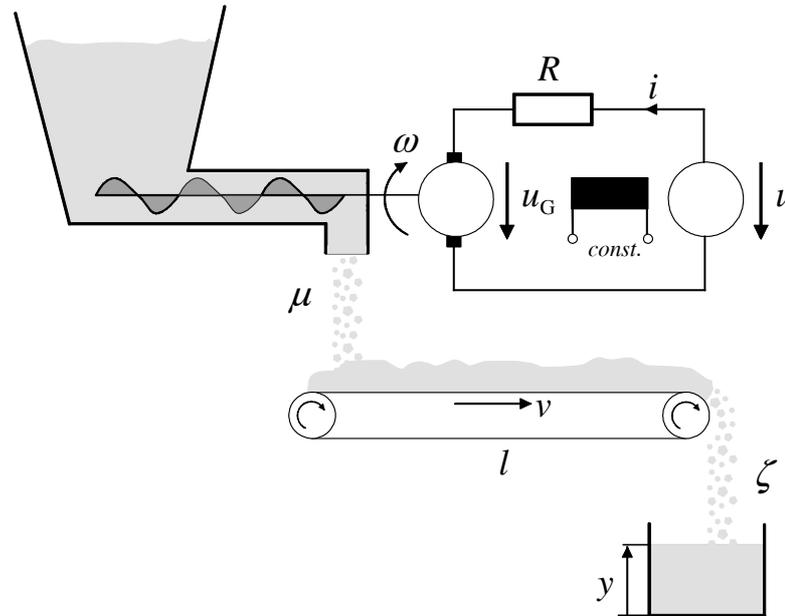


Übungsbeispiele zu Kapitel 14

Beispiel 1: Gegeben sei folgende schematische Darstellung einer Förderanlage:



Sie besteht aus einer Förderschnecke, die über eine fremderregte Gleichstrommaschine mit dem Antriebsmoment M_A angetrieben wird, und einem Förderband der Länge l , welches mit konstanter Geschwindigkeit v läuft. Der Drehbewegung der Förderschnecke wirkt ein Bremsmoment M_B durch das Fördergut entgegen. Mit μ wird die auf die Zeit bezogene Masse, der so genannte Massenstrom bezeichnet, der mit Hilfe der Schnecke auf das Band gefördert wird. Am anderen Ende des Förderbandes tritt der Massenstrom ζ auf, die Ausgangsgröße y des Systems ist die Höhe des Fördergutes im Sammelbehälter. Die Eingangsgröße des Systems ist durch die Spannung u der Spannungsquelle gegeben.

Es gelten nun folgende vereinfachende Annahmen:

Motor und Schnecke besitzen das Trägheitsmoment J . Die Gleichstrommaschine besitzt den Ankerwiderstand R , die Ankerinduktivität ist vernachlässigbar klein. Das Antriebsmoment M_A ist dem Ankerstrom i proportional, d.h.

$$M_A = k_1 i.$$

Die in der Maschine induzierte Spannung u_G , das Bremsmoment M_B und der Massenstrom μ sind der Winkelgeschwindigkeit ω proportional, d.h.

$$u_G = k_2 \omega, \quad M_B = k_3 \omega \quad \text{und} \quad \mu = k_4 \omega.$$

Die zeitliche Höhenänderung im Sammelbehälter ist proportional zum Massenstrom ζ , d.h.

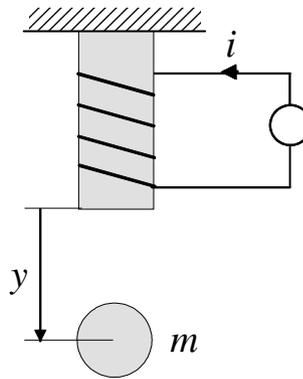
$$\frac{dy}{dt} = k_5 \zeta.$$

(a) Bestimmen Sie das mathematische Modell der Förderanlage.

(b) Berechnen Sie die Übertragungsfunktionen

$$\begin{aligned} u &\rightarrow \mu : P_1(s) \\ \mu &\rightarrow \zeta : P_2(s) \\ \zeta &\rightarrow y : P_3(s) \\ u &\rightarrow y : P(s) \end{aligned}$$

Beispiel 2: Betrachten Sie die folgende vereinfachte Darstellung eines regelungstechnischen Labormodells. Es handelt sich um eine Eisenkugel der Masse m im Magnetfeld einer Spule mit Eisenkern. Sie besitzt die Induktivität L .



Der Spulenstrom i wird als Eingangsgröße des Systems interpretiert, als Ausgangsgröße y wird der Abstand zwischen der Kugel und dem Eisenkern aufgefasst. Der Wert der Spalteninduktivität ist von der Kugelposition abhängig und näherungsweise gegeben durch

$$L(y) = L_0 + \frac{c}{y}.$$

Hierbei sind L_0 und c positive Konstanten. Die auf die Eisenkugel - gegen die Schwerkraft - wirkende Hubkraft F errechnet sich gemäß

$$F = -\frac{i^2}{2} \frac{dL}{dy}.$$

(a) Geben Sie eine mathematische Beschreibung der Anordnung in Form von Differentialgleichungen erster Ordnung an. Verwenden Sie als Zustandsvariablen die Größen y und $\frac{dy}{dt}$.

(b) Ermitteln Sie alle Ruhelagen (Gleichgewichtslagen) des Modells für den konstanten Strom $i = i_R$.

(c) Linearisieren Sie das Modell für kleine Abweichungen von der Gleichgewichtslage.