Schriftliche Prüfung aus **Systemtechnik** am 25.09.2015

Name / Vorname(n):

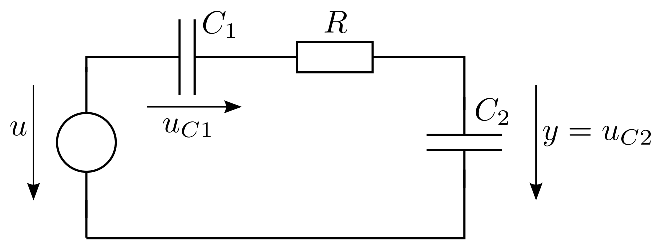
Matrikel-Nummer:

Bonuspunkte aus den MATLAB-Übungen: ◯ ja ◯ nein

	1	2	3	4	
erreichbare Punkte	5	5	6	5	
erreichte Punkte					

Aufgabe 1:

Betrachten Sie folgendes ideale elektrische Netzwerk bestehend aus einer idealen Spannungsquelle mit der Quellenspannung u, einem Ohmschen Widerstand R und zwei Kapazitäten C_1 und C_2. Mit y wird die Spannung an der Kapazität C_2 bezeichnet.



Fassen Sie den Aufbau als ein System mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y auf.

a) Führen Sie einen geeigneten Zustandsvektor $\mathbf{x}$ ein und ermitteln Sie ein Zustandsraummodell der Form

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u, \qquad y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du.$$

Betrachten Sie nun folgendes System, das sich für konkrete Parameterwerte ergibt:

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}u, \qquad y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}\mathbf{x}.$$

b) Bestimmen Sie *alle* Ruhelagen $\mathbf{x}_\mathrm{R}$ des Systems für die konstante Eingangsgröße $u = u_\mathrm{R} = 1$.

c) Ist das System asymptotisch stabil? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

Aufgabe 2:

Gegeben sei folgendes lineare und zeitinvariante System mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ \alpha & 0 \end{bmatrix}\mathbf{x}_k \qquad y_k = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}\mathbf{x}_k.$$

Durch einen Festplattendefekt ging der reelle Eintrag α der Systemmatrix verloren. Man kennt jedoch ausgehend von einem speziellen Anfangszustand $\mathbf{x}_0$ den Verlauf der Ausgangsgröße y:

$$y_k = \frac{1 - 2 \cdot 3^k}{2^k}.$$

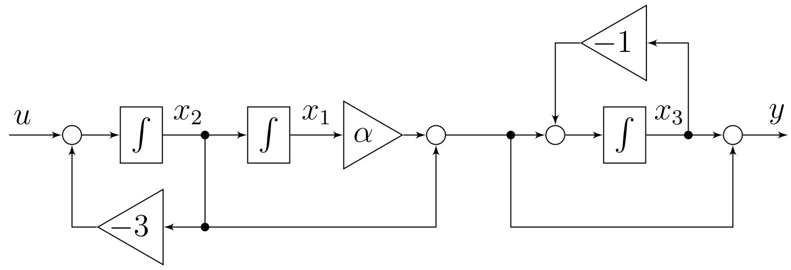
a) Ist das System asymptotisch stabil? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

b) Ermitteln Sie für die drei Zeitpunkte $k = 0, 1, 2$ den Wert der Transitionsmatrix $\mathbf{\Phi}_{\mathrm{d},k}$ des Systems in Abhängigkeit des Parameters α.

c) Bestimmen Sie den fehlenden Eintrag α der Dynamikmatrix $\mathbf{A}_\mathrm{d}$.

Aufgabe 3:

Betrachten Sie folgendes Strukturbild eines linearen zeitinvarianten Systems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y:



Hierbei ist α eine reelle Konstante.

a) Zeigen Sie, dass die Übertragungsfunktion $G(s)$ von u nach y durch

$$G(s) = \frac{s^2 + (\alpha + 2)s + 2\alpha}{s^3 + 4s^2 + 3s}$$

gegeben ist.

Es gelte nun $\alpha = 3$.

b) Bestimmen Sie alle Pol- und Nullstellen der Übertragungsfunktion $G(s)$ und erstellen Sie einen PN-Plan.

c) Berechnen Sie die zugehörige Gewichtsfunktion $g(t)$.

d) Berechnen Sie den Grenzwert $\lim_{t\to\infty} y(t)$ für die Eingangsgröße $u(t) = 12\sigma(t)$.

Aufgabe 4:

Betrachten Sie folgendes lineare und zeitinvariante System mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y:

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} u, \qquad y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} + u.$$

a) Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$ des Systems.

b) Besitzt das System die BIBO-Eigenschaft? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

c) Skizzieren Sie für folgende Anfangszustände den Verlauf der Trajektorien des gegebenen Systems für $u(t) \equiv 0$ in der x_1-x_2-Ebene:

$$\mathbf{x}_0^{(1)} = \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{x}_0^{(2)} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{x}_0^{(3)} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

Hierbei muss der asymptotische Verlauf der Trajektorien ($t \to \infty$) erkennbar sein!

Schriftliche Prüfung aus **Systemtechnik** am 20.11.2015

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

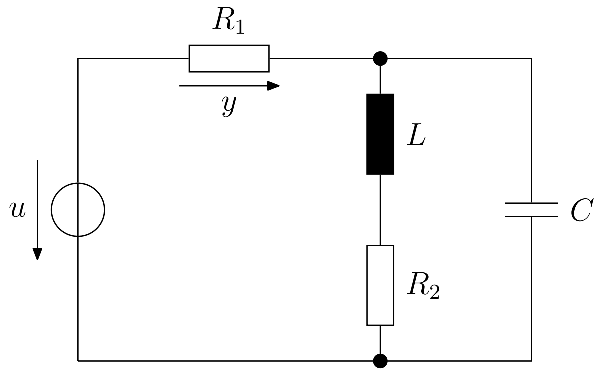
Bonuspunkte aus den MATLAB-Übungen: ◯ ja ◯ nein

Übungsabmeldung bei positiver Note: ◯ ja

	1	2	3	4	5	
erreichbare Punkte	6	4	6	2	3	
erreichte Punkte						

Aufgabe 1:

Betrachten Sie folgendes ideale elektrische Netzwerk bestehend aus einer Spannungsquelle mit der Quellenspannung u, zwei Ohmschen Widerständen R_1 und R_2, einer Kapazität C und einer Induktivität L. Mit y wird die Spannung am Widerstand R_1 bezeichnet.



Fassen Sie den Aufbau als ein System mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y auf.

a) Führen Sie einen geeigneten Zustandsvektor $\mathbf{x}$ ein und ermitteln Sie ein Zustandsraummodell der Form

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u, \qquad y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du.$$

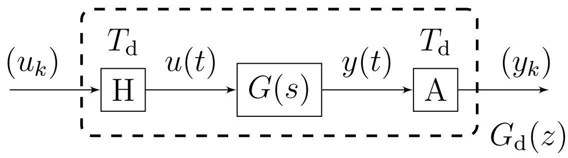
Betrachten Sie nun folgendes System, das sich für konkrete Parameterwerte ergibt:

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u, \qquad y = \begin{bmatrix} -1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} + u.$$

b) Ist das System asymptotisch stabil? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

c) Berechnen Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$ des Systems.

d) Das System wird gemäß folgender Abbildung mit einem Abtast- und einem Halteglied, jeweils mit der Abtastzeit $T_\mathrm{d} = 2\pi$, versehen.



Ermitteln Sie die Polstellen der z-Übertragungsfunktion $G_\mathrm{d}(z)$ des resultierenden *zeitdiskreten* Systems. (*Hinweis:* Es ist nicht notwendig, $G_\mathrm{d}(z)$ zu ermitteln.)

Aufgabe 2:

Betrachten Sie folgendes *nichtlineare* System mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y:

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{bmatrix} x_2 + u^3 \\ -e^{2x_1} + 2x_2 \end{bmatrix}, \qquad y = 1 + x_2^2 + u^2.$$

a) Bestimmen Sie alle Ruhelagen des Systems für die konstanten Eingangsgrößen

$$\text{i) } u = u_\mathrm{R} = -1, \qquad \text{ii) } u = u_\mathrm{R} = 1.$$

b) Wählen Sie eine der für $u_\mathrm{R} = -1$ erhaltenen Ruhelagen aus und bestimmen Sie dafür durch *Linearisierung* des Systems ein lineares zeitinvariantes Modell der Form

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}\Delta\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} &= \mathbf{A}\,\Delta\mathbf{x} + \mathbf{b}\,\Delta u, \\ \Delta y &= \mathbf{c}^T\,\Delta\mathbf{x} + d\,\Delta u \end{aligned} \qquad \text{mit} \qquad \begin{aligned} \Delta\mathbf{x} &:= \mathbf{x} - \mathbf{x}_\mathrm{R}, \\ \Delta u &:= u - u_\mathrm{R}, \\ \Delta y &:= y - y_\mathrm{R}, \end{aligned}$$

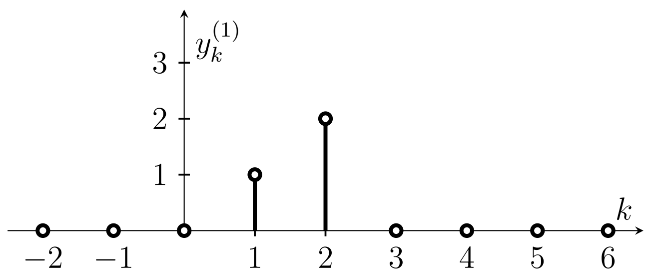
welches das nichtlineare System für „kleine“ Auslenkungen aus der Ruhelage näherungsweise beschreibt.

Aufgabe 3:

Gegeben sei ein zeitdiskretes lineares zeitinvariantes Übertragungssystem mit der Eingangsfolge (u_k) und der Ausgangsfolge (y_k). Für die Eingangsfolge

$$u_k^{(1)} = \delta_k + \delta_{k-1} = \begin{cases} 1 & 0 \le k \le 1 \\ 0 & 1 < k \end{cases}$$

wurde folgende Ausgangsfolge $y_k^{(1)}$ beobachtet:



a) Ermitteln Sie *nachvollziehbar* die Sprungantwort (h_k) des Systems (d.h. die Systemantwort für den Einheitssprung $u_k = \sigma_k$) und stellen Sie diese graphisch für $0 \le k \le 6$ dar. (*Hinweis:* Es sind keine aufwendigen Berechnungen nötig; mitunter ist eine Skizze von $u_k^{(1)}$ hilfreich.)

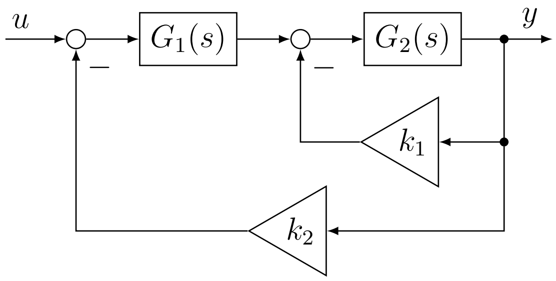
b) Ermitteln Sie die z-Übertragungsfunktion $G(z)$ des Systems.

c) Besitzt das System die BIBO-Eigenschaft? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

d) Ermitteln Sie die Gewichtsfolge (g_k) des Systems und skizzieren Sie diese für $0 \leq k \leq 6$.

Aufgabe 4:

Betrachten Sie folgende Zusammenschaltung zweier Übertragungssysteme $G_1(s)$, $G_2(s)$:



Hierbei sind k_1 und k_2 reelle Parameter. Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$ des Gesamtsystems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y.

Aufgabe 5:

Überprüfen Sie, ob es sich bei folgenden Polynomen $p_i(s)$ $(i = 1, \ldots, 4)$ jeweils um Hurwitzpolynome handelt. (*Begründen Sie Ihre Antworten!*)

i) $p_1(s) = (s^3 + 2s^2 + 2s + 1)(s^2 - s + 1)$, ii) $p_2(s) = -3s^2 - 4s - 1$,

iii) $p_3(s) = s^6 + 4s^5 + s^3 + 2s^2 + 4s + 1$, iv) $p_4(s) = (s^2 + s + 1)^2 + (2s + 4)$.