Schriftliche Prüfung aus **Systemtechnik** am 29.01.2019

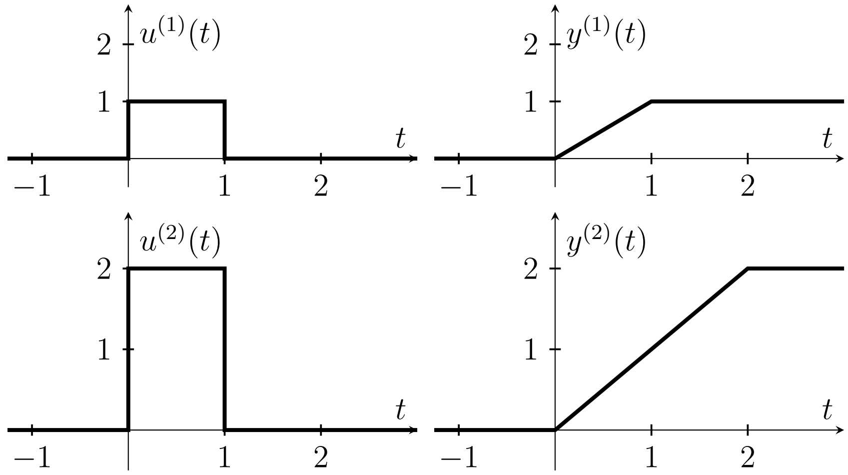
Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	2	3	2	3	3	3	3	2	21
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

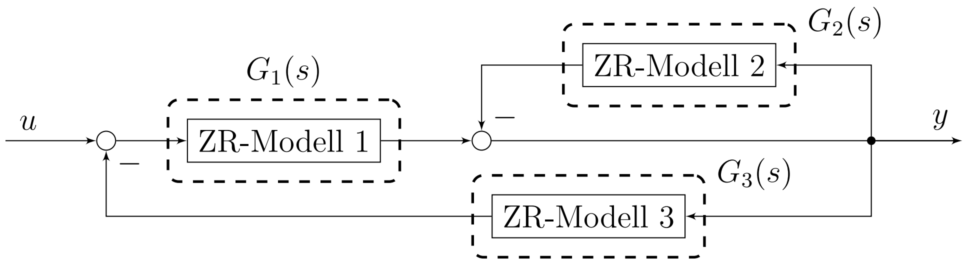
Es wird ein zeitkontinuierliches System mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y betrachtet. Im Rahmen von Experimenten wurden für die im Folgenden dargestellten Zeitfunktionen $u^{(1)}(t)$ und $u^{(2)}(t)$ die jeweils nebenstehend abgebildeten Ausgangsgrößenverläufe $y^{(1)}(t)$ und $y^{(2)}(t)$ erhalten:



Kann es sich hierbei prinzipiell, d.h. vorbehaltlich der Ergebnisse weiterer Versuche und Untersuchungen, um ein lineares zeitinvariantes System handeln? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

Aufgabe 2:

Betrachten Sie folgende Zusammenschaltung linearer zeitinvarianter Zustandsraummodelle:



Die Zustandsraummodelle sind sowohl steuerbar als auch beobachtbar; sie besitzen die Übertragungsfunktionen

$$G_1(s) = \frac{s+2}{s^2-1}, \qquad G_2(s) = \frac{2}{s+2} \qquad G_3(s) = \frac{1}{s+4}$$

Ist das *Zustandsraummodell der Zusammenschaltung*, dessen Zustandsvektor sich aus den Zustandsvariablen der Teilsysteme zusammensetzt, steuerbar bzw. beobachtbar? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

Aufgabe 3:

Von einem linearen zeitinvarianten Zustandsraummodell der Form

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x}, \qquad y = \mathbf{c}^T\mathbf{x}$$

seien für unterschiedliche Werte des Anfangszustandes $\mathbf{x}_0$ die Verläufe der Ausgangsgröße $y(t)$ für $t \geq 0$ bekannt:

- für $\mathbf{x}_0^{(1)} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}^T$ ergibt sich die Ausgangsgröße $y^{(1)}(t) = te^{-t}$;
- für $\mathbf{x}_0^{(2)} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix}^T$ ergibt sich die Ausgangsgröße $y^{(2)}(t) = 3e^{-t} - 2te^{-t}$.

Ermitteln Sie die Eigenwerte der Systemmatrix $\mathbf{A}$ sowie den Verlauf der Ausgangsgröße $y(t)$ für den Anfangszustand $\mathbf{x}_0 = \begin{bmatrix} 3 & 4 \end{bmatrix}^T$.

Aufgabe 4:

Es sei folgende Übertragungsfunktion eines linearen zeitinvarianten Übertragungssystems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y gegeben:

$$G(s) = \frac{s-2}{(s+1)(s-a)}$$

Dabei ist a ein reeller Parameter. Ermitteln Sie für die Eingangsgröße $u(t) = \sqrt{2}\sin(2t)$ die Ausgangsgröße $y(t)$ des Systems *im eingeschwungenen Zustand* für folgende beide Werte des Parameters a:

i) $a = 2$, ii) $a = -2$.

Hinweise:

- $\sqrt{5} \approx 2.2$
- $\arctan(3) \approx \frac{2}{5}\pi$

Aufgabe 5:

Gegeben sei ein lineares zeitkontinuierliches zeitinvariantes System mit der Eingangsgröße u, der Ausgangsgröße y und dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$.

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} -2 & 3 \end{bmatrix} u$$

Überprüfen Sie, ob das gegebene System

- asymptotische Stabilität
- BIBO-Stabilität

Aufgabe 6:

Gegeben sei folgendes nichtlineares Zustandsraummodell mit den Zuständen x_1 und x_2, der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y:

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= 2x_1^2 x_2 + 2x_2 \sin x_1,\\ \frac{dx_2}{dt} &= -x_2 + 4u^2,\\ y &= x_1 x_2 + 3\cos x_1.\end{aligned}$$

Ermitteln sie für die Ruhelage

$$\mathbf{x}_R^T = \begin{bmatrix}0 & 4\end{bmatrix}^T, \quad u_R = 1$$

das linearisierte Zustandsraummodell der Form

$$\begin{aligned}\frac{d\Delta\mathbf{x}}{dt} &= \mathbf{A}\Delta\mathbf{x} + \mathbf{b}\Delta u,\\ \Delta y &= \mathbf{c}^T\Delta\mathbf{x},\end{aligned}$$

wobei

$$\Delta\mathbf{x} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_R, \quad \Delta u = u - u_R \quad \text{und} \quad \Delta y = y - y_R$$

gilt.

Aufgabe 7:

Ermitteln Sie mit Hilfe des Routh-Schemas jeweils den größtmöglichen Wertebereich des reellen Parameters k, für den die einzelnen Polynome Hurwitzpolynome sind.

$$\begin{aligned}
i)\quad & p_1(s) = s^5 + 10s^4 + ks^3 + 2s^2 + (k+1)s\\
ii)\quad & p_2(s) = ks^4 + 2s^3 + k^2s^2 - ks + 2\\
iii)\quad & p_3(s) = ks^3 + \frac{1}{k}s^2 + s + 1\\
iv)\quad & p_4(s) = -15s^2 - \sqrt{k}s - 27
\end{aligned}$$

Aufgabe 8:

Geben Sie zu den folgenden linearen zeitinvarianten Übertragungsgliedern jeweils die Differentialgleichung und die dazugehörige Sprungantwort $h(t)$ an:

a) Verzögerungsglied erster Ordnung (PT1-Glied)

b) Integrator (I-Glied)

Schriftliche Prüfung aus **Systemtechnik** am 07.12.2018

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	2	2	2	3	3	3	2	4	21
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Geben Sie die *Definitionen* folgender Eigenschaften eines *zeitkontinuierlichen* linearen zeitinvarianten Zustandsraummodells mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$, der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y an:

a) Steuerbarkeit

b) Beobachtbarkeit

Aufgabe 2:

Betrachten Sie das System

$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{x}}{dt} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & -3 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u \\ y &= \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}\end{aligned}$$

mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y. Geben Sie alle Ruhelagen $\mathbf{x}_R$ des Systems an, die zur Ausgangsgröße $y_R = 5$ führen.

Aufgabe 3:

Geben Sie ein lineares zeitinvariantes zeitdiskretes Zustandsraummodell der Form

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_{k+1} &= \mathbf{A}_\mathrm{d} \mathbf{x}_k + \mathbf{b}_\mathrm{d} u_k \\ y_k &= \mathbf{c}_\mathrm{d}^T \mathbf{x}_k + d_\mathrm{d} u_k\end{aligned}$$

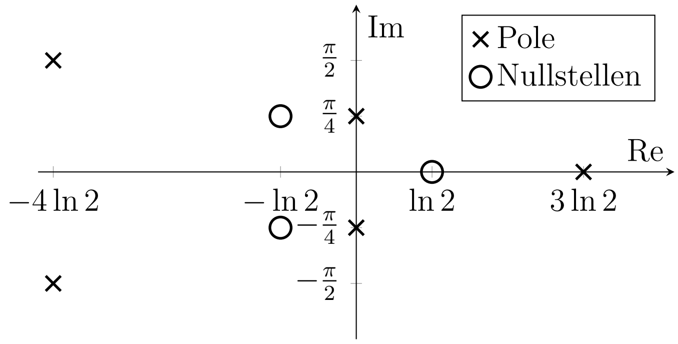
mit *minimaler Ordnung* (!) an, welches *weder steuerbar noch beobachtbar* ist und die Übertragungsfunktion

$$G(z) = \frac{z}{z-1}$$

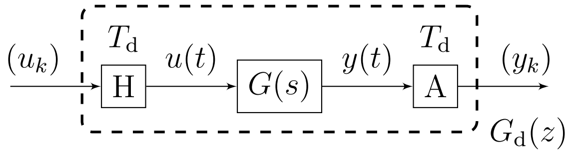
besitzt.

