Schriftliche Prüfung aus **Systemtechnik**
am 24. 10. 2007

Name / Vorname(n):

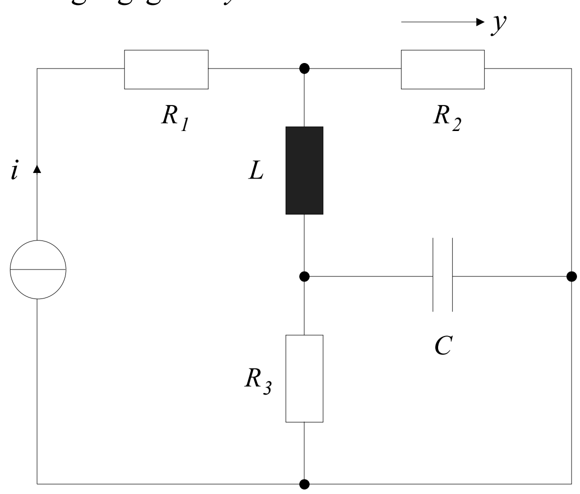
Kennzahl / Matrikel-Nummer:

Bonuspunkte aus den MATLAB-Übungen: O ja O nein

	1	2	3	4	5	
erreichbare Punkte	4	1	5	5	4	
erreichte Punkte						

Aufgabe 1:

Betrachten Sie folgendes elektrische Netzwerk bestehend aus idealen Ohmschen Widerständen (R_1, R_2, R_3), einer idealen Kapazität (C) und einer idealen Induktivität (L). Der von der idealen ***Stromquelle*** gelieferte Strom wird mit i symbolisiert. Mit y bezeichnen wir die Spannung am Widerstand R_2. Fassen Sie das Netzwerk als ein System mit der Eingangsgröße i und der Ausgangsgröße y auf.



a) Führen Sie einen geeigneten Zustandsvektor $\mathbf{x}$ ein und ermitteln Sie ein mathematisches Modell der Form:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\,\mathbf{x} + \mathbf{b}\,i \qquad y = \mathbf{c}^{\mathrm{T}}\mathbf{x} + d\,i$$

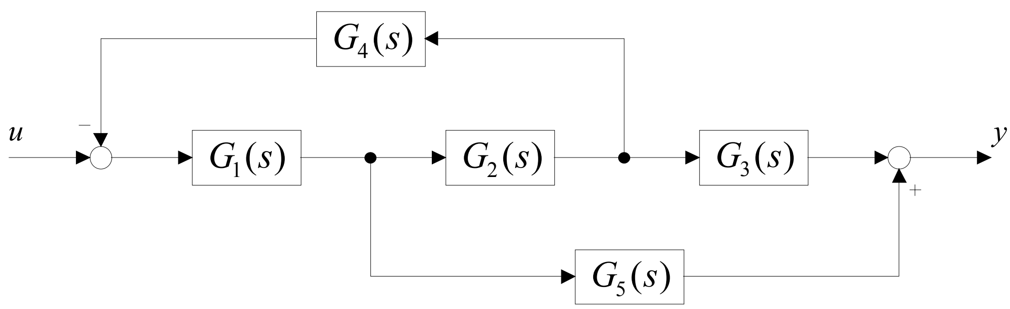
b) Für die verwendeten Widerstände soll nun gelten: $R_1 = R_2 = R_3 = R$

Berechnen (!) Sie für eine Eingangsgröße $i(t) = i_0\,\sigma(t)$ die Grenzwerte:

$$\mathbf{x}_\infty = \lim_{t\to\infty} \mathbf{x}(t) \qquad y_\infty = \lim_{t\to\infty} y(t)$$

Aufgabe 2:

Gegeben sei das Blockschaltbild mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y:



Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $T(s) = \left.\frac{y(s)}{u(s)}\right|_{\mathbf{x}_0=0}$ als Funktion der Übertragungsfunktionen $G_1(s)$, $G_2(s)$, $G_3(s)$, $G_4(s)$ und $G_5(s)$.

