Senke, damit das gegebene Verhältnis a/L erreicht wird.

b) Berechnen Sie den Fehler ϵ der Sonde in dimensionsloser Form

$$\epsilon = \frac{p_B - p_\infty}{\frac{\rho}{2} U_\infty^2}$$

Zahlenangaben: $U_\infty = 10 \text{ m/s}$, $a/L = 0,465$; $L = 0,5 \text{ m}$, $x_B = -1,325 \text{ m}$

3. Aufgabe - Zusatzaufgabe:

Untersuchen Sie das Strömungsfeld, das durch Überlagerung einer Parallelströmung (U_∞ in Richtung der x -Achse) mit einer Zirkulation der Stärke Γ im Ursprung des Koordinatensystems entsteht.

- a) Bestimmen Sie die komplexe Potentialfunktion des entstehenden Strömungsfeldes.
- b) Berechnen Sie die Geschwindigkeitskomponenten $u(x, y)$ und $v(x, y)$, und die Koordinaten des Staupunktes x_{St} und y_{St} .
- c) Skizzieren Sie das Strömungsfeld mit Hilfe von Stromlinien.

4. Aufgabe - Zusatzaufgabe:

Untersuchen Sie das Strömungsfeld, das durch Überlagerung einer Parallelströmung (U_∞ in Richtung der x -Achse) mit einer Quelle der Stärke \dot{Q} im Ursprung des Koordinatensystems entsteht.

- a) Bestimmen Sie die komplexe Potentialfunktion des entstehenden Strömungsfeldes.
- b) Berechnen Sie die Geschwindigkeitskomponenten $u(x, y)$ und $v(x, y)$.
- c) Berechnen Sie die Koordinaten des Staupunktes x_{St} und y_{St} .
- d) Berechnen Sie die Gleichung der Nullstromlinie sowie den Abstand der Nullstromlinie von der x -Achse für $x \rightarrow \infty$.
- e) Skizzieren Sie das Strömungsfeld mit Hilfe von Stromlinien.