Aufgabe 4:

Betrachten Sie folgenden PN-Plan der Übertragungsfunktion $G(s)$ eines zeitkontinuierlichen linearen zeitinvarianten Übertragungssystems.



Das System wird gemäß folgender Abbildung mit einem Abtast- und einem Halteglied, jeweils mit der Abtastzeit $T_\mathrm{d} = 2$ versehen.



Stellen Sie die *Polstellen* der z-Übertragungsfunktion $G_\mathrm{d}(z)$ des resultierenden zeitdiskreten Systems in der komplexen z-Ebene dar. Besitzt das System die BIBO-Eigenschaft? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

Aufgabe 5:

Geben Sie zu folgenden Übertragungsfunktionen jeweils eine *Minimalrealisierung* in *zweiter Standardform* an:

$$G_1(s) = \frac{(s+3)(s+1)}{s^3+5s^2-2s+8}, \qquad G_2(s) = \frac{(s+3)(s-2)}{s^3+6s^2+9s}, \qquad G_3(s) = \frac{s+5}{s+2}.$$

Aufgabe 6:

Geben Sie zu folgenden linearen zeitinvarianten Übertragungsgliedern jeweils die Übertragungsfunktion $G(s)$ an und skizzieren Sie jeweils eine typische Sprungantwort $h(t)$:

- Proportionalglied;
- Verzögerungsglied erster Ordnung (PT_1-Glied);
- Verzögerungsglied zweiter Ordnung (PT_2-Glied).

Aufgabe 7:

Zeigen Sie, dass die Übertragungsfunktion $G(s)$ eines linearen zeitinvarianten Zustandsraummodells der Form

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u, \qquad\qquad y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du$$

invariant bezüglich regulärer Zustandstransformationen der Form $\mathbf{x} = \mathbf{P}\mathbf{z}$ ist.

Hinweis: Für zwei Matrizen $\mathbf{Q}$, $\mathbf{R}$ geeigneter Dimensionen gilt $(\mathbf{Q}\mathbf{R})^{-1} = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{Q}^{-1}$.

Aufgabe 8:

Gegeben sei ein lineares zeitinvariantes System mit der Eingangsgröße u, der Ausgangsgröße y und dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$. Ausgehend von den drei Anfangszuständen

$$\mathbf{x}_0^{(1)} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix}^T, \qquad \mathbf{x}_0^{(2)} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}^T, \qquad \mathbf{x}_0^{(3)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}^T$$

ergeben sich mit dem *Einheitssprung* als Eingangsfunktion $u^{(1)}(t) = u^{(2)}(t) = u^{(3)}(t) = \sigma(t)$ folgende Ausgangsfunktionen (für $t \geq 0$):

$$\begin{aligned} y^{(1)}(t) &= \frac{1}{6} + \frac{13}{2}e^{-2t} - \frac{14}{3}e^{-3t}, \\ y^{(2)}(t) &= \frac{1}{6} + \frac{1}{2}e^{-2t} - \frac{2}{3}e^{-3t}, \\ y^{(3)}(t) &= \frac{1}{6} + \frac{5}{2}e^{-2t} - \frac{5}{3}e^{-3t}. \end{aligned}$$

a) Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{u}(s)}$ des Systems.

b) Bestimmen Sie die Antwort $y^{(4)}(t)$ des Systems für den Anfangszustand $\mathbf{x}_0^{(4)} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \end{bmatrix}^T$ und dem *Einheitssprung* als Eingangsfunktion $u^{(4)}(t) = \sigma(t)$.
(*Hinweis*: Kann unabhängig von Punkt a) gelöst werden!)

Schriftliche Prüfung aus **Systemtechnik** am 02.10.2018

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	2	3	3	2	3	2	3	3	21
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Geben Sie ein zeitkontinuierliches lineares zeitinvariantes Zustandsmodell erster Ordnung mit der Zustandsvariable x, der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y an, das die folgenden Eigenschaften besitzt:

a) Sprungfähigkeit

b) asymptotische Stabilität

Aufgabe 2:

Ermitteln Sie mit Hilfe des Routh-Schemas jeweils den größtmöglichen Wertebereich des reellen Parameters k, für den die einzelnen Polynome Hurwitzpolynome sind.

$$
\begin{aligned}
&a) \quad p_1(s) = ks^5 + 3s^4 + ks^3 + 5s^2 + 0.5s + 2 \\
&b) \quad p_2(s) = ks^4 + 4s^3 + 6s^2 + 4s + 1
\end{aligned}
$$

Aufgabe 3:

Ermitteln Sie mit der Methode der *Tustin Formel* eine zeitdiskrete Approximation $R_\mathrm{d}(z)$ der Reglerübertragungsfunktion

$$R(s) = \frac{s+6}{s(s+1)}$$

für eine Abtastzeit $T_\mathrm{d} = 1s$.

a) Geben Sie das zugehörige Regelgesetz zur Ermittlung der Stellfolge (u_k) aus der Regelfehlerfolge (e_k) in Form einer Differenzengleichung an.

b) In welchen Bereich der z-Ebene geht die linke offene s-Ebene bei Anwendung der Tustin Formel über?

c) Ist die ermittelte zeitdiskrete Reglerübertragungsfunktion $R_\mathrm{d}(z)$ *BIBO*-stabil? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

Aufgabe 4:

Geben Sie die *Definitionen* folgender Eigenschaften eines linearen zeitkontinuierlichen Systems mit der Eingangsgröße u, der Ausgangsgröße y und dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ an:

a) asymptotische Stabilität;

b) BIBO-Stabilität.

Aufgabe 5:

Gegeben sei ein zeitdiskretes lineares zeitinvariantes System mit der Ausgangsgröße y_k und dem Zustandsvektor $\mathbf{x}_k$:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} u_k$$
$$y_k = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k.$$

Führen Sie eine reguläre Zustandstransformation $\mathbf{z}_k = \mathbf{T}\mathbf{x}_k$ so durch, dass das transformierte System

$$\mathbf{z}_{k+1} = \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{z}_k + \tilde{\mathbf{b}}u_k$$
$$y_k = \tilde{\mathbf{c}}^T \mathbf{z}_k$$

in *Diagonalform* vorliegt.

Aufgabe 6:

Ein lineares zeitinvariantes System mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y liege in der sogenannten Diagonalform vor.

a) Kann man unmittelbar Aussagen über die Steuerbarkeit bzw. Beobachtbarkeit des Systems treffen? Geben Sie eine intuitive Erklärung.

b) Berechnen Sie für ein System 2. Ordnung in Diagonalform die Steuerbarkeits- und Beobachtbarkeitsmatrix.

Aufgabe 7:

Geben Sie zu der Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{s^3 + 3s^2 + 2s}{s^3 + 2s^2 - 5s - 6}$$

eine *Minimalrealisierung* der Form

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u$$
$$y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du$$

an.

Bitte wenden!

Aufgabe 8:

Geben Sie zur Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{s^2 + 2s + 1}{s(s+1)}$$

jeweils ein Zustandsraummodell *zweiter Ordnung*

a) in erster Standardform und

b) in zweiter Standardform

an. Sind die Zustandsraummodell jeweils steuer- und/oder beobachtbar? (*Begründen Sie Ihre Antworten!*)

Schriftliche Prüfung aus **Systemtechnik** am 05.07.2018

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	3	2	2	3	2	3	3	3	21
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Gegeben sei ein zeitdiskretes lineares zeitinvariantes System mit der Ausgangsgröße y_k und dem Zustandsvektor $\mathbf{x}_k$:

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_{k+1} &= \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} u_k \\ y_k &= \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k.\end{aligned}$$

Führen Sie eine reguläre Zustandstransformation $\mathbf{z}_k = \mathbf{T}\mathbf{x}_k$ so durch, dass das transformierte System

$$\begin{aligned}\mathbf{z}_{k+1} &= \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{z}_k + \tilde{\mathbf{b}}u_k \\ y_k &= \tilde{\mathbf{c}}^T\mathbf{z}_k\end{aligned}$$

in *Diagonalform* vorliegt.

Aufgabe 2:

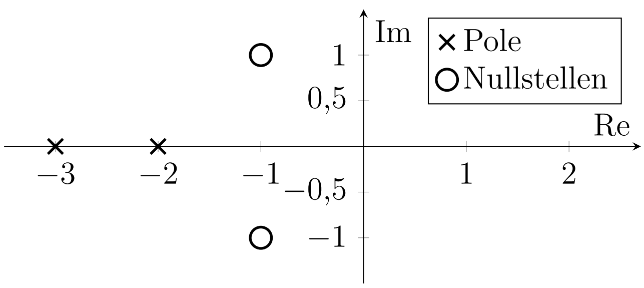
Wenn Sie ein System in *Diagonalform* vorliegen haben, können Sie unmittelbar auf die Steuer- bzw. Beobachtbarkeit des Systems schließen.

a) Was muss für ein steuer- bzw. beobachtbares System in *Diagonalform* gelten?

b) Geben Sie eine intuitive Erklärung warum dies gelten muss.

Aufgabe 3:

Betrachten Sie folgenden PN-Plan der Übertragungsfunktion $G(s)$ eines zeitkontinuierlichen linearen zeitinvarianten Übertragungssystems (alle eingezeichneten Pole und Nullstellen haben Vielfachheit eins).



Ferner ist bekannt, dass die Ausgangsgröße $y(t)$ für die Eingangsgröße $u(t) = \sigma(t)$ (d.h. für einen Einheitssprung) die Relation

$$\lim_{t\to\infty} y(t) = 1$$

erfüllt. Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$.

Aufgabe 4:

Geben Sie ein zeitdiskretes lineares zeitinvariantes Zustandsraummodell zweiter Ordnung mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x}_k$, der Eingangsgröße u_k und der Ausgangsgröße y_k an, das die folgenden Eigenschaften besitzt:

- Übertragungsfunktion $G(z) = \frac{z+1}{z+0.1}$
- weder steuerbar noch beobachtbar
- nicht asymptotisch stabil

Aufgabe 5:

Betrachten Sie folgendes *nichtlineare* System mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y:

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{bmatrix} x_2 + u^3 \\ -e^{2x_1} + 2x_2 \end{bmatrix}, \qquad y = 1 + x_2^2 + u^2.$$

Bestimmen Sie für die Ruhelage $\mathbf{x}_R = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\ln 2 & 1 \end{bmatrix}^T$, $u_R = -1$ durch *Linearisierung* des Systems ein lineares zeitinvariantes Modell der Form

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}\Delta\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} &= \mathbf{A}\,\Delta\mathbf{x} + \mathbf{b}\,\Delta u, \\ \Delta y &= \mathbf{c}^T\,\Delta\mathbf{x} + d\,\Delta u \end{aligned} \qquad \text{mit} \qquad \begin{aligned} \Delta\mathbf{x} &:= \mathbf{x} - \mathbf{x}_\mathrm{R}, \\ \Delta u &:= u - u_\mathrm{R}, \\ \Delta y &:= y - y_\mathrm{R}, \end{aligned}$$

welches das nichtlineare System für „kleine" Auslenkungen aus der Ruhelage näherungsweise beschreibt.

Aufgabe 6:

Berechnen Sie den größtmöglichen Wertebereich des Parameters $\alpha \in \mathbb{R}$ so, dass folgendes freies LZI System ausschließlich Eigenwerte in der linken offenen Halbebene aufweist.

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & -6 & -2\alpha & -1 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

Aufgabe 7:

Geben Sie zu der Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{s^3 + 2s^2 - 3s}{s^3 + 2s^2 - 5s - 6}$$

eine *Minimalrealisierung* der Form

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u \\ y &= \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du \end{aligned}$$

an.

Schriftliche Prüfung aus **Systemtechnik** am 11.05.2018

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	3	3	2	3	2	3	2	3	21
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Gegeben sei ein zeitkontinuierliches lineares zeitinvariantes System mit der Ausgangsgröße y und dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -3 & -5 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$
$$y = \begin{bmatrix} 3 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}.$$

Ermitteln Sie den zeitlichen Verlauf der Ausgangsgröße $y(t)$ für $\mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} 0 & -1 \end{bmatrix}^T$.

Aufgabe 2:

Ermitteln Sie mit Hilfe des Routh-Schemas jeweils den größtmöglichen Wertebereich des reellen Parameters k, für den die einzelnen Polynome Hurwitzpolynome sind.

$$\begin{aligned}
i) \quad & p_1(s) = s^5 + 10s^4 + ks^3 + 2s^2 + (k+1)^2 s \\
ii) \quad & p_2(s) = ks^4 + 2s^3 + k^2 s^2 + s - 2 \\
iii) \quad & p_3(s) = ks^3 + \frac{k}{2}s^2 + 2s + 1 \\
iv) \quad & p_4(s) = 15s^2 + k^2 s + k
\end{aligned}$$

Aufgabe 3:

Von einem zeitkontinuierlichen linearen zeitinvarianten Zustandsmodell der Form

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x}, \qquad y = c^T \mathbf{x}$$

sind für unterschiedliche Werte des Anfangszustandes $\mathbf{x}_0$ die Verläufe der Ausgangsgröße $y(t)$ für $t \geq 0$ bekannt:

- für $\mathbf{x}_0^{(1)} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix}^T$ ergibt sich die Ausgangsgröße $y^{(1)}(t) = 1$,
- für $\mathbf{x}_0^{(2)} = \begin{bmatrix} 4 & 6 \end{bmatrix}^T$ ergibt sich die Ausgangsgröße $y^{(2)}(t) = 1 + e^{-t}$.

Ermitteln Sie die Eigenwerte der Systemmatrix $\mathbf{A}$ sowie den Verlauf der Ausgangsgröße $y(t)$ für den Anfangszustand $\mathbf{x}_0 = \begin{bmatrix} 3 & 3 \end{bmatrix}^T$.

Aufgabe 4:

Gegeben sei das freie zeitkontinuierliche lineare zeitinvariante System

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$. Berechnen Sie den Anfangszustand $\mathbf{x}_0 = x(0)$ so, dass für die resultierende Trajektorie $x(t = 2) = \begin{bmatrix} 1 & 3 \end{bmatrix}^T$ gilt.

Aufgabe 5:

Geben Sie ein zeitdiskretes lineares zeitinvariantes Zustandsraummodell zweiter Ordnung mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x}_k$, der Eingangsgröße u_k und der Ausgangsgröße y_k an, das die folgenden Eigenschaften besitzt:

- Übertragungsfunktion $G(z) = \frac{1}{z+0.1}$
- weder steuerbar noch beobachtbar
- nicht asymptotisch stabil

Aufgabe 6:

Gegeben sei das folgende nichtlineare System:

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= x_2 - \frac{\pi}{2}\\ \frac{dx_2}{dt} &= x_1^2 + 2x_1x_2 - cos(x_2)\\ \frac{dx_3}{dt} &= x_1 + x_1^2u - \sqrt{x_3}.\end{aligned}$$

Ermitteln Sie für $u = u_R = 1$ *alle* Ruhelagen des Systems.

Aufgabe 7:

Betrachten Sie die Transitionsmatrix

$$\Phi(t) = \begin{bmatrix} \mathrm{e}^{-2\,t} & \frac{2\,\mathrm{e}^{-2\,t}}{7} - \frac{2\,\mathrm{e}^{5\,t}}{7} & \frac{2\,\mathrm{e}^{-2\,t}}{7} - \frac{2\,\mathrm{e}^{5\,t}}{7} \\ \mathrm{e}^{t} - \mathrm{e}^{-2\,t} & \frac{2\,\mathrm{e}^{5\,t}}{7} - \frac{2\,\mathrm{e}^{-2\,t}}{7} + \mathrm{e}^{t} & \frac{2\,\mathrm{e}^{5\,t}}{7} - \frac{2\,\mathrm{e}^{-2\,t}}{7} \\ \mathrm{e}^{-2\,t} - \mathrm{e}^{t} & \frac{2\,\mathrm{e}^{-2\,t}}{7} + \frac{5\,\mathrm{e}^{5\,t}}{7} - \mathrm{e}^{t} & \frac{2\,\mathrm{e}^{-2\,t}}{7} + \frac{5\,\mathrm{e}^{5\,t}}{7} \end{bmatrix}$$

Berechnen Sie die dazugehörige Systemmatrix $\mathbf{A}$ und deren Eigenwerte.

Aufgabe 8:

Geben Sie zu der Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{s^3 + 2s^2 + 2s}{s^6 - 5s^5 + 2s^4 + 6s^3 + 12s^2 - 16s}$$

eine *Minimalrealisierung* der Form

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u\\ y &= \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du\end{aligned}$$

an.

Schriftliche Prüfung aus **Systemtechnik**
am 08.03.2018

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	3	3	3	2	2	2	3	3	21
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Geben Sie für ein Zustandsmodell zweiter Ordnung mit Eingangsgröße u und Zustandsvektor $\mathbf{x}$

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u,$$

für $u = u_R = 1$ jeweils eine mögliche Dynamikmatrix $\mathbf{A}$ und einen möglichen Eingangsvektor $\mathbf{b}$ an, so dass das System

a) eine Ruhelage

b) keine Ruhelage

c) unendlich viele Ruhelagen

besitzt.

Aufgabe 2:

Ermitteln Sie mit Hilfe des Routh-Schemas jeweils den größtmöglichen Wertebereich des reellen Parameters k, für den die einzelnen Polynome Hurwitzpolynome sind.

$$\begin{aligned} i) \quad & p_1(s) = s^5 + 10s^4 + ks^3 + 2s^2 + (k+1)s \\ ii) \quad & p_2(s) = ks^4 + 2s^3 + k^2s^2 - s + 2 \\ iii) \quad & p_3(s) = ks^3 + \frac{1}{k}s^2 + s + 1 \\ iv) \quad & p_4(s) = 15s^2 + k^2s + 27 \end{aligned}$$

Aufgabe 3:

Es sei folgende Übertragungsfunktion eines linearen Systems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y gegeben:

$$G(s) = \frac{a}{s^2 + as + 6}.$$

Dabei ist a ein reeller Parameter. Ermitteln Sie für die Eingangsgröße $u(t) = \sqrt{2}sin(t)$ die Ausgangsgröße $y(t)$ des Systems *im eingeschwungenen Zustand* für folgende Werte des Parameters a:

i) $a = 5$, ii) $a = -5$.

Aufgabe 4:

Geben Sie ein zeitkontinuierliches lineares zeitinvariantes Zustandsraummodell zweiter Ordnung mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$, der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y an, das die folgenden Eigenschaften besitzt:

- Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{1}{s+1}$
- nicht beobachtbar
- nicht steuerbar

Aufgabe 5:

Es sei ein lineares zeitdiskretes System der Form

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}_\mathrm{d}\mathbf{x}_k + \mathbf{b}_\mathrm{d}u_k$$

gegeben, dessen Systemmatrix $\mathbf{A}_\mathrm{d}$ als invertierbar vorausgesetzt wird. Als Eingangsgröße wird die Folge

$$u_k = m_1\delta_{k-1} + m_2\delta_k = \begin{cases} m_2 & k = 0 \\ m_1 & k = 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

verwendet. Dabei symbolisiert δ_k den diskreten Einheitsimpuls. Die reellen Parameter m_1, m_2 werden zu einem Vektor $\mathbf{m} := \begin{bmatrix} m_1 & m_2 \end{bmatrix}^T$ zusammengefasst. Ermitteln Sie diesen Parametervektor $\mathbf{m}$ in Abhängigkeit von $\mathbf{x}_0$ so, dass $\mathbf{x}_2 = \mathbf{0}$ (und damit auch $\mathbf{x}_k = \mathbf{0}$ für $k \geq 2$) gilt. Welche Eigenschaft muss das System besitzen, damit diese Ermittlung bei beliebig vorgegebenem Anfangszustand $\mathbf{x}_0$ möglich ist? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

Aufgabe 6:

Betrachten Sie die Transitionsmatrix

$$\Phi(t) = \begin{bmatrix} \frac{\mathrm{e}^{-2\,t}}{6} + \frac{\mathrm{e}^{t}}{3} + \frac{1}{2} & \frac{2\,\mathrm{e}^{t}}{3} - \frac{\mathrm{e}^{-2\,t}}{6} - \frac{1}{2} & \frac{\mathrm{e}^{t}}{3} - \frac{\mathrm{e}^{-2\,t}}{3} \\ \frac{\mathrm{e}^{-2\,t}}{6} + \frac{\mathrm{e}^{t}}{3} - \frac{1}{2} & \frac{2\,\mathrm{e}^{t}}{3} - \frac{\mathrm{e}^{-2\,t}}{6} + \frac{1}{2} & \frac{\mathrm{e}^{t}}{3} - \frac{\mathrm{e}^{-2\,t}}{3} \\ \frac{1}{2} - \frac{\mathrm{e}^{-2\,t}}{2} & \frac{\mathrm{e}^{-2\,t}}{2} - \frac{1}{2} & \mathrm{e}^{-2\,t} \end{bmatrix}$$

Berechnen Sie die dazugehörige Systemmatrix $\mathbf{A}$ und deren Eigenwerte.

Aufgabe 7:

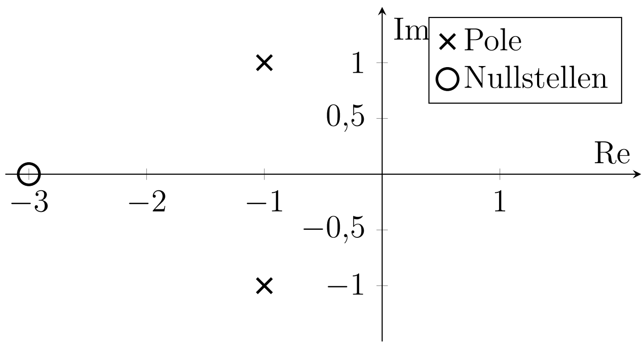
Von einem linearen zeitinvarianten Übertragungssystem ist bekannt, dass bei verschwindendem Anfangszustand für die Eingangsgröße $u^{(1)}(t) = e^{-2t}$ die Ausgangsgröße $y^{(1)}(t) = e^{-3t}$ resultiert. Geben Sie die zur Eingangsgröße

$$u^{(2)}(t) = \begin{cases} 0 & t < 2 \\ e^{-2t} & t \geq 2 \end{cases}$$

gehörige Ausgangsgröße $y^{(2)}(t)$ an und skizzieren Sie diese für $0 \leq t \leq 5$. Geben Sie außerdem die Elemente von $y^{(2)}(t)$ für $t = 1, 2, \dots 5$ an.

Aufgabe 8:

Betrachten Sie folgenden PN-Plan der Übertragungsfunktion $G(s)$ eines zeitkontinuierlichen linearen zeitinvarianten Übertragungssystems.



Außerdem ist bekannt, dass

$$G(0) = 3$$

gilt.

a) Berechnen Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$

b) Berechnen Sie die Gewichtsfunktion $g(t)$

Formeln und Tabellen

Hilfreiche Laplace-korrespondenzen

Originalfunktion	Bildfunktion
e^{-at}	$\frac{1}{s+a}$
$sin(at)$	$\frac{a}{s^2+a^2}$
$cos(at)$	$\frac{s}{s^2+a^2}$
$e^{-at}sin(\omega t)$	$\frac{\omega}{(s+a)^2+\omega^2}$
$e^{-at}cos(\omega t)$	$\frac{s+a}{(s+a)^2+\omega^2}$

Schriftliche Prüfung aus **Systemtechnik** am 01.02.2018

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	3	3	3	2	2	2	3	3	21
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Gegeben sei das zeitdiskrete System

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}\mathbf{x}_k + \mathbf{b}u_k = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -4 \\ 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix} u_k$$
$$y_k = \mathbf{c}^T \mathbf{x}_k = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k$$

mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$, der Eingangsgröße $u \in \mathbb{R}$ und der Ausgangsgröße $y \in \mathbb{R}$.

a) Handelt es sich bei dieser Zustandsraumdarstellung um eine Minimalrealisierung?

b) Wenn nein, geben Sie eine Minimalrealisierung an.

c) Untersuchen Sie das ursprüngliche System sowie die Minimalrealisierung auf Steuer- bzw. Beobachtbarkeit.

(*Begründen Sie Ihre Aussagen!*)

Aufgabe 2:

Betrachten Sie das System zweiter Ordnung

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} u$$

mit der Eingangsgröße u und dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$.

a) Bestimmen Sie die Eigenwerte und Links-Eigenvektoren der Matrix $\mathbf{A}$

b) Verwenden Sie das Hautus-Kriterium um eine Aussage über die Steuerbarkeit zu treffen.

Aufgabe 3:

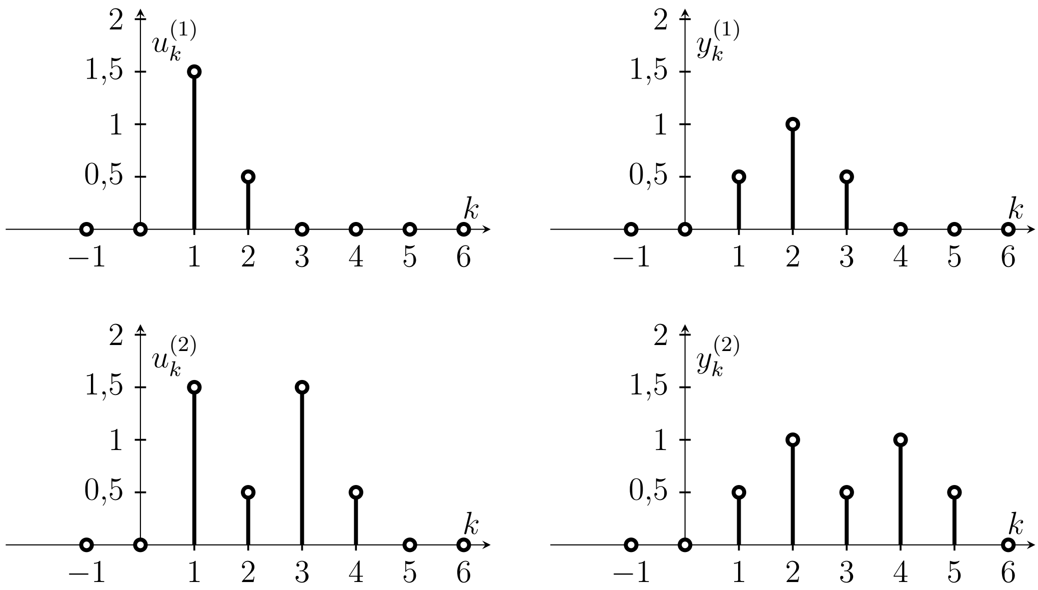
Gegeben sei ein zeitkontinuierliches lineares zeitinvariantes System mit der Ausgangsgröße y und dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -3 & -5 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$
$$y = \begin{bmatrix} 3 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}.$$

Ermitteln Sie den zeitlichen Verlauf der Ausgangsgröße $y(t)$ für $\mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} 0 & -1 \end{bmatrix}^T$.

Aufgabe 4:

Es wird ein lineares zeitdiskretes Übertragungssystem betrachtet. Im Rahmen eines Experimentes wurden zu zwei Eingangsfolgen $(u_k^{(1)})$ und $(u_k^{(2)})$ jeweils die Ausgangsfolgen $(y_k^{(1)})$ und $(y_k^{(2)})$ ermittelt. Diese sind in graphischer Form gegeben:



Überprüfen Sie in nachvollziehbarer Art und Weise, ob es sich bei diesem System um ein *zeitinvariantes* System handelt.

Aufgabe 5:

Geben Sie ein zeitkontinuierliches lineares zeitinvariantes Zustandsraummodell zweiter Ordnung mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$, der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y an, das die folgenden Eigenschaften besitzt:

- BIBO-stabil
- nicht asymptotisch stabil
- nicht steuerbar

Aufgabe 6:

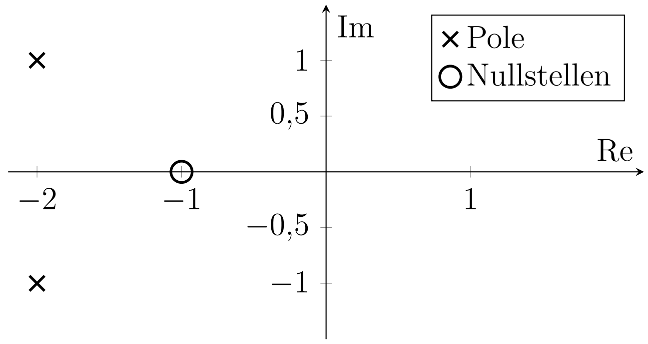
Zeigen Sie, dass für den Fall einer *idempotenten* Systemmatrix $\mathbf{A}$, d.h. $\mathbf{A}^2 = \mathbf{A}$ die Transitionsmatrix unmittelbar mit

$$\mathbf{\Phi}(t) = \mathbf{E} + \mathbf{A}(e^t - 1)$$

berechnet werden kann.

Aufgabe 7:

Betrachten Sie folgenden PN-Plan der Übertragungsfunktion $G(s)$ eines zeitkontinuierlichen linearen zeitinvarianten Übertragungssystems.



Außerdem ist bekannt, dass

$$G(0) = 3$$

gilt.

a) Berechnen Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$

b) Berechnen Sie die Gewichtsfunktion $g(t)$

Aufgabe 8:

Von einem linearen zeitinvarianten Übertragungssystem ist bekannt, dass bei verschwindendem Anfangszustand für die Eingangsgröße $u^{(1)}(t) = e^{3t}$ die Ausgangsgröße $y^{(1)}(t) = e^{-t}$ resultiert. Geben Sie die zur Eingangsgröße

$$u^{(2)}(t) = \begin{cases} 0 & t < 1 \\ e^{3t} & t \geq 1 \end{cases}$$

gehörige Ausgangsgröße $y^{(2)}(t)$ an und skizzieren Sie diese für $0 \leq t \leq 5$.

Formeln und Tabellen

Hilfreiche Laplace-Transformationen

Originalfunktion	Bildfunktion
e^{-at}	$\frac{1}{s+a}$
$sin(at)$	$\frac{a}{s^2+a^2}$
$cos(at)$	$\frac{s}{s^2+a^2}$
$e^{-at}sin(\omega t)$	$\frac{\omega}{(s+a)^2+\omega^2}$
$e^{-at}cos(\omega t)$	$\frac{s+a}{(s+a)^2+\omega^2}$

Schriftliche Prüfung aus **Systemtechnik** am 30.11.2017

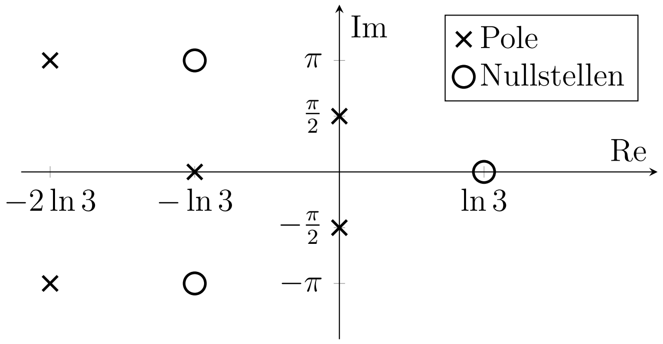
Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

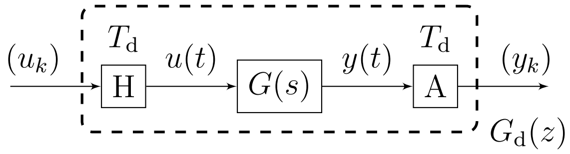
Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	2	3	2	3	3	3	2	3	21
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Betrachten Sie folgenden PN-Plan der Übertragungsfunktion $G(s)$ eines zeitkontinuierlichen linearen zeitinvarianten Übertragungssystems.



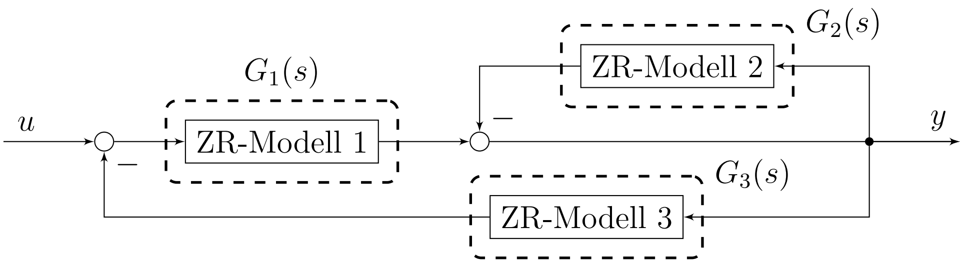
Das System wird gemäß folgender Abbildung mit einem Abtast- und einem Halteglied, jeweils mit der Abtastzeit $T_\mathrm{d} = 1$ versehen.



Stellen Sie die *Polstellen* der z-Übertragungsfunktion $G_\mathrm{d}(z)$ des resultierenden zeitdiskreten Systems in der komplexen z-Ebene dar.

Aufgabe 2:

Betrachten Sie folgende Zusammenschaltung linearer zeitinvarianter Zustandsraummodelle:



Die Zustandsraummodelle sind sowohl steuerbar als auch beobachtbar; sie besitzen die Übertragungsfunktionen

$$G_1(s) = \frac{s+2}{s^2-1}, \qquad G_2(s) = \frac{2}{s+2} \qquad G_3(s) = \frac{1}{s+4}$$

Ist das *Zustandsraummodell der Zusammenschaltung*, dessen Zustandsvektor sich aus den Zustandsvariablen der Teilsysteme zusammensetzt, steuerbar bzw. beobachtbar? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

Aufgabe 3:

Von einem linearen zeitinvarianten Zustandsraummodell der Form

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x}, \qquad y = \mathbf{c}^T\mathbf{x}$$

seien für unterschiedliche Werte des Anfangszustandes $\mathbf{x}_0$ die Verläufe der Ausgangsgröße $y(t)$ für $t \geq 0$ bekannt:

- für $\mathbf{x}_0^{(1)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}^T$ ergibt sich die Ausgangsgröße $y^{(1)}(t) = t$;
- für $\mathbf{x}_0^{(2)} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix}^T$ ergibt sich die Ausgangsgröße $y^{(2)}(t) = 1 + e^{-t}$.

Ermitteln Sie die Eigenwerte der Systemmatrix $\mathbf{A}$ sowie den Verlauf der Ausgangsgröße $y(t)$ für den Anfangszustand $\mathbf{x}_0 = \begin{bmatrix} 3 & 4 \end{bmatrix}^T$.

Aufgabe 4:

Es sei folgende Übertragungsfunktion eines linearen zeitinvarianten Übertragungssystems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y gegeben:

$$G(s) = \frac{s-a}{(s+a)^2}$$

Dabei ist a ein reeller Parameter. Ermitteln Sie für die Eingangsgröße $u(t) = \sqrt{2}\sin(2t)$ die Ausgangsgröße $y(t)$ des Systems *im eingeschwungenen Zustand* für folgende beide Werte des Parameters a:

i) $a = 2$, ii) $a = -2$.

Aufgabe 5:

Geben Sie zu der Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{(s+3)(s^2+1)}{s^6 - 3s^5 - 18s^4 - s^2 + 3s + 18}$$

eine Minimalrealisierung der Form

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u$$
$$y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du$$

an.

Aufgabe 6:

Gegeben sei folgendes nichtlineares Zustandsraummodell mit den Zuständen x_1 und x_2, der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y:

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= 2x_1x_2 + x_2\sin x_1,\\ \frac{dx_2}{dt} &= -x_2 + 4u^2,\\ y &= x_1x_2.\end{aligned}$$

Ermitteln sie für die Ruhelage

$$\mathbf{x}_R^T = \begin{bmatrix}0 & 4\end{bmatrix}^T, \quad u_R = 1$$

das linearisierte Zustandsraummodell der Form

$$\begin{aligned}\frac{d\Delta\mathbf{x}}{dt} &= \mathbf{A}\Delta\mathbf{x} + \mathbf{b}\Delta u,\\ \Delta y &= \mathbf{c}^T\Delta\mathbf{x},\end{aligned}$$

wobei

$$\Delta\mathbf{x} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_R, \quad \Delta u = u - u_R \quad \text{und} \quad \Delta y = y - y_R$$

gilt.

Aufgabe 7:

Betrachten Sie das System

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} &= \begin{bmatrix}1 & 2\\ 4 & -2\end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix}1\\ 4\end{bmatrix}u\\ y &= \begin{bmatrix}1 & 1\end{bmatrix}\mathbf{x} - u\end{aligned}$$

mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y. Geben Sie alle Ruhelagen des Systems an, die zur Ausgangsgröße $y(t) = 4$ führen.

Aufgabe 8:

Berechnen Sie den größtmöglichen Wertebereich des Parameters $\alpha \in \mathbb{R}$ so, dass folgendes freies LZI System ausschließlich Eigenwerte in der linken offenen Halbebene aufweist.

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{bmatrix}0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\\ -\alpha & 1 & -\alpha & -\alpha\end{bmatrix}\mathbf{x}$$

Schriftliche Prüfung aus **Systemtechnik** am 28.09.2017

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	2	3	3	2	3	3	2	3	21
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Gegeben sei das zeitdiskrete System

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}\mathbf{x}_k + bu_k &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 5 \\ 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \begin{bmatrix} 5 \\ -2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} u_k \\ y_k = \mathbf{c}^T \mathbf{x}_k &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k \end{aligned}$$

mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$, der Eingangsgröße $u \in \mathbb{R}$ und der Ausgangsgröße $y \in \mathbb{R}$.

a) Handelt es sich bei dieser Zustandsraumdarstellung um eine Minimalrealisierung?

b) Wenn nein, geben Sie eine Minimalrealisierung an.

(*Begründen Sie Ihre Aussage!*)

Aufgabe 2:

Zeigen Sie, dass die Übertragungsfunktion des Systems

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u \\ y &= \mathbf{c}^T \mathbf{x} + du \end{aligned}$$

mit Zustandsvektor $\mathbf{x}$, Eingangsgröße u und Ausgangsgröße y, invariant bezüglich der regulären Zustandstransformationen

$$\mathbf{x} = \mathbf{T}\mathbf{z}$$

ist, wobei $\mathbf{z}$ den transformierten Zustandsvektor symbolisiert.

Aufgabe 3:

Gegeben sei ein zeitkontinuierliches lineares zeitinvariantes System mit der Eingangsgröße u, der Ausgangsgröße y und dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$:

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{x}}{dt} &= \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -4 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 6 \\ 8 \end{bmatrix} u \\ y &= \begin{bmatrix} 2 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}. \end{aligned}$$

Ermitteln Sie den zeitlichen Verlauf der Ausgangsgröße $y(t)$ für $u(t) = 0$ und $\mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} 0 & -1 \end{bmatrix}^T$.

Aufgabe 4:

Es sei ein lineares zeitdiskretes System der Form

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}_\mathrm{d}\mathbf{x}_k + \mathbf{b}_\mathrm{d}u_k$$

gegeben, dessen Systemmatrix $\mathbf{A}_\mathrm{d}$ als invertierbar vorausgesetzt wird. Als Eingangsgröße wird die Folge

$$u_k = m_1\delta_{k-1} + m_2\delta_k = \begin{cases} m_2 & k = 0 \\ m_1 & k = 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

verwendet. Deren reelle Parameter m_1, m_2 werden zu einem Vektor $\mathbf{m} := \begin{bmatrix} m_1 & m_2 \end{bmatrix}^T$ zusammengefasst. Ermitteln Sie diesen Parametervektor $\mathbf{m}$ in Abhängigkeit von $\mathbf{x}_0$ so, dass $\mathbf{x}_2 = \mathbf{0}$ (und damit auch $\mathbf{x}_k = \mathbf{0}$ für $k \geq 2$) gilt. Welche Eigenschaft muss das System besitzen, damit diese Ermittlung bei beliebig vorgegebenem Anfangszustand $\mathbf{x}_0$ möglich ist? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

Aufgabe 5:

Gegeben sei die *Impulsantwort* eines linearen zeitkontinuierlichen zeitinvarianten Systems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y:

$$g(t) = e^{-3t} + 2e^{t}$$

Ermitteln Sie die Ausgangsgröße $y(t)$ für $u(t) = \sigma(t) + 3\sigma(t-1)$.

Aufgabe 6:

Betrachten Sie die Transitionsmatrix

$$\Phi(t) = \begin{bmatrix} \mathrm{e}^{-2\,t} - 2\,t\,\mathrm{e}^{-2\,t} & 0 & -2\,t\,\mathrm{e}^{-2\,t} \\ 4\,\mathrm{e}^{-2\,t} - 4\,\mathrm{e}^{-t} + 8\,t\,\mathrm{e}^{-2\,t} & \mathrm{e}^{-t} & 8\,\mathrm{e}^{-2\,t} - 8\,\mathrm{e}^{-t} + 8\,t\,\mathrm{e}^{-2\,t} \\ 2\,t\,\mathrm{e}^{-2\,t} & 0 & \mathrm{e}^{-2\,t}\,(2\,t+1) \end{bmatrix}$$

Berechnen Sie die dazugehörige Systemmatrix $\mathbf{A}$ und deren Eigenwerte.

Aufgabe 7:

Berechnen Sie alle Ruhelagen des Systems

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 8 \end{bmatrix} u$$

mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Eingangsgröße u.

Aufgabe 8:

Berechnen Sie den größtmöglichen Wertebereich des Parameters $\alpha \in \mathbb{R}$ so, dass folgendes freies LZI System ausschließlich Eigenwerte in der linken offenen Halbebene aufweist.

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\alpha & -\alpha & -\alpha & -\alpha \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

Schriftliche Prüfung aus **Systemtechnik**
am 29.06.2017

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	3	3	3	2	3	3	2	2	21
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Gegeben sei das zeitdiskrete System

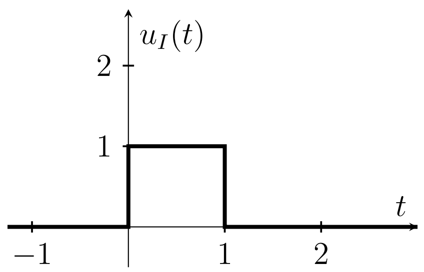
$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}\mathbf{x}_k + bu_k = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} u_k$$
$$y_k = \mathbf{c}^T \mathbf{x}_k = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k$$

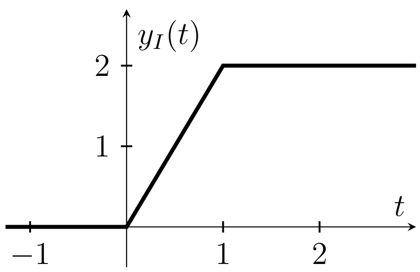
mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$, der Eingangsgröße $u \in \mathbb{R}$ und der Ausgangsgröße $y \in \mathbb{R}$.

Handelt es sich bei dieser Zustandsraumdarstellung um eine Minimalrealisierung? Wenn nein, geben Sie eine Minimalrealisierung an. (*Begründen Sie Ihre Aussage!*)

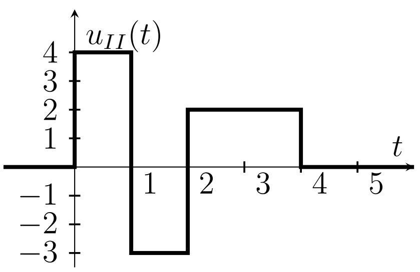
Aufgabe 2:

Es wird ein zeitkontinuierliches System mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y betrachtet. Im Rahmen eines Experimentes wurde für die im Folgenden dargestellte Zeitfunktion $u_I(t)$ der nebenstehend abgebildete Ausgangsgrößenverlauf $y_I(t)$ erhalten. Es wurde sichergestellt, dass die Zustandsgrößen zu Beginn des Experiments null sind.





In einem zweiten Experiment soll nun die folgende Zeitfunktion als Eingangsgröße dienen:



Wie muss die Ausgangsgröße $y_{II}(t)$ des Systems im zweiten Experiment für den Fall aussehen, dass es sich um ein *lineares, zeitinvariantes* System handelt und die Anfangszustände null sind.

Aufgabe 3:

Gegeben sei ein zeitkontinuierliches lineares zeitinvariantes System mit der Eingangsgröße u, der Ausgangsgröße y und dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$:

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{x}}{dt} &= \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -4 & 4 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} u \\ y &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}. \end{aligned}$$

Ermitteln Sie den zeitlichen Verlauf der Ausgangsgröße $y(t)$ für $u(t) = 0$ und $\mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} 0 & 2 \end{bmatrix}^T$.

Aufgabe 4:

Von einer *nicht sprungfähigen*, gebrochen rationalen Übertragungsfunktion $G(s)$ *zweiter Ordnung* mit reellen Koeffizienten ist bekannt, dass Folgendes gilt:

$$G(1) = 0, \qquad \lim_{s \to (1-j)} |G(s)| = \infty, \qquad G(0) = 2.$$

Ermitteln Sie $G(s)$. Besitzt diese Übertragungsfunktion die BIBO Eigenschaft?

Aufgabe 5:

Gegeben sei folgendes nichtlineares Zustandsraummodell mit den Zuständen x_1 und x_2, der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y:

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= 2x_1^2 x_2 + \cos x_1 + u, \\ \frac{dx_2}{dt} &= -\sqrt{x_2} + u^2, \\ y &= x_1 x_2^2. \end{aligned}$$

Ermitteln sie für die Ruhelage

$$\mathbf{x}_R^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}^T, \quad u_R = -1$$

das linearisierte Zustandsraummodell der Form

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta\mathbf{x}}{dt} &= \mathbf{A}\Delta\mathbf{x} + \mathbf{b}\Delta u, \\ \Delta y &= \mathbf{c}^T \Delta\mathbf{x}, \end{aligned}$$

wobei

$$\Delta\mathbf{x} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_R, \quad \Delta u = u - u_R \quad \text{und} \quad \Delta y = y - y_R$$

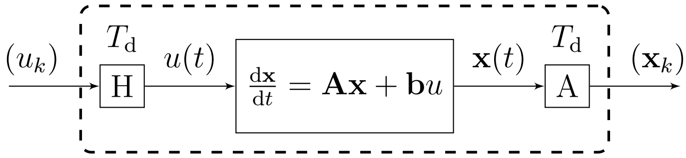
gilt.

Aufgabe 6:

Ein lineares zeitinvariantes Zustandsraummodell der Form

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u$$

wird wie nachfolgend dargestellt mit einem Abtast- und einem Halteglied jeweils mit der Diskretisierungszeit T_d versehen.



Ermitteln Sie ein Zustandsraummodell des resultierenden *zeitdiskreten* Systems, wenn die Daten des zeitkontinuierlichen Systems lauten:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Aufgabe 7:

Betrachten Sie die Transitionsmatrix

$$\Phi(t) = \begin{bmatrix} \frac{2\,\mathrm{e}^{5\,t}}{3} + \frac{\mathrm{e}^{11\,t}}{3} & \frac{2\,\mathrm{e}^{5\,t}}{3} - \frac{2\,\mathrm{e}^{11\,t}}{3} & 0 \\ \frac{\mathrm{e}^{5\,t}}{3} - \frac{\mathrm{e}^{11\,t}}{3} & \frac{\mathrm{e}^{5\,t}}{3} + \frac{2\,\mathrm{e}^{11\,t}}{3} & 0 \\ \frac{\mathrm{e}^{9\,t}}{2} - \frac{\mathrm{e}^{11\,t}}{2} & \mathrm{e}^{11\,t} - \mathrm{e}^{9\,t} & \mathrm{e}^{9\,t} \end{bmatrix}$$

Berechnen Sie die dazugehörige Systemmatrix $\mathbf{A}$ und deren Eigenwerte.

Aufgabe 8:

Berechnen Sie alle Ruhelagen des Systems

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 9 \end{bmatrix} u$$

mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Eingangsgröße u.

Schriftliche Prüfung aus **Systemtechnik** am 12.05.2017

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	3	2	4	3	2	3	2	2	21
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Kann es sich bei folgenden Matrizen $\Phi_i(t)$ grundsätzlich um Transitionsmatrizen von LZI Systemen handeln?

a) $\Phi_1(t) = \begin{bmatrix} \mathrm{e}^{-t} & \mathrm{e}^{2t} - \mathrm{e}^{t} \\ 0 & \mathrm{e}^{-t} \end{bmatrix}$

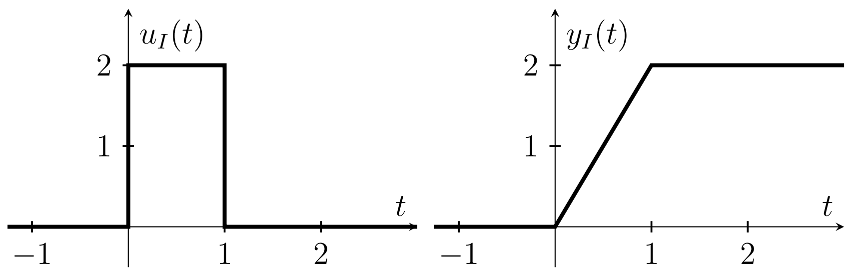
b) $\Phi_2(t) = \begin{bmatrix} \mathrm{e}^{-t} & 2 - 2\,\mathrm{e}^{-t} \\ \mathrm{e}^{-t} - 1 & 2 - \mathrm{e}^{-t} \end{bmatrix}$

c) $\Phi_3(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 - \mathrm{e}^{-\pi t} & \mathrm{e}^{-\pi t} \end{bmatrix}$

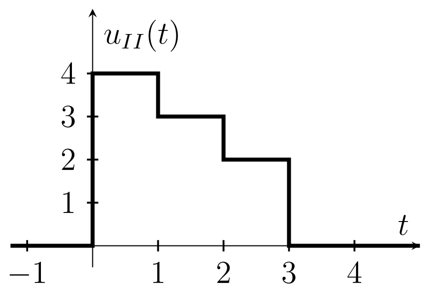
Begründen Sie Ihre Antwort mathematisch.

Aufgabe 2:

Es wird ein zeitkontinuierliches System mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y betrachtet. Im Rahmen eines Experimentes wurde für die im Folgenden dargestellte Zeitfunktion $u_I(t)$ der nebenstehend abgebildete Ausgangsgrößenverlauf $y_I(t)$ erhalten.



In einem zweiten Experiment soll nun die folgende Zeitfunktion als Eingangsgröße dienen:



Wie muss die Ausgangsgröße $y_{II}(t)$ des Systems im zweiten Experiment für den Fall aussehen, dass es sich um ein *lineares, zeitinvariantes* System handelt.

Aufgabe 3:

Gegeben sei ein zeitkontinuierliches lineares zeitinvariantes System mit der Eingangsgröße u, der Ausgangsgröße y und dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$:

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{x}}{dt} &= \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -3 & 3 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \\ y &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}. \end{aligned}$$

Ermitteln Sie den zeitlichen Verlauf der Ausgangsgröße $y(t)$ für $u(t) = 0$ und $\mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}^T$.

Aufgabe 4:

Es sei folgende Übertragungsfunktion eines linearen zeitinvarianten Übertragungssystems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y gegeben:

$$G(s) = \frac{s-a}{(s+a)^2}$$

Dabei ist a ein reeller Parameter. Ermitteln Sie für die Eingangsgröße $u(t) = \sqrt{2}\sin t$ die Ausgangsgröße $y(t)$ des Systems *im eingeschwungenen Zustand* für folgende beide Werte des Parameters a:

i) $a = 1$, ii) $a = -1$.

Aufgabe 5:

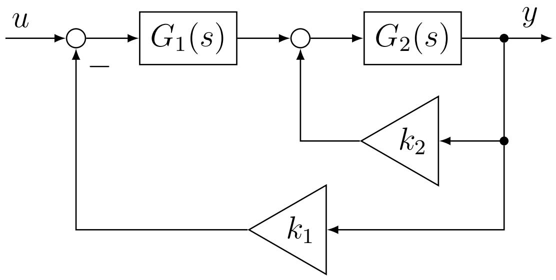
Gegeben sei ein nichtlineares Zustandsmodell zweiter Ordnung mit den Zustandsvariablen x_1 und x_2:

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}x_1}{\mathrm{d}t} &= x_1^2 \cos(x_2) \\ \frac{\mathrm{d}x_2}{\mathrm{d}t} &= x_1 - 8x_2 \end{aligned}$$

Ermitteln Sie alle Ruhelagen des Systems.

Aufgabe 6:

Betrachten Sie folgende Zusammenschaltung zweier Übertragungssysteme mit den Übertragungsfunktionen $G_1(s)$ und $G_2(s)$:



a) Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G(s) := \left.\frac{\overline{y}(s)}{\overline{u}(s)}\right|_{AW=0}$ allgemein in Abhängigkeit der Übertragungsfunktionen $G_1(s)$, $G_2(s)$, k_1 und k_2.

b) Zeigen Sie, dass für

$$G_1(s) = \frac{1}{s-1}, \qquad G_2(s) = \frac{1}{s+1}$$

die Übertragungsfunktion $G(s)$ durch

$$G(s) = \frac{1}{s^2 - k_2 s + k_1 + k_2 - 1}$$

gegeben ist. Hierbei sind k_1 und k_2 *reelle* Parameter.

c) Bestimmen Sie den größtmöglichen Wertebereich der Parameter k_1 und k_2, für den die Übertragungsfunktion $G(s)$ die BIBO-Eigenschaft besitzt.

Aufgabe 7:

Betrachten Sie die Transitionsmatrix

$$\Phi(t) = \begin{bmatrix} 2\,\mathrm{e}^{-t} - 1 & 2 - 2\,\mathrm{e}^{-t} \\ \mathrm{e}^{-t} - 1 & 2 - \mathrm{e}^{-t} \end{bmatrix}.$$

Berechnen Sie die dazugehörige Systemmatrix A und deren Eigenwerte.

Aufgabe 8:

Geben Sie ein nichtlineares autonomes System *erster* Ordnung mit den Ruhelagen

$$x_{0,1} = 1 \qquad x_{0,2} = 2 \qquad x_{0,3} = 4$$

an.

Schriftliche Prüfung aus **Systemtechnik** am 09.03.2017

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	3	2	2	3	2	3	3	3	21
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Kann es sich bei folgenden Matrizen $\Phi_i(t)$ grundsätzlich um Transitionsmatrizen von LZI Systemen handeln?

a) $\Phi_1(t) = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} \mathrm{e}^{3t} + \mathrm{e}^{t} & \mathrm{e}^{t} - \mathrm{e}^{3t} \\ \mathrm{e}^{t} - \mathrm{e}^{3t} & \mathrm{e}^{3t} + \mathrm{e}^{t} \end{bmatrix}$

b) $\Phi_2(t) = \begin{bmatrix} \mathrm{e}^{2t} + \mathrm{e}^{4t} & \mathrm{e}^{4t} - \mathrm{e}^{2t} \\ \mathrm{e}^{4t} - \mathrm{e}^{2t} & \mathrm{e}^{2t} + \mathrm{e}^{4t} \end{bmatrix}$

c) $\Phi_3(t) = \begin{bmatrix} \mathrm{e}^{-6t} & \mathrm{e}^{-3t} - \mathrm{e}^{-t} \\ 0 & \mathrm{e}^{-t} \end{bmatrix}$

Begründen Sie Ihre Antwort mathematisch.

Aufgabe 2:

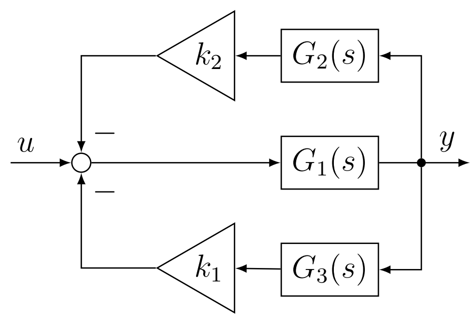
Zeigen Sie, dass ein LZI-System der Form

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -\alpha_0 & -\alpha_1 & -\alpha_2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} \beta_0 & \beta_1 & \beta_2 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

(Steuerbarkeitsnormalform) immer steuerbar ist. Hierbei sind $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2$ und $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ reelle Parameter.

Aufgabe 3:

Betrachten Sie folgende Zusammenschaltung zweier Übertragungssysteme mit den Übertragungsfunktionen $G_1(s)$ und $G_2(s)$:



Hierbei sind k_1 und k_2 reelle Parameter. Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$ des Gesamtsystems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y. Geben Sie $G(s)$ in einer Form ohne Doppel- bzw. Mehrfachbrüche an.

Aufgabe 4:

Berechnen Sie den größtmöglichen Wertebereich des Parameters $\alpha \in \mathbb{R}$ so, dass folgendes autonomes LZI System ausschließlich Eigenwerte in der linken offenen Halbebene aufweist.

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & -3 & -\alpha & -1 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

Aufgabe 5:

Gegeben sei das folgende nichtlineare zeitkontinuierliche System:

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} &= x_1^2 + 2x_1x_2 - cos(x_2) \\ \frac{dx_3}{dt} &= x_1 + x_1^2 u - \sqrt{x_3}. \end{aligned}$$

Ermitteln Sie für $u = u_R = 1$ *alle* Ruhelagen des Systems.

Aufgabe 6:

Gegeben sei die *Impulsantwort* eines linearen zeitkontinuierlichen zeitinvarianten Systems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y:

$$g(t) = e^{-3t} + 2e^t$$

Ermitteln Sie die Ausgangsgröße $y(t)$ für $u(t) = \sigma(t)$.

Aufgabe 7:

Zeigen Sie, dass für den Fall einer *idempotenten* Systemmatrix $\mathbf{A}$, d.h. $\mathbf{A}^2 = \mathbf{A}$ die Transitionsmatrix unmittelbar mit

$$\mathbf{\Phi}(t) = \mathbf{E} + \mathbf{A}(e^t - 1)$$

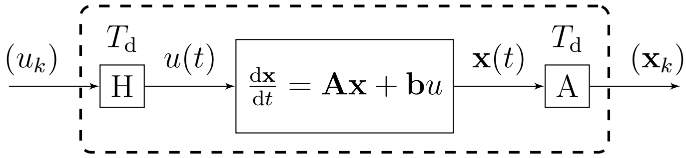
berechnet werden kann.

Aufgabe 8:

Ein lineares zeitinvariantes Zustandsraummodell der Form

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u$$

wird wie nachfolgend dargestellt mit einem Abtast- und einem Halteglied mit der Abtastzeit T_d versehen.



a) Zeigen Sie, dass die Systemmatrix des Zustandsraummodells des resultierenden *zeitdiskreten* Systems immer invertierbar ist.

b) Ermitteln Sie ein Zustandsraummodell des resultierenden *zeitdiskreten* Systems, wenn die Daten des zeitkontinuierlichen Systems lauten:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Schriftliche Prüfung aus **Systemtechnik**
am 25.01.2017

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	2	3	3	3	3	3	2	2	21
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Geben Sie ein zeitkontinuierliches lineares zeitinvariantes Zustandsraummodell zweiter Ordnung mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$, der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y an, das die folgenden Eigenschaften besitzt:

- BIBO-stabil
- nicht asymptotisch stabil

Aufgabe 2:

Zeigen Sie, dass ein LZI-System der Form

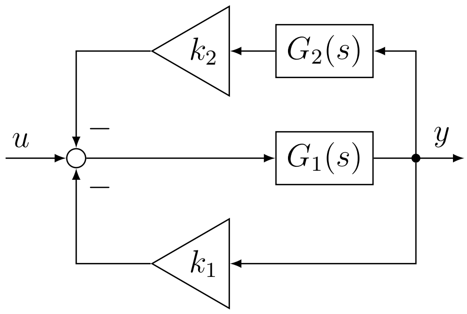
$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -\alpha_0 & -\alpha_1 & -\alpha_2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} \beta_0 & \beta_1 & \beta_2 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

(Steuerbarkeitsnormalform) immer steuerbar ist. Hierbei sind $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2$ und $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ reelle Parameter.

Aufgabe 3:

Betrachten Sie folgende Zusammenschaltung zweier Übertragungssysteme mit den Übertragungsfunktionen $G_1(s)$ und $G_2(s)$:



Hierbei sind k_1 und k_2 reelle Parameter. Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$ des Gesamtsystems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y. Geben Sie $G(s)$ in einer Form ohne Doppel- bzw. Mehrfachbrüche an.

Aufgabe 4:

Berechnen Sie den größtmöglichen Wertebereich des Parameters $\alpha \in \mathbb{R}$ so, dass folgendes freies LZI System ausschließlich Eigenwerte in der linken offenen Halbebene aufweist.

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & -3 & -\alpha & -1 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

Aufgabe 5:

Gegeben sei folgendes nichtlineares Zustandsraummodell mit den Zuständen x_1 und x_2, der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y:

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= 2x_1x_2 + \sin x_1, \\ \frac{dx_2}{dt} &= -x_2 + u^2, \\ y &= x_1x_2. \end{aligned}$$

Ermitteln sie für die Ruhelage

$$\mathbf{x}_R^T = \begin{bmatrix} 0 & 4 \end{bmatrix}^T, \quad u_R = 2$$

das linearisierte Zustandsraummodell der Form

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta\mathbf{x}}{dt} &= \mathbf{A}\Delta\mathbf{x} + \mathbf{b}\Delta u, \\ \Delta y &= \mathbf{c}^T\Delta\mathbf{x}, \end{aligned}$$

wobei

$$\Delta\mathbf{x} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_R, \quad \Delta u = u - u_R \quad \text{und} \quad \Delta y = y - y_R$$

gilt.

Aufgabe 6:

Von einer gebrochen rationalen Übertragungsfunktion $G(s)$ *zweiter Ordnung* mit reellen Koeffizienten ist bekannt, dass Folgendes gilt:

$$G(-j) = 0, \qquad \lim_{s \to (1-j)} |G(s)| = \infty, \qquad G(0) = 2.$$

Ermitteln Sie $G(s)$.

Aufgabe 7:

Es sei ein lineares zeitdiskretes System der Form

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}_\mathrm{d}\mathbf{x}_k + \mathbf{b}_\mathrm{d}u_k$$

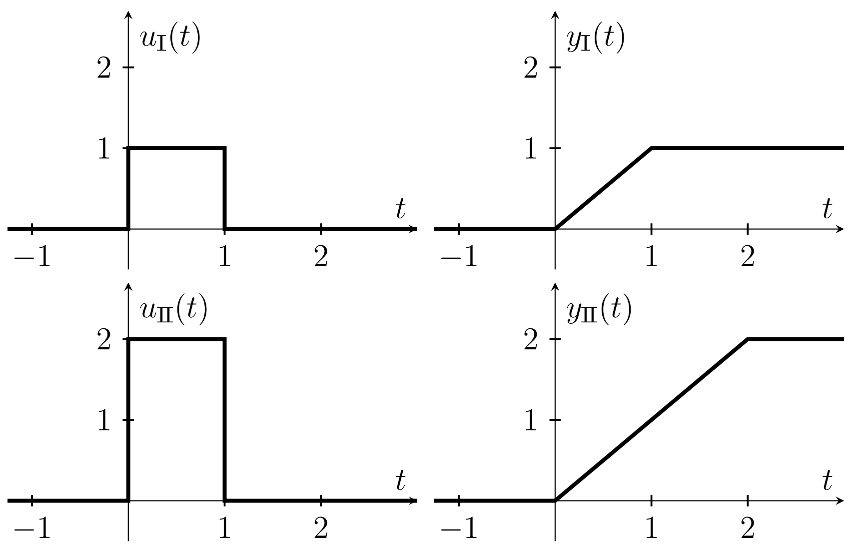
gegeben, dessen Systemmatrix $\mathbf{A}_\mathrm{d}$ als invertierbar vorausgesetzt wird. Als Eingangsgröße wird die Folge

$$u_k = m_1\delta_{k-1} + m_2\delta_k = \begin{cases} m_2 & k = 0 \\ m_1 & k = 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

verwendet. Deren reelle Parameter m_1, m_2 werden zu einem Vektor $\mathbf{m} := \begin{bmatrix} m_1 & m_2 \end{bmatrix}^T$ zusammengefasst. Ermitteln Sie diesen Parametervektor $\mathbf{m}$ in Abhängigkeit von $\mathbf{x}_0$ so, dass $\mathbf{x}_2 = \mathbf{0}$ (und damit auch $\mathbf{x}_k = \mathbf{0}$ für $k \geq 2$) gilt. Welche Eigenschaft muss das System besitzen, damit diese Ermittlung bei beliebig vorgegebenem Anfangszustand $\mathbf{x}_0$ möglich ist? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

Aufgabe 8:

Es wird ein zeitkontinuierliches System mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y betrachtet. Im Rahmen von Experimenten wurden für die im Folgenden dargestellten Zeitfunktionen $u_\mathrm{I}(t)$ und $u_\mathrm{II}(t)$ die nebenstehend abgebildeten Ausgangsgrößenverläufe $y_\mathrm{I}(t)$ und $y_\mathrm{II}(t)$ erhalten:



Kann es sich hierbei prinzipiell, d.h. vorbehaltlich der Ergebnisse weiterer Versuche und Untersuchungen, um ein lineares zeitinvariantes System handeln? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)