Aufgabe 3:

Die Übertragungsfunktion eines Systems ist gegeben mit:

$$G(s)=\left.\frac{y(s)}{u(s)}\right|_{\mathbf{x}_0=0}=\frac{3}{2s^4+2s^3+\left(2+\alpha\right)s^2+s+\alpha+K}$$

a) Ermitteln Sie den größtmöglichen Wertebereich der Parameter K und α, für den das System $G(s)$ die BIBO-Eigenschaft besitzt und stellen Sie diesen Bereich in der α-K-Ebene graphisch dar.

b) Die Parameter werden nun mit $\alpha=0.5$ und $K=0$ festgelegt. Bestimmen Sie die *eingeschwungene* Antwort $y(t)$ $(t\ ?\ 0)$ des Systems auf die Eingangsgröße:

$$u(t)=-3+4\cos\left(t+\frac{\pi}{2}\right)$$

Aufgabe 4:

Betrachten Sie das folgende *zeitdiskrete* System:

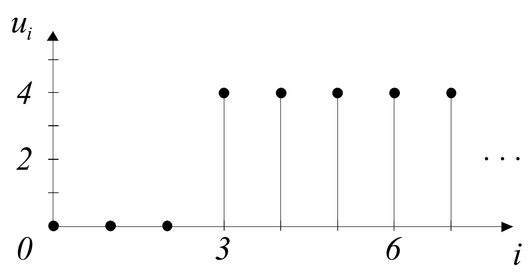
$$\mathbf{x}_{i+1}=\begin{bmatrix}-0.5 & 1\\ 0.5 & 0\end{bmatrix}\mathbf{x}_i+\begin{bmatrix}1\\ 0\end{bmatrix}u_i$$
$$y_i=\begin{bmatrix}2 & 4\end{bmatrix}\mathbf{x}_i+1\,u_i$$

a) Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G(z)$ des Systems.

b) Ist das System asymptotisch stabil? Geben Sie eine mathematische Begründung an!

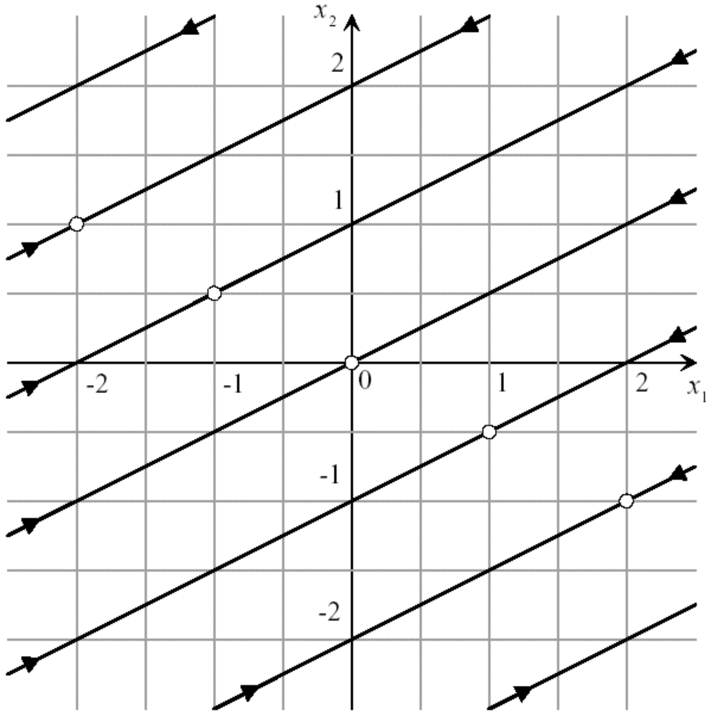
c) Ist das System BIBO-stabil? Geben Sie eine mathematische Begründung an!

d) Als Anfangszustand wird nun $\mathbf{x}_0=\mathbf{0}$ gewählt. Wie lautet die Ausgangsfolge $\left(y_i\right)$ wenn die Eingangsfolge $\left(u_i\right)$ gegeben ist durch:



Aufgabe 5:

Für ein freies System 2.Ordnung der Form $\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\,\mathbf{x}$ ist das dazugehörige Trajektorienbild gegeben:



Ein Eigenwert liegt dabei bei $s_1 = -2$.

a) Ist das System asymptotisch stabil? Geben Sie eine mathematische Begründung an!

b) Bestimmen Sie die Transitionsmatrix $\mathbf{\Phi}(t)$.

c) Berechnen Sie die Systemmatrix **A.**

Schriftliche Prüfung aus **Systemtechnik**
am 05. 02. 2008

Name / Vorname(n):

Kennzahl / Matrikel-Nummer:

Bonuspunkte aus den MATLAB-Übungen: O ja O nein

	1	2	3	4	
erreichbare Punkte	7	5	5	4	
erreichte Punkte					

Aufgabe 1:

Gegeben sei ein mathematisches Modell der Form:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} u \qquad \mathbf{x}_0 := \mathbf{x}(t=0)$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

a) Ist das Modell asymptotisch stabil? Geben Sie eine mathematische Begründung an!

b) Bestimmen Sie die zugehörige Transitionsmatrix $\Phi(t)$.

c) Berechnen Sie die Gewichtsfunktion $g(t)$ des Systems.

d) Besitzt das System die BIBO-Eigenschaft? Geben Sie eine mathematische Begründung an!

e) Skizzieren Sie den Verlauf der Trajektorien (mit Angabe des Richtungssinnes für wachsende Zeiten t) in der $x_1 - x_2$ Ebene für folgende Anfangszustände:

$$\mathbf{x}_0^{(1)} = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{x}_0^{(2)} = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{x}_0^{(3)} = \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Hierbei muss der asymptotische Verlauf der Trajektorien ($t \to \infty$) erkennbar sein!

Aufgabe 2:

Die Übertragungsfunktion eines Systems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y ist gegeben durch:

$$G(s) = \left.\frac{y(s)}{u(s)}\right|_{\mathbf{x}_0=0} = \frac{8}{s^4 + 3s^3 + 2s^2 + 2s + 1}$$

a) Ermitteln Sie ein mathematisches Modell der Form: $\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\,\mathbf{x} + \mathbf{b}\,u \qquad y = \mathbf{c}^{\mathbf{T}}\mathbf{x} + d\,u$

b) Zeichnen Sie das dazugehörige Strukturbild.

c) Als Eingangsgröße wird nun bei beliebigem Anfangszustand $\mathbf{x}_0$ die Funktion

$$u(t) = -2\cos\left(t + \frac{2\pi}{3}\right)$$

verwendet. Existiert für hinreichend große Werte t (d.h. $t\ ?\ 0$) eine *eingeschwungene* Systemantwort der Form $y(t) = K\cos(\omega_0 t + \varphi)$? K, ω_0 und φ sind reelle Konstanten. Geben Sie eine mathematische Begründung für Ihre Antwort.

Aufgabe 3:

Betrachten Sie das folgende *zeitdiskrete* LZI-System:

$$\mathbf{x}_{i+1} = \begin{bmatrix} -\frac{3}{4} & -\frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}_i + \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} u_i$$

$$y_i = \begin{bmatrix} 2 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{x}_i$$

a) Ist das System asymptotisch stabil? Geben Sie eine mathematische Begründung an!

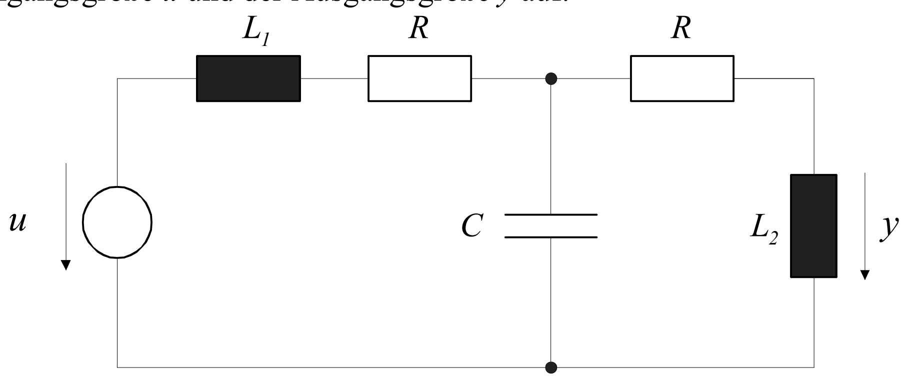
b) Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G(z)$ des Systems.

c) Ist das System BIBO-stabil? Geben Sie eine mathematische Begründung an!

d) Als Anfangszustand wird nun $\mathbf{x}_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}^T$ gewählt. Wie lautet die Ausgangsfolge y_i wenn die Eingangsfolge durch $u_i = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}\right)^i$ gegeben ist?

Aufgabe 4:

Betrachten Sie folgendes elektrische Netzwerk bestehend aus idealen Ohmschen Widerständen (R), einer idealen Kapazität (C) und zwei idealen Induktivitäten (L_1, L_2). Die von der idealen Spannungsquelle gelieferte Spannung wird mit u symbolisiert. Mit y bezeichnen wir die Spannung an der Induktivität L_2. Fassen Sie das Netzwerk als ein System mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y auf.



a) Für die Induktivitäten gilt: $L_1 = L_2 = L$. Führen Sie einen geeigneten Zustandsvektor $\mathbf{x}$ ein und ermitteln Sie ein mathematisches Modell der Form:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\,\mathbf{x} + \mathbf{b}\,u \qquad y = \mathbf{c}^{\mathrm{T}}\mathbf{x} + d\,u$$

b) **Berechnen (!)** Sie für eine Eingangsgröße $u(t) = 3\sigma(t)$ die Grenzwerte:

$$\mathbf{x}_\infty = \lim_{t\to\infty} \mathbf{x}(t) \qquad y_\infty = \lim_{t\to\infty} y(t)$$

Schriftliche Prüfung aus **Systemtechnik**
am 29. 02. 2008

Name / Vorname(n):

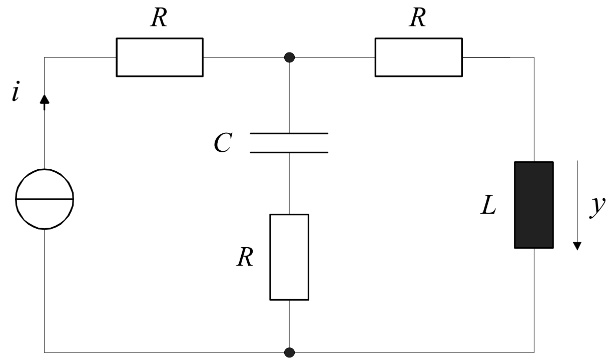
Kennzahl / Matrikel-Nummer:

Bonuspunkte aus den MATLAB-Übungen: O ja O nein

	1	2	3	4	
erreichbare Punkte	5	6	7	3	
erreichte Punkte					

Aufgabe 1:

Betrachten Sie folgendes elektrische Netzwerk bestehend aus idealen Ohmschen Widerständen (R), einer idealen Kapazität (C) und einer idealen Induktivität (L). Der von der **idealen Stromquelle** gelieferte Strom wird mit i symbolisiert. Mit y bezeichnen wir die Spannung an der Induktivität L. Fassen Sie das Netzwerk als ein System mit der Eingangsgröße i und der Ausgangsgröße y auf.



a) Führen Sie einen geeigneten Zustandsvektor $\mathbf{x}$ ein und ermitteln Sie ein mathematisches Modell der Form:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\,\mathbf{x} + \mathbf{b}\,i \qquad\qquad y = \mathbf{c}^{\mathrm{T}}\mathbf{x} + d\,i$$

b) **Berechnen (!)** Sie für eine Eingangsgröße $i(t) = 5\sigma(t)$ die Grenzwerte:

$$\mathbf{x}_\infty = \lim_{t\to\infty} \mathbf{x}(t) \qquad\qquad y_\infty = \lim_{t\to\infty} y(t)$$

Aufgabe 2:

Betrachten Sie das folgende *zeitdiskrete* LZI-System:

$$\mathbf{x}_{i+1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}_i + \begin{bmatrix} -0.5 \\ -0.5 \end{bmatrix} u_i \qquad\qquad y_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_i + 0.5\,u_i$$

a) Zeichnen Sie das dazugehörige Strukturbild.

b) Ist das System asymptotisch stabil? Geben Sie eine mathematische Begründung an!

c) Berechnen Sie die Gewichtsfolge (g_i) des Systems.

d) Entscheiden Sie anhand der Gewichtsfolge, ob das System die BIBO-Eigenschaft besitzt. Begründen Sie ihre Antwort!

e) Als Eingangsfolge wird nun $(u_i) = (1, u_1, u_2, 0, 0, 0, 0, 0, 0, \ldots)$ verwendet. Wie müssen u_1 und u_2 gewählt werden, damit bei einem Anfangszustand $\mathbf{x}_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}^T$ der Zustandsvektor zum „Zeitpunkt" $i = 3$ gleich $\mathbf{x}_3 = \begin{bmatrix} 2 & 2 \end{bmatrix}^T$ ist.

Aufgabe 3:

Gegeben sei ein mathematisches Modell der Form:

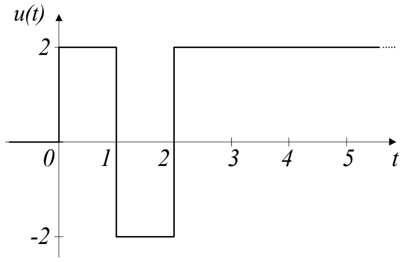
$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \qquad\qquad y = \begin{bmatrix} 3 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

a) Ist das Modell asymptotisch stabil? Geben Sie eine mathematische Begründung an!

b) Besitzt das Modell die BIBO-Eigenschaft? Geben Sie eine mathematische Begründung an!

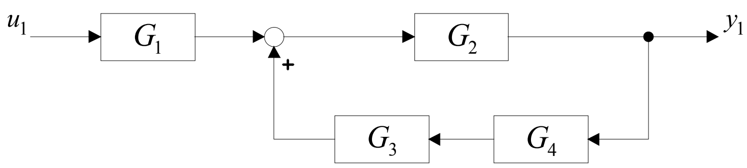
c) Berechnen Sie den Verlauf der Zustandsgrößen $\mathbf{x}(t)$ für den Fall $\mathbf{x}_0 = \mathbf{x}(t=0) = \begin{bmatrix} 1 & 4 \end{bmatrix}^T$ und $u(t) \equiv 0$.

d) Berechnen Sie die Antwort des Systems $y(t)$ für den Fall $\mathbf{x}_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}^T$ und folgender Eingangsgröße $u(t)$:

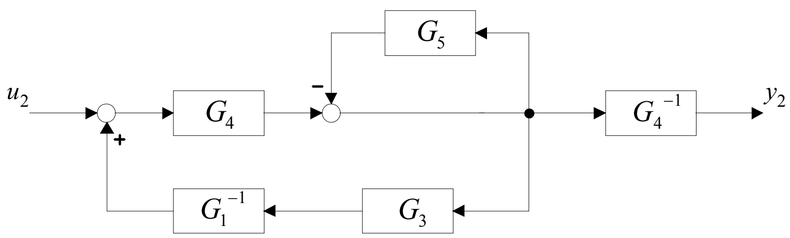


Aufgabe 4:

Gegeben sind zwei verschiedene Zusammenschaltungen der Übertragungsfunktionen $G_1(s)$, $G_2(s)$, $G_3(s)$, $G_4(s)$ und $G_5(s)$. Die 1. Zusammenschaltung besitzt die Eingangsgröße u_1, die Ausgangsgröße y_1 und die Übertragungsfunktion $T_1(s)$.



Die 2. Zusammenschaltung besitzt die Eingangsgröße u_2, die Ausgangsgröße y_2 und die Übertragungsfunktion $T_2(s)$.



Wie muss $G_5(s)$ gewählt werden damit beide Zusammenschaltungen identische Gesamtübertragungsfunktionen besitzen, d.h. $T_1(s) = T_2(s)$ gilt?

Schriftliche Prüfung aus **Systemtechnik** am 13.6.2008

Name / Vorname(n):

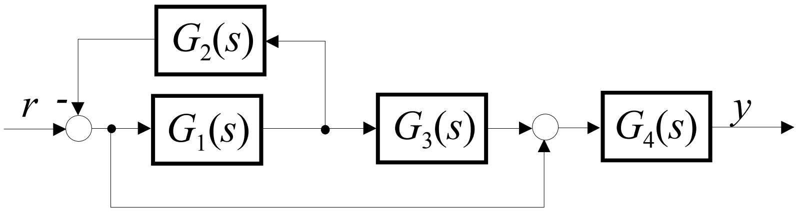
Kenn-Matr.Nr.:

Bonuspunkte aus den MATLAB-Übungen: O ja O nein

	1	2	3	4	
erreichbare Punkte	5	4	6	4	
erreichte Punkte					

Aufgabe 1:

Gegeben sei eine Zusammenschaltung von Systemen mit den Übertragungsfunktionen $G_1(s)$, $G_2(s)$, $G_3(s)$ und $G_4(s)$. Das entstandene System besitzt die Eingangsgröße r und die Ausgangsgröße y und die Übertragungsfunktion $T(s)$.



a) Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $T(s)$ als Funktion von $G_1(s)$, $G_2(s)$, $G_3(s)$ und $G_4(s)$.

b) Setzen Sie nun:

$$G_1(s) = \frac{K}{s+1}, \quad G_2(s) = \frac{s-1}{s+2}, \quad G_3(s) = \frac{1}{s+2}, \quad G_4(s) = \frac{1}{s+3}$$

Ermitteln Sie den größtmöglichen Wertebereich des *positiven* Parameters K so, dass $T(s)$ die BIBO-Eigenschaft besitzt.

c) Setzen Sie nun K=0. Wie lautet dann der Verlauf von $y(t)$, wenn als Eingangsgröße der Einheitssprung $\sigma(t)$, d.h.

$$r(t) = \begin{cases} 0 & \text{für } t < 0 \\ 1 & \text{für } t \geq 0 \end{cases}$$

gewählt wird (Der Anfangszustand des Systems ist gleich Null).

Aufgabe 2:

Gegeben sei ein mathematisches Modell der Form

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

a) Ist das Modell asymptotisch stabil? Geben Sie eine mathematische Begründung an!

b) Berechnen Sie die Transitionsmatrix $\mathbf{\Phi}(t)$.

c) Skizzieren Sie den Verlauf der Trajektorien in der $x_1 - x_2$ Ebene für die Anfangszustände

$$\mathbf{x}_{0,1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}^T, \qquad \mathbf{x}_{0,2} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \end{bmatrix}^T, \qquad \mathbf{x}_{0,3} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix}^T$$

Hierbei muss der asymptotische Verlauf der Trajektorien ($t \to \infty$) erkennbar sein!

Aufgabe 3:

Die Übertragungsfunktion eines Systems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y ist gegeben durch:

$$G(s) = \left.\frac{y(s)}{u(s)}\right|_{\mathbf{x}_0=\mathbf{0}} = \frac{K}{(s+a)^2}$$

Hierbei sind K und a reelle Parameter.

a) Ermitteln Sie ein mathematisches Modell der Form $\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u \quad y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du$

b) Als Eingangsgröße wird nun $u(t) = 1 + 4\sin 2t$ gewählt. Welche der folgenden *eingeschwungenen* Ausgangsgrößen sind möglich und wie lauten die zugehörigen Parameter K und a? Begründen Sie jeweils ihre Antwort!

(i) $y(t) = \sin(2t + \frac{\pi}{4})$

(ii) $y(t) = 3 + \sin(2t - \frac{\pi}{2})$

(iii) $y(t) = 4$

(iv) $y(t) = 4 + 8\sin(2t - \frac{\pi}{2})$

(v) $y(t) = 1 + \sin(t - \frac{\pi}{2})$

Aufgabe 4:

Gegeben sei das zeitdiskrete System

$$\mathbf{x}_{i+1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -1.5 \end{bmatrix}\mathbf{x}_i + \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}u_i \qquad y_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}\mathbf{x}_i$$

a) Ist das System asymptotisch stabil? Geben Sie eine mathematische Begründung an.

b) Berechnen Sie die z-Übertragungsfunktion des Systems. Besitzt das System die BIBO-Eigenschaft? Begründen Sie Ihre Antwort!

c) Wie lautet die Ausgangsgröße für $\mathbf{x}_0 = \mathbf{0}$ und $(u_i) = (1,2,3,4,5,0,0,0,0,0,0,\ldots)$?