Institut für Regelungs- und Automatisierungstechnik

Systemdynamik, Control Systems 1
1. Teilklausur SS 18
Gruppe A

Name: ______________________ **Matr.-Nr.:** ______________

Aufgabe 1 (5 Punkte)

Betrachten Sie folgendes mathematische Modell mit der Eingangsgröße u, der Ausgangsgröße y und dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \mathbf{A}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u \qquad y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

mit unbekannter Systemmatrix $\mathbf{A}$. Die Transitionsmatrix zu obigem System lautet

$$\mathbf{\Phi}(t) = \begin{bmatrix} \mathrm{e}^{-3t} & 0 \\ \frac{\mathrm{e}^{-3t}}{2} - \frac{\mathrm{e}^{-t}}{2} & \mathrm{e}^{-t} \end{bmatrix}.$$

a) Berechnen Sie die Systemmatrix $\mathbf{A}$.

b) Berechnen Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$ des Systems.

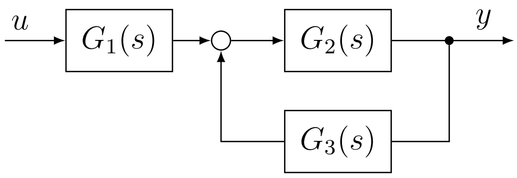
c) Ermitteln Sie die Systemantwort $y(t)$ für den Anfangszustand $\mathbf{x}_0 = \mathbf{0}$ und die Eingangsfunktion

$$u(t) = \begin{cases} e^{-t} & 0 \leq t < T \\ 0 & T \leq t \end{cases}$$

mit $T = \ln 4$.

Aufgabe 2 (5 Punkte)

Betrachten Sie folgende Zusammenschaltung von Übertragungssystemen mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y:



a) Zeigen Sie, dass für

$$G_1(s) = \frac{s-2}{s+4}, \qquad G_2(s) = \frac{1}{s+3}, \qquad G_3(s) = \frac{(4-k)(s+3)}{s+1}$$

die Übertragungsfunktion $G(s)$ durch

$$G(s) := \left.\frac{\overline{y}(s)}{\overline{u}(s)}\right|_{AW=0} = \frac{s^2 - s - 2}{s^3 + s^2(4+k) + s(7k-9) + 12k - 36}$$

gegeben ist.

b) Berechnen Sie den größtmöglichen Werteberich des reellen Parameters k, für den das Gesamtsystem $G(s)$ BIBO-stabil ist.

Institut für Regelungs- und Automatisierungstechnik

Systemdynamik, Control Systems 1
1. Teilklausur SS 18
Gruppe B

Name: ______________________ **Matr.-Nr.:** ____________

Aufgabe 1 (5 Punkte)

Betrachten Sie folgendes mathematische Modell mit der Eingangsgröße u, der Ausgangsgröße y und dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \mathbf{A}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \qquad\qquad y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}\mathbf{x}$$

mit unbekannter Systemmatrix $\mathbf{A}$. Die Transitionsmatrix zu obigem System lautet

$$\mathbf{\Phi}(t) = \begin{bmatrix} \mathrm{e}^{-2\,t} & 0 \\ \dfrac{\mathrm{e}^{-2\,t}}{5} - \dfrac{\mathrm{e}^{3\,t}}{5} & \mathrm{e}^{3\,t} \end{bmatrix}.$$

a) Berechnen Sie die Systemmatrix $\mathbf{A}$.

b) Berechnen Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$ des Systems.

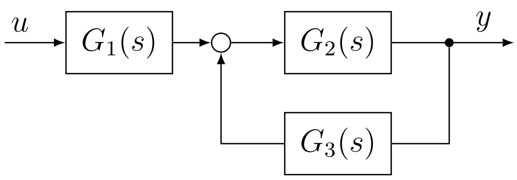
c) Ermitteln Sie die Systemantwort $y(t)$ für den Anfangszustand $\mathbf{x}_0 = \mathbf{0}$ und die Eingangsfunktion

$$u(t) = \begin{cases} e^{-2t} & 0 \leq t < T \\ 0 & T \leq t \end{cases}$$

mit $T = \dfrac{1}{2}\ln 4$.

Aufgabe 2 (5 Punkte)

Betrachten Sie folgende Zusammenschaltung von Übertragungssystemen mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y:



a) Zeigen Sie, dass für

$$G_1(s) = \frac{s-2}{s+1}, \qquad G_2(s) = \frac{1}{s+3}, \qquad G_3(s) = \frac{(4-k)(s+3)}{s+4}$$

die Übertragungsfunktion $G(s)$ durch

$$G(s) := \left.\frac{\overline{y}(s)}{\overline{u}(s)}\right|_{AW=0} = \frac{s^2 + 2s - 8}{s^3 + s^2(4+k) + s(3+4k) + 3k}$$

gegeben ist.

b) Berechnen Sie den größtmöglichen Werteberich des reellen Parameters k, für den das Gesamtsystem $G(s)$ BIBO-stabil ist.

Name: ____________________ **Matr.-Nr.:** ____________

Aufgabe 1 (5 Punkte)

Betrachten Sie die Streckenübertragungsfunktion

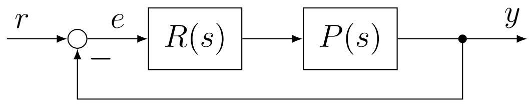
$$P(s) = -100\frac{s - 0.01}{(s + 10)(s + 0.01)}$$

a) Zeichnen Sie die Bode-Diagramme der gegebenen Übertragungsfunktion.

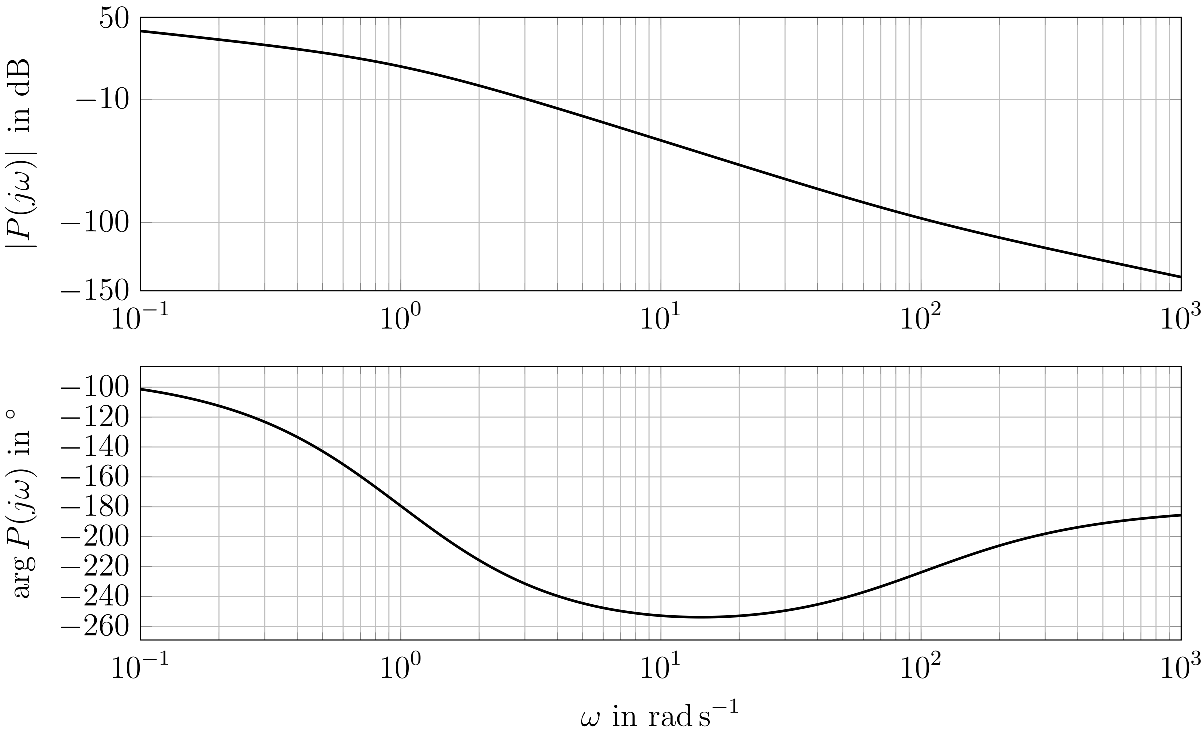
b) Skizzieren Sie die Ortskurve der Übertragungsfunktion und bestimmen Sie die Schnittpunkte mit der reellen Achse näherungsweise.

Aufgabe 2 (5 Punkte)

Gegeben sei ein Standardregelkreis mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Weiters sind die Bode-Diagramme der Strecke $P(s) = \frac{0.1(s + 100)}{s(s + 1)^2}$ gegeben:



Der Regelkreis soll eine Anstiegszeit von $t_r = 1.5s$ und eine Überschwingweite von $M_p = 1.33$ aufweisen.

Entwerfen Sie mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens einen Regler der obige Spezifikationen erfüllt. Geben Sie die Übertragungsfunktion des Reglers an. (*Hinweis:* $|\sqrt{2}|_{dB} \approx 3$)

m	2	3	4	5	6	8	10
$\arcsin \frac{m-1}{m+1}$	19°	30°	37°	42°	46°	51°	55°
$\arctan m$	63°	72°	74°	79°	81°	83°	84°
$\lvert m \rvert_{\mathrm{dB}}$	6	9,5	12	14	15,5	18	20

Institut für Regelungs- und Automatisierungstechnik

Systemdynamik, Control Systems 1
2. Teilklausur SS 18
Gruppe B

Name: ______________________ **Matr.-Nr.:** ______________

Aufgabe 1 (5 Punkte)

Betrachten Sie die Streckenübertragungsfunktion

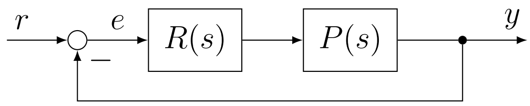
$$P(s) = -10\frac{s-1}{(s+100)(s+1)}$$

a) Zeichnen Sie die BODE-Diagramme der gegebenen Übertragungsfunktion.

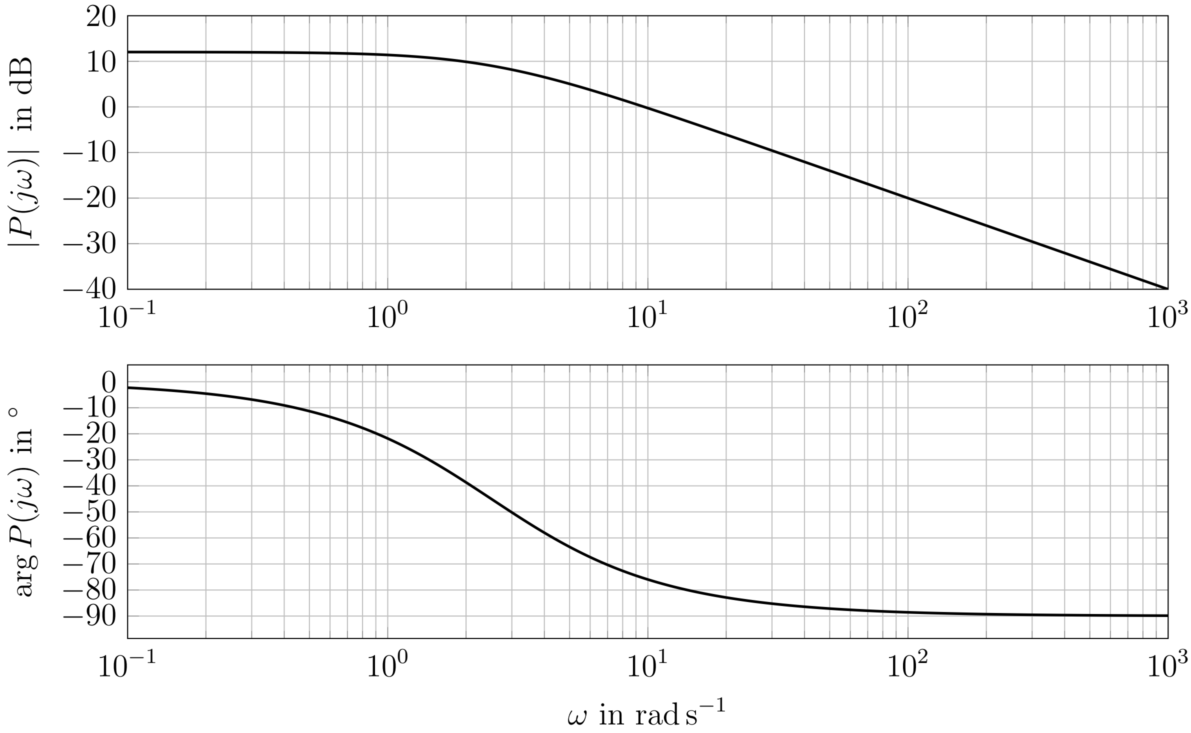
b) Skizzieren Sie die Ortskurve der Übertragungsfunktion und bestimmen Sie die Schnittpunkte mit der reellen Achse näherungsweise.

Aufgabe 2 (5 Punkte)

Gegeben sei ein Standardregelkreis mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Die Regelstrecke mit der Übertragungsfunktion $P(s)$ sein „vom einfachen Typ“, ihr Frequenzgang $P(j\omega)$ liegt in Form von Bode-Diagrammen grafisch vor:



Als Regler wird nun $R(s) = K\frac{1}{s}\frac{1+\frac{s}{\omega_z}}{1+\frac{s}{\omega_N}}$ mit $m = \frac{\omega_N}{\omega_Z}$ angesetzt (K, ω_Z und ω_N sind hierbei reelle Parameter). Dimensionieren Sie mit Hilfe der folgenden Tabelle (näherungsweise) die

Parameter ω_Z, ω_N und K so, dass die Anstiegszeit t_R des geschlossenen Regelkreises $0.15s$ und die Überschwingweite ü $= 18\%$ beträgt.
Hinweis: $|\sqrt{2}|_{dB} \approx 3$.

m	2	3	4	5	6	8	10
$\arcsin \frac{m-1}{m+1}$	19°	30°	37°	42°	46°	51°	55°
$\arctan m$	63°	72°	74°	79°	81°	83°	84°
$\|m\|_{\mathrm{dB}}$	6	9,5	12	14	15,5	18	20

Institut für Regelungs- und Automatisierungstechnik

Systemdynamik, Control Systems 1
Nachklausur SS 18
Gruppe A

Name: ______________________ **Matr.-Nr.:** ______________

Aufgabe 1 (5 Punkte)

Betrachten Sie folgendes mathematische Modell mit der Eingangsgröße u, der Ausgangsgröße y und dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -2 & -5 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \mathbf{c}^T \mathbf{x} + du = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

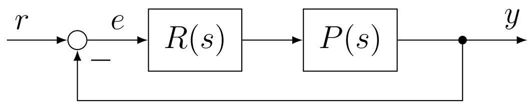
a) Berechnen Sie die Transitionsmatrix $\mathbf{\Phi}(t)$.

b) Berechnen Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$ des Systems.

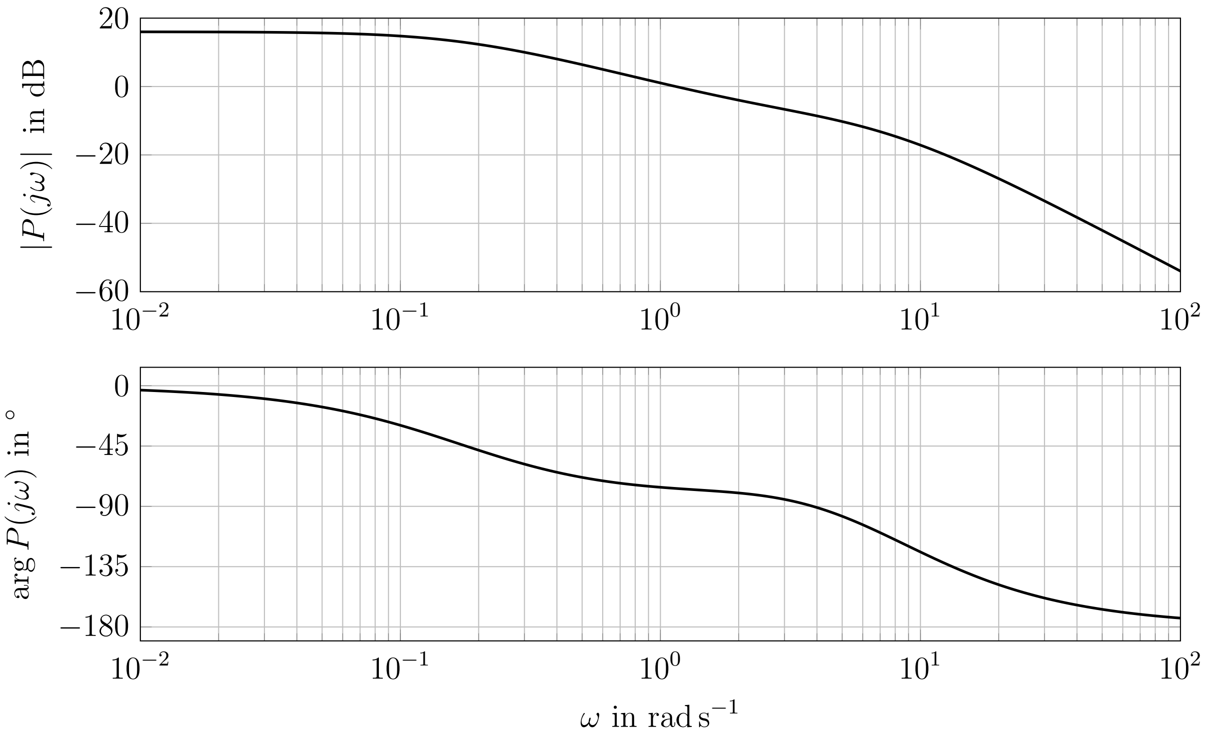
c) Ermitteln Sie die Systemantwort $y(t)$ für den Anfangszustand $\mathbf{x}_0 = \begin{bmatrix} 3 & 6 \end{bmatrix}^T$ und die Eingangsfunktion $u(t) = e^{-2t}$.

Aufgabe 2 (5 Punkte)

Gegeben sei folgender Regelkreis mit der Führungsgröße r, dem Regelfehler e und der Ausgangsgröße y:



Die Regelstrecke $P(s)$ ist vom einfachen Typ. Ihr Frequenzgang $P(j\omega)$ liegt in Form von *Bode-Diagrammen* vor:



An der Stelle $\omega = 4$ kann die Regelstrecke approximiert werden durch $P(j4) \approx 10^{-\frac{8}{20}} e^{-j\frac{\pi}{2}}$.

a) Als Regler wird nun $R(s) = K\frac{1}{s}$ mit dem reellen Parameter K eingesetzt. Skizzieren Sie die Ortskurve und bestimmen Sie deren Schnittpunkt mit der reellen Achse für $K = 1$. (*Hinweis:* $|\sqrt{2}|_{dB} \approx 3$)

b) Bestimmen Sie den größtmöglichen Wertebereich des Parametes K, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

c) Ermitteln Sie für $K = 5$ die Ausgangsgröße $y(t)$ für hinreichend große Werte von t, wenn als Führungsgröße $r(t) = sin(4t)$ gewählt wird.