Schriftliche Prüfung aus **Systemdynamik** am 28.04.2021

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	3	3	3	2	2	2	3	3	21
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Gegeben sei das zeitkontinuierliche LZI System

$$\begin{aligned}
\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -3 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ -3 \\ 1 \end{bmatrix} u \\
y &= \mathbf{c}^T \mathbf{x} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}
\end{aligned}$$

mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3$, der Eingangsgröße $u \in \mathbb{R}$ und der Ausgangsgröße $y \in \mathbb{R}$.

a) Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$.

b) Handelt es sich bei dieser Zustandsraumdarstellung um eine Minimalrealisierung? (*Begründen Sie Ihre Aussage!*)

c) Geben Sie eine Minimalrealisierung dieses Systems in erster Normalform (Steuerbarkeitsnormalform) an.

Aufgabe 2:

Gegeben sei folgendes nichtlineares Zustandsraummodell mit den Zuständen x_1, x_2 und x_3, der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y:

$$\begin{aligned}
\frac{dx_1}{dt} &= 2x_1x_2 - x_3 \\
\frac{dx_2}{dt} &= -x_2 \\
\frac{dx_3}{dt} &= 4\cos(x_2) - 2u \\
y &= x_1 - u^2.
\end{aligned}$$

Ermitteln Sie für die Ruhelage

$$\mathbf{x}_R^T = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T, \quad u_R = 2$$

das linearisierte Zustandsraummodell der Form

$$\begin{aligned}
\frac{d\Delta\mathbf{x}}{dt} &= \mathbf{A}\Delta\mathbf{x} + \mathbf{b}\Delta u \\
\Delta y &= \mathbf{c}^T\Delta\mathbf{x} + d\Delta u
\end{aligned}$$

wobei

$$\Delta\mathbf{x} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_R, \quad \Delta u = u - u_R \quad \text{und} \quad \Delta y = y - y_R$$

gilt.

Aufgabe 3:

Gegeben sei das zeitdiskrete System

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_{k+1} &= \mathbf{A}\mathbf{x}_k + \mathbf{b}u_k = \begin{bmatrix} -1 & 0.5 \\ -5 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_k \\ y_k &= \mathbf{c}^T \mathbf{x}_k = \begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k\end{aligned}$$

mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x}_k \in \mathbb{R}^2$, der Eingangsgröße $u_k \in \mathbb{R}$ und der Ausgangsgröße $y_k \in \mathbb{R}$.

a) Wie viele Ruhelagen hat dieses System für $u_k \equiv u_R = 1$?

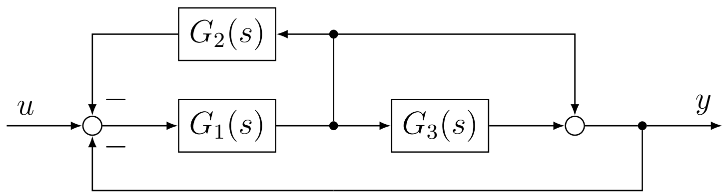
b) Ist das System asymptotisch stabil für $u_k \equiv 0$?

c) Ermitteln Sie y_2, also den Wert der Ausgangsgröße zum Zeitschritt $k = 2$, für den Anfangszustand $\mathbf{x}_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}^T$ und die Eingangsgröße $u_k = \sin\left(\frac{k\pi}{2}\right)$.

(*Begründen Sie Ihre Antworten!*)

Aufgabe 4:

Betrachten Sie folgende Zusammenschaltung mehrerer Übertragungssysteme mit den Übertragungsfunktionen $G_1(s)$, $G_2(s)$ und $G_3(s)$ mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y:



Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$ des Gesamtsystems. Geben Sie $G(s)$ in einer Form ohne Doppel- bzw. Mehrfachbrüche an.

Aufgabe 5:

Es sei folgende Übertragungsfunktion eines linearen zeitinvarianten Übertragungssystems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y gegeben:

$$G(s) = \frac{s}{s + \sqrt{3}}$$

Ermitteln Sie für die Eingangsgröße

$$u(t) = \sin(t) + \sin(\sqrt{3} \cdot t)$$

die Ausgangsgröße $y(t)$ des Systems *im eingeschwungenen Zustand.*

Hinweis: $\arctan\left(\sqrt{3}\right) = \frac{\pi}{3}$, $\arctan(1) = \frac{\pi}{4}$, $\arctan\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \frac{\pi}{6}$, $\arctan(-\varphi) = -\arctan(\varphi)$.

Aufgabe 6:

Gegeben sei das zeitkontinuierliche LZI System

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$
$$y = \mathbf{c}^T \mathbf{x} + du = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x} + 2u$$

mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3$, der Eingangsgröße $u \in \mathbb{R}$ und der Ausgangsgröße $y \in \mathbb{R}$.

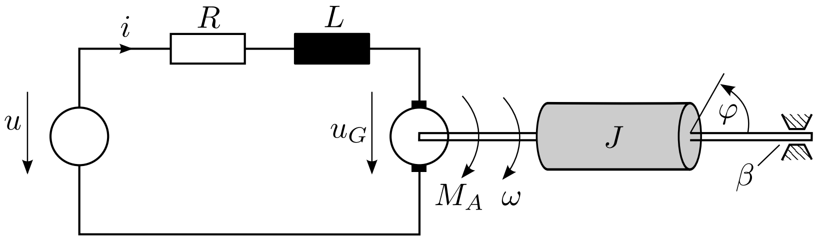
a) Ist dieses System beobachtbar?

b) Der Anfangszustand des Systems sei gegeben mit $\mathbf{x}_0 = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 4 \end{bmatrix}^T$. Kann durch geeignete Wahl der Eingangsgröße $u(t)$ der Zustand $\mathbf{x}(t = T) = \begin{bmatrix} 5 & -1 & 0 \end{bmatrix}^T$ zum Zeitpunkt $T = 7$ erreicht werden?

(*Begründen Sie Ihre Antworten!*)

Aufgabe 7:

Betrachten Sie folgenden schematischen Aufbau eