Schriftliche Prüfung aus **Systemtechnik** am 29.01.2016

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	2	3	3	3	2	3	2	3	21
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Geben Sie die *Definitionen* folgender Eigenschaften eines *zeitkontinuierlichen* linearen zeitinvarianten Zustandsraummodells mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Eingangsgröße u an:

- asymptotische Stabilität;
- Steuerbarkeit.

Aufgabe 2:

Von einem linearen zeitinvarianten Zustandsraummodell der Form

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x}, \qquad y = \mathbf{c}^T\mathbf{x}$$

seien für unterschiedliche Werte des Anfangszustandes $\mathbf{x}_0$ die Verläufe der Ausgangsgröße $y(t)$ für $t \geq 0$ bekannt:

- für $\mathbf{x}_0^{(1)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}^T$ ergibt sich die Ausgangsgröße $y^{(1)}(t) = t$;
- für $\mathbf{x}_0^{(2)} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \end{bmatrix}^T$ ergibt sich die Ausgangsgröße $y^{(2)}(t) = 1 + t$.

Ermitteln Sie die Eigenwerte der Systemmatrix $\mathbf{A}$ sowie den Verlauf der Ausgangsgröße $y(t)$ für den Anfangszustand $\mathbf{x}_0 = \begin{bmatrix} 3 & 4 \end{bmatrix}^T$.

Aufgabe 3:

Geben Sie zu folgenden linearen zeitinvarianten Übertragungsgliedern jeweils die Übertragungsfunktion $G(s)$, skizzieren Sie die zugehörige Sprungantwort $h(t)$ und stellen Sie den Frequenzgang $G(j\omega)$ in Form eines Bode-Diagramms dar:

- Verzögerungsglied erster Ordnung (PT_1-Glied);
- Vorhalteglied (DT_1-Glied).

Aufgabe 4:

Zeigen Sie, dass die Übertragungsfunktion $G(s)$ eines linearen zeitinvarianten Zustandsraummodells der Form

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u, \qquad y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du$$

invariant bezüglich regulärer Zustandstransformationen der Form $\mathbf{x} = \mathbf{P}\mathbf{z}$ ist.

Hinweis: Für zwei Matrizen $\mathbf{Q}$, $\mathbf{R}$ geeigneter Dimensionen gilt $(\mathbf{Q}\mathbf{R})^{-1} = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{Q}^{-1}$.

Aufgabe 5:

Geben Sie ein lineares zeitinvariantes Zustandsraummodell *zweiter Ordnung* der Form

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u, \qquad y = \mathbf{c}^T\mathbf{x}$$

an, welches folgende Eigenschaften besitzt:

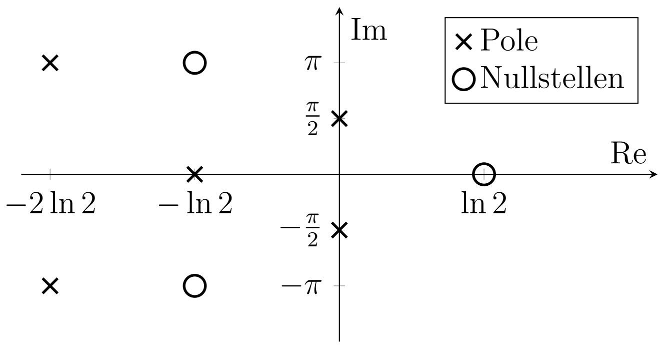
- es liegt in 2. Normalform vor,
- es besitzt die BIBO-Eigenschaft und
- es ist *nicht* asymptotisch stabil.

Aufgabe 6:

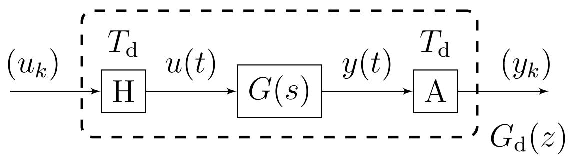
Es sei ein Polynom $p(z) = z^2 + a_1 z + a_0$ gegeben. Ermitteln und skizzieren Sie in der a_0-a_1-Ebene den größtmöglichen Wertebereich der reellen Parameter a_0 und a_1, für den $p(z)$ ein Schurpolynom (d.h. ein Einheitskreispolynom) ist.

Aufgabe 7:

Betrachten Sie folgenden PN-Plan der Übertragungsfunktion $G(s)$ eines zeitkontinuierlichen linearen zeitinvarianten Übertragungssystems.



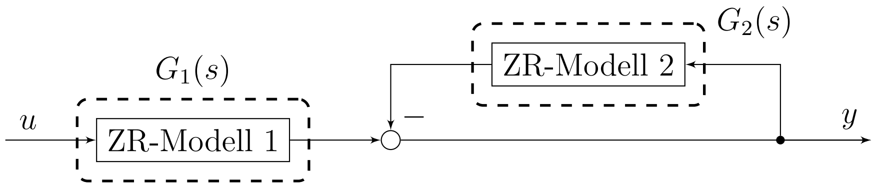
Das System wird gemäß folgender Abbildung mit einem Abtast- und einem Halteglied, jeweils mit der Abtastzeit $T_\mathrm{d} = 1$ versehen.



Stellen Sie die *Polstellen* der z-Übertragungsfunktion $G_\mathrm{d}(z)$ des resultierenden zeitdiskreten Systems in der komplexen z-Ebene dar.

Aufgabe 8:

Betrachten Sie folgende Zusammenschaltung zweier linearer zeitinvarianter Zustandsraummodelle (ZR-Modell 1 und ZR-Modell 2):



Beide Zustandsraummodelle sind sowohl steuerbar als auch beobachtbar; sie besitzen die Übertragungsfunktionen

$$G_1(s) = \frac{s+4}{(s+1)(s+2)}, \qquad G_2(s) = \frac{1}{s+3}.$$

Ist das *Zustandsraummodell der Zusammenschaltung*, dessen Zustandsvektor sich aus den Zustandsvariablen der beiden Teilsysteme zusammensetzt, steuerbar bzw. beobachtbar? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

Schriftliche Prüfung aus **Systemtechnik** am 18.03.2016

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	2	3	3	3	2	2	3	3	21
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Geben Sie die *Definitionen* folgender Eigenschaften eines *zeitkontinuierlichen* linearen zeitinvarianten Zustandsraummodells mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$, der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y an:

- Beobachtbarkeit;
- BIBO-Stabilität.

Aufgabe 2:

Von einem linearen zeitinvarianten Übertragungssystem ist bekannt, dass bei verschwindendem Anfangszustand für die Eingangsgröße $u^{(1)}(t) = e^{2t}$ die Ausgangsgröße $y^{(1)}(t) = e^{-t}$ resultiert. Geben Sie die zur Eingangsgröße

$$u^{(2)}(t) = \begin{cases} 0 & t < 1 \\ e^{2t} & t \geq 1 \end{cases}$$

gehörige Ausgangsgröße $y^{(2)}(t)$ an und skizzieren Sie diese für $0 \leq t \leq 4$.

Aufgabe 3:

Geben Sie zu folgenden linearen zeitinvarianten Übertragungsgliedern jeweils die Übertragungsfunktion $G(s)$ an und skizzieren Sie die zugehörige Sprungantwort $h(t)$:

- Integrierer;
- Vorhalteglied (DT_1-Glied).

Aufgabe 4:

Gegeben sei ein lineares zeitinvariantes System der Form

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x}, \qquad y = \mathbf{c}^T\mathbf{x}.$$

mit der *Systemordnung* $n = 3$. Zeigen Sie, dass die Beobachtbarkeit dieses Systems invariant bezüglich einer regulären Zustandstransformationen der Form $\mathbf{x} = \mathbf{P}\mathbf{z}$ ist.

Aufgabe 5:

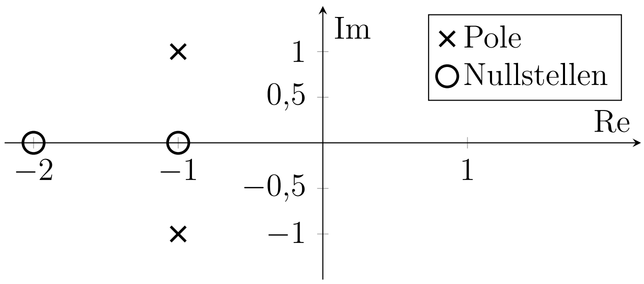
Gegeben sei ein zeitdiskretes nichtlineares Zustandsraummodell erster Ordnung mit der Zustandsvariable x:

$$x_{k+1} = {x_k}^2 - 2$$

Ermitteln Sie alle Ruhelagen des Systems.

Aufgabe 6:

Betrachten Sie folgenden PN-Plan der Übertragungsfunktion $G(s)$ eines zeitkontinuierlichen linearen zeitinvarianten Übertragungssystems (alle eingezeichneten Pole und Nullstellen haben Vielfachheit eins).



Ferner ist bekannt, dass die Ausgangsgröße $y(t)$ für die Eingangsgröße $u(t) = \sigma(t)$ (d.h. für einen Einheitssprung) die Relation

$$\lim_{t\to\infty} y(t) = 2$$

erfüllt. Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$.

Aufgabe 7:

Von einem linearen zeitinvarianten Zustandsraummodell der Form

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x}$$

ist bekannt, dass die Transitionsmatrix die Form

$$\boldsymbol{\Phi}(t) = \mathbf{M}_1 + e^{-t}\mathbf{M}_2$$

mit konstanten aber unbekannten Matrizen $\mathbf{M}_1$ und $\mathbf{M}_2$ hat.

- Wie lauten die Eigenwerte der Systemmatrix $\mathbf{A}$?
- Wie lautet die Inverse $\big(\boldsymbol{\Phi}(t)\big)^{-1}$ der Transitionsmatrix?
- Bestimmen Sie $\mathbf{M}_1$ und $\mathbf{M}_2$ in Abhängigkeit der Systemmatrix $\mathbf{A}$.

Aufgabe 8:

Überprüfen Sie, welche der folgenden Übertragungsfunktionen

- realisierbar ist;
- die BIBO-Eigenschaft besitzt:

(*Begründen Sie Ihre Antworten!*)

$$\text{i) } G_1(s) = \frac{s-1}{(s-1)(s+2)}, \qquad \text{ii) } G_2(s) = \frac{1}{s^2 - s + 1}, \qquad \text{iii) } G_3(s) = \frac{s^2 + s + 1}{s+2}$$

Schriftliche Prüfung aus **Systemtechnik**
am 03.06.2016

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	2	2	3	3	3	3	3	2	21
erreichte Punkte									

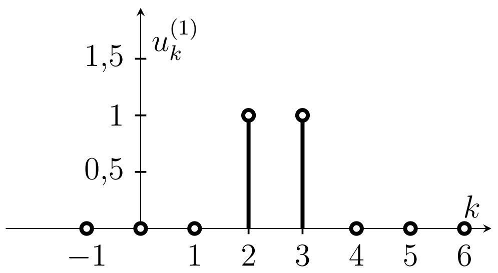
Aufgabe 1:

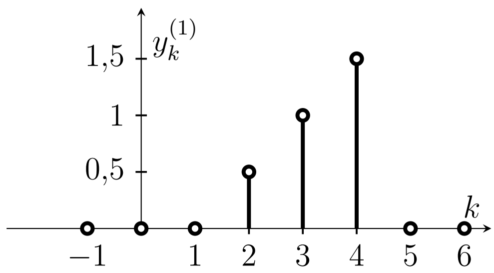
Geben Sie die *Definitionen* folgender Eigenschaften eines **zeitdiskreten** linearen zeitinvarianten Zustandsraummodells mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Eingangsgröße u an:

- asymptotische Stabilität;
- Steuerbarkeit.

Aufgabe 2:

Es wird ein lineares zeitinvariantes zeitdiskretes Übertragungssystem betrachtet. Eine Eingangsfolge $(u_k^{(1)})$ sowie die zugehörige Ausgangsfolge $(y_k^{(1)})$ wurden im Rahmen eines Experimentes aufgezeichnet und sind in graphischer Form gegeben:





Skizzieren Sie für die unter Verwendung der Sprungfolge

$$\sigma_k = \begin{cases} 0 & k < 0 \\ 1 & k \geq 0 \end{cases}$$

gebildete Eingangsfolge

$$u_k^{(2)} = 2(\sigma_k - \sigma_{k-4})$$

in nachvollziehbarer Weise die zugehörige Ausgangsfolge $(y_k^{(2)})$ (beschreiben Sie Ihre Vorgangsweise kurz in Worten).

Aufgabe 3:

Geben Sie zu folgenden linearen zeitinvarianten Übertragungsgliedern jeweils die Übertragungsfunktion $G(s)$ an und skizzieren Sie jeweils eine typische Sprungantwort $h(t)$:

- Proportionalglied;
- Verzögerungsglied erster Ordnung (PT_1-Glied);
- Verzögerungsglied zweiter Ordnung (PT_2-Glied).

Aufgabe 4:

Gegeben sei ein lineares zeitinvariantes System der Form

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u, \qquad y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du.$$

mit der *Systemordnung* $n = 4$. Dessen Übertragungsfunktion sei durch $G(s)$ gegeben. Geben Sie folgende *Kriterien* für die Systemeigenschaften Beobachtbarkeit bzw. BIBO-Stabilität an:

- das Beobachtbarkeitskriterium nach Kalman;
- das Beobachtbarkeitskriterium nach Hautus;
- ein notwendiges und hinreichendes Kriterium für die BIBO-Stabilität.

Aufgabe 5:

Gegeben sei ein lineares zeitinvariantes System der Form

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x}.$$

- Geben Sie die zugehörige Transitionsmatrix $\mathbf{\Phi}(t)$ in Form einer *unendlichen Reihe* an.
- Ermitteln Sie ausgehend von dieser Reihendarstellung von $\mathbf{\Phi}(t)$ nachvollziehbar die Werte $\mathbf{\Phi}(0)$ und $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\mathbf{\Phi}\big|_{t=0}$.
- Geben Sie eine Reihendarstellung der Inversen der Transitionsmatrix $\mathbf{\Phi}^{-1}(t)$ an.

Aufgabe 6:

Von einer gebrochen rationalen Übertragungsfunktion $G(s)$ *zweiter Ordnung* mit reellen Koeffizienten ist bekannt, dass Folgendes gilt:

$$G(j) = 0, \qquad \lim_{s \to -1+j} |G(s)| = \infty, \qquad G(0) = 2.$$

Ermitteln Sie $G(s)$.

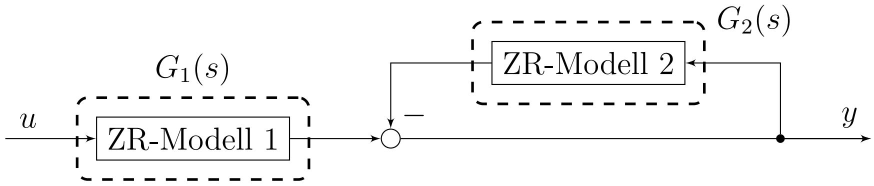
Aufgabe 7:

Geben Sie zu folgenden Übertragungsfunktionen jeweils eine *Minimalrealisierung* in *zweiter Standardform* an:

$$G_1(s) = \frac{(s+3)^2}{s^3 + 5s^2 - 2s + 8}, \qquad G_2(s) = \frac{s+3}{s^3 + 6s^2 + 9s}, \qquad G_3(s) = \frac{s+5}{s+2}.$$

Aufgabe 8:

Betrachten Sie folgende Zusammenschaltung zweier linearer zeitinvarianter Zustandsraummodelle (ZR-Modell 1 und ZR-Modell 2):



Beide Zustandsraummodelle sind sowohl steuerbar als auch beobachtbar; sie besitzen die Übertragungsfunktionen

$$G_1(s) = \frac{s+5}{s^2-4}, \qquad G_2(s) = \frac{1}{s+3}.$$

Ist das *Zustandsraummodell der Zusammenschaltung*, dessen Zustandsvektor sich aus den Zustandsvariablen der beiden Teilsysteme zusammensetzt, steuerbar bzw. beobachtbar? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

Schriftliche Prüfung aus **Systemtechnik** am 01.07.2016

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	2	3	3	3	2	3	3	2	21
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

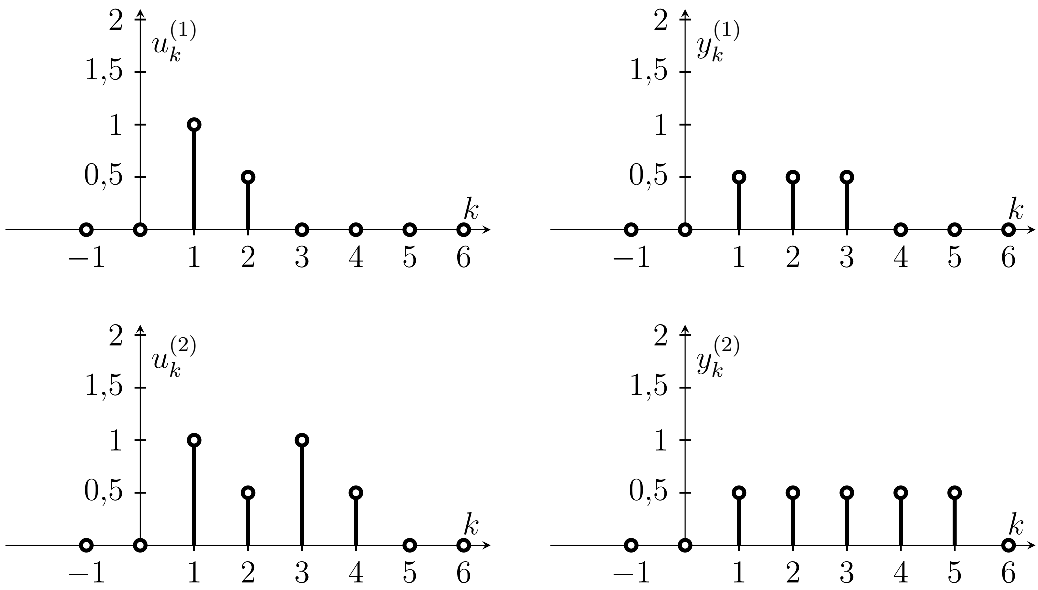
Geben Sie die *Definitionen* folgender Eigenschaften eines zeitkontinuierlichen Systems an:

- Kausalität, d.h. wann nennt man ein System mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y kausal;
- Linearität, d.h. wann nennt man ein System mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$, der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y folgender Form linear:

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}, u)\\ y &= g(\mathbf{x}, u)\end{aligned}$$

Aufgabe 2:

Es wird ein lineares zeitdiskretes Übertragungssystem betrachtet. Im Rahmen eines Experimentes wurden zu zwei Eingangsfolgen $(u_k^{(1)})$ und $(u_k^{(2)})$ jeweils die Ausgangsfolgen $(y_k^{(1)})$ und $(y_k^{(2)})$ ermittelt. Diese sind in graphischer Form gegeben:



Überprüfen Sie in nachvollziehbarer Art und Weise, ob es sich bei diesem System um ein *zeitinvariantes* System handelt.

Aufgabe 3:

Erläutern Sie das Funktionsprinzip folgender essentieller Bestandteile eines digitalen Regelkreises:

- Halteglied;
- Abtaster.

Aufgabe 4:

Gegeben sei ein lineares zeitinvariantes System der Form

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x}$$

Zeigen Sie, dass die asymptotische Stabilität dieses Systems invariant bezüglich einer regulären Zustandstransformationen der Form $\mathbf{x} = \mathbf{P}\mathbf{z}$ ist.

Aufgabe 5:

Betrachten Sie folgendes lineare zeitinvariante System

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\pi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 4 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x} + 5u$$

- Geben Sie die zugehörige Transitionsmatrix $\mathbf{\Phi}(t)$ an.
- Ist das System asymptotisch stabil?
- Ist das System steuerbar und/oder beobachtbar?

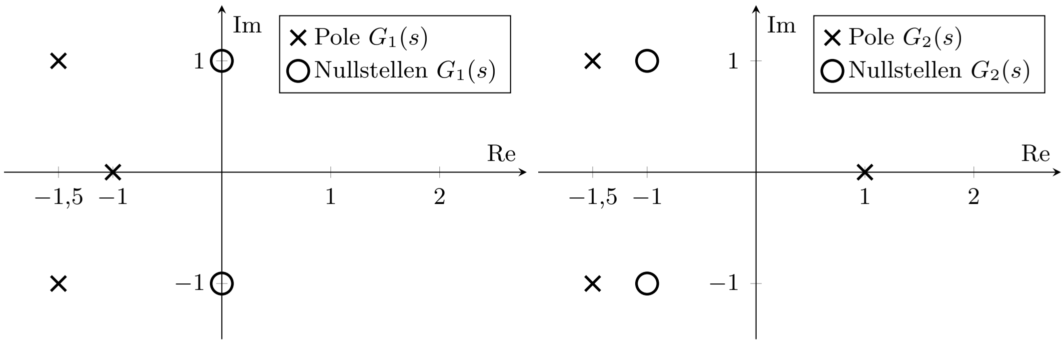
(*Begründen Sie jeweils Ihre Antworten!*)

Aufgabe 6:

Es sei ein Polynom $p(s) = a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0$ gegeben. Ermitteln Sie den größtmöglichen Wertebereich der reellen Parameter a_0, a_1, a_2 und a_3, für den $p(s)$ ein Hurzwitzpolynom ist. Skizzieren Sie anschließend für die festen Parameterwerte $a_2 = a_3 = 1$ den Bereich der Parameterwerte a_0 und a_1, für welchen sich ein Hurwitzpolynom ergibt, in der a_0-a_1-Ebene.

Aufgabe 7:

Betrachten Sie folgende PN-Pläne der Übertragungsfunktionen $G_1(s)$ und $G_2(s)$ zweier zeitkontinuierlicher linearer zeitinvarianter Übertragungssysteme.



Es gilt $G_1(0) = G_2(0) = 1$. Ermitteln Sie für die Eingangsgröße

$$u(t) = \cos\left(t + \frac{\pi}{16}\right)$$

die Ausgangsgröße $y(t)$ der beiden Systeme im eingeschwungenen Zustand, d.h. für sehr große Werte des Zeitparameters t.

Aufgabe 8:

Geben Sie zur Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{s^2 + 2s + 1}{s(s+1)}$$

jeweils ein Zustandsraummodell *zweiter Ordnung*

- in erster Standardform und
- in zweiter Standardform

an. Sind die Zustandsraummodell jeweils steuer- und/oder beobachtbar? (*Begründen Sie Ihre Antworten!*)

Schriftliche Prüfung aus **Systemtechnik** am 23.09.2016

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	2	2	3	3	3	3	2	3	21
erreichte Punkte									

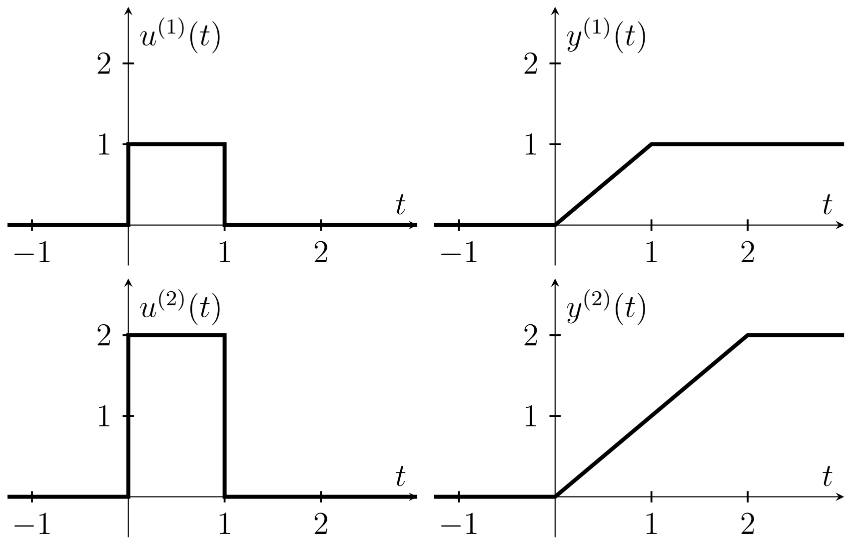
Aufgabe 1:

Geben Sie die *Definitionen* folgender Eigenschaften eines *zeitkontinuierlichen* linearen zeitinvarianten Zustandsraummodells mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$, der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y an:

- Steuerbarkeit;
- BIBO-Stabilität.

Aufgabe 2:

Es wird ein zeitkontinuierliches System mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y betrachtet. Im Rahmen von Experimenten wurden für die im Folgenden dargestellten Zeitfunktionen $u^{(1)}(t)$ und $u^{(2)}(t)$ die nebenstehend abgebildeten Ausgangsgrößenverläufe $y^{(1)}(t)$ und $y^{(2)}(t)$ erhalten:



Kann es sich hierbei prinzipiell, d.h. vorbehaltlich der Ergebnisse weiterer Versuche und Untersuchungen, um ein lineares zeitinvariantes System handeln? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

Aufgabe 3:

Geben Sie ein lineares zeitinvariantes zeitdiskretes Zustandsraummodell der Form

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}_\mathrm{d}\mathbf{x}_k + \mathbf{b}_\mathrm{d}u_k$$
$$y_k = \mathbf{c}_\mathrm{d}^T\mathbf{x} + d_\mathrm{d}u$$

mit *minimaler Ordnung* (!) an, welches *weder steuerbar noch beobachtbar* ist und die Übertragungsfunktion

$$G(z) = \frac{z}{z-1}$$

besitzt.

Aufgabe 4:

Betrachten Sie folgendes freie LZI System:

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} \mathbf{x}.$$

- Ist das System asymptotisch stabil?
- Geben Sie die zugehörige Transitionsmatrix $\mathbf{\Phi}(t)$ an.

(*Begründen Sie jeweils Ihre Antworten!*)

Aufgabe 5:

Gegeben sei ein lineares Übertragungssystem mit der Eingangsgröße u, der Ausgangsgröße y und der Gewichtsfunktion $g(t)$. Zeigen Sie, dass das System die BIBO Eigenschaft besitzt, wenn $g(t)$ absolut integrierbar ist.

Aufgabe 6:

Es sind folgende Gewichtsfunktionen $g_1, \dots, g_4$ von vier linearen zeitinvarianten Übertragungssystemen gegeben:

$$g_1(t) = e^{10t}, \qquad g_2(t) = \frac{1}{(t+1)^2}, \qquad g_3(t) = (t+1)^2, \qquad g_4(t) = \sqrt{t}.$$

Sind diese jeweils als Zustandsraummodell der Form

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u, \qquad\qquad y = \mathbf{c}^T\mathbf{x}$$

realisierbar? Wenn ja, geben Sie jeweils ein solches an. (*Begründen Sie jeweils Ihre Antworten!*)

Aufgabe 7:

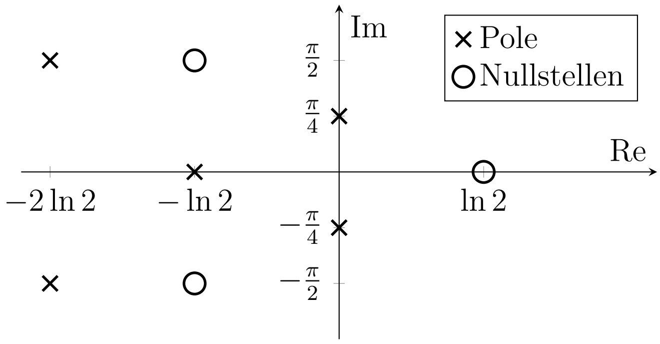
Gegeben sei ein nichtlineares Zustandsraummodell zweiter Ordnung mit den Zustandsvariablen x_1 und x_2:

$$\frac{\mathrm{d}x_1}{\mathrm{d}t} = 1 - x_2$$
$$\frac{\mathrm{d}x_2}{\mathrm{d}t} = x_1^2 x_2 - 4$$

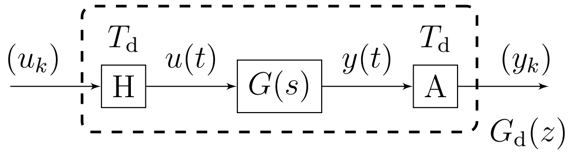
Ermitteln Sie alle Ruhelagen des Systems.

Aufgabe 8:

Betrachten Sie folgenden PN-Plan der Übertragungsfunktion $G(s)$ eines zeitkontinuierlichen linearen zeitinvarianten Übertragungssystems.



Das System wird gemäß folgender Abbildung mit einem Abtast- und einem Halteglied, jeweils mit der Abtastzeit $T_\mathrm{d} = 1$ versehen.



Stellen Sie die *Polstellen* der z-Übertragungsfunktion $G_\mathrm{d}(z)$ des resultierenden zeitdiskreten Systems in der komplexen z-Ebene dar. Besitzt das System die BIBO-Eigenschaft? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

Schriftliche Prüfung aus **Systemtechnik** am 18.11.2016

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	2	2	3	3	3	3	3	2	21
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Geben Sie die *Definitionen* folgender Eigenschaften eines *zeitdiskreten* linearen zeitinvarianten Zustandsraummodells mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$, der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y an:

- Steuerbarkeit;
- Beobachtbarkeit.

Aufgabe 2:

Es sei folgende Übertragungsfunktion eines linearen zeitinvarianten Übertragungssystems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y gegeben:

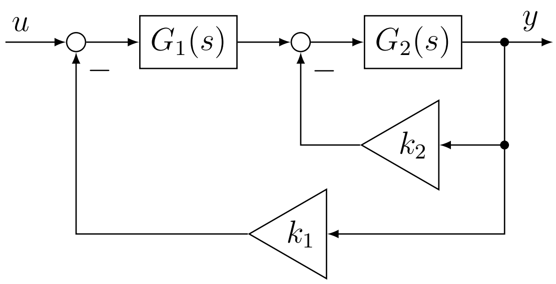
$$G(s) = \frac{s^2 + a}{(s + a)^2}$$

Dabei ist a ein reeller Parameter. Ermitteln Sie für die Eingangsgröße $u(t) = \sin t$ die Ausgangsgröße $y(t)$ des Systems *im eingeschwungenen Zustand* für folgende beide Werte des Parameters a:

i) $a = 1$, ii) $a = -1$.

Aufgabe 3:

Betrachten Sie folgende Zusammenschaltung zweier Übertragungssysteme mit den Übertragungsfunktionen $G_1(s)$, $G_2(s)$:



Hierbei sind k_1 und k_2 reelle Parameter. Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$ des Gesamtsystems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y.

Aufgabe 4:

Geben Sie zu folgenden linearen zeitinvarianten Übertragungsgliedern jeweils die Übertragungsfunktion $G(s)$ an und skizzieren Sie jeweils eine typische Sprungantwort $h(t)$:

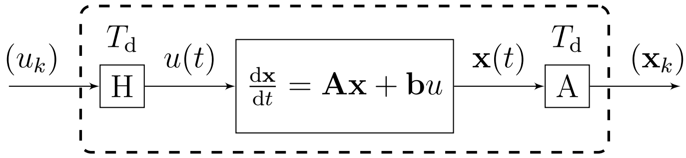
- Integrierer;
- Verzögerungsglied erster Ordnung (PT_1-Glied);
- Vorhalteglied (DT_1-Glied).

Aufgabe 5:

Ein lineares zeitinvariantes Zustandsraummodell der Form

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u$$

wird wie nachfolgend dargestellt mit einem Abtast- und einem Halteglied mit der Abtastzeit T_d versehen.



- Zeigen Sie, dass die Systemmatrix des Zustandsraummodells des resultierenden *zeitdiskreten* Systems immer invertierbar ist.
- Ermitteln Sie ein Zustandsraummodell des resultierenden *zeitdiskreten* Systems, wenn die Daten des zeitkontinuierlichen Systems lauten:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Aufgabe 6:

Es sei ein lineares zeitdiskretes System der Form

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}_\mathrm{d}\mathbf{x}_k + \mathbf{b}_\mathrm{d}u_k$$

gegeben, dessen Systemmatrix $\mathbf{A}_\mathrm{d}$ als invertierbar vorausgesetzt wird. Als Eingangsgröße wird die Folge

$$u_k = m_1\delta_{k-1} + m_2\delta_k = \begin{cases} m_2 & k = 0 \\ m_1 & k = 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

verwendet. Deren reelle Parameter m_1, m_2 werden zu einem Vektor $\mathbf{m} := \begin{bmatrix} m_1 & m_2 \end{bmatrix}^T$ zusammengefasst. Ermitteln Sie diesen Parametervektor $\mathbf{m}$ in Abhängigkeit von $\mathbf{x}_0$ so, dass $\mathbf{x}_2 = \mathbf{0}$ (und damit auch $\mathbf{x}_k = \mathbf{0}$ für $k \geq 2$) gilt. Welche Eigenschaft muss das System besitzen, damit diese Ermittlung bei beliebig vorgegebenem Anfangszustand $\mathbf{x}_0$ möglich ist? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

Aufgabe 7:

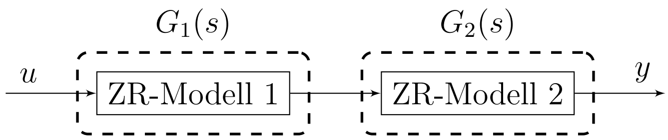
Demonstrieren Sie die Anwendung des *Abbauverfahrens* anhand des Polynoms

$$p(z) = z^2 + a_1 z + a_0$$

mit den reellen Parametern a_0, a_1. Geben Sie notwendige und hinreichende Bedingungen in Form zweier Ungleichungen für die Paramter a_0 und a_1 dafür an, dass $p(z)$ ein Einheitskreispolynom ist.

Aufgabe 8:

Betrachten Sie folgende Zusammenschaltung zweier linearer zeitinvarianter Zustandsraummodelle (ZR-Modell 1 und ZR-Modell 2):



Beide Zustandsraummodelle sind sowohl steuerbar als auch beobachtbar; sie besitzen die Übertragungsfunktionen

$$G_1(s) = \frac{s+5}{s^2-4}, \qquad G_2(s) = \frac{s-2}{s+3}.$$

Ist das *Zustandsraummodell der Zusammenschaltung*, dessen Zustandsvektor sich aus den Zustandsvariablen der beiden Teilsysteme zusammensetzt, steuerbar bzw. beobachtbar? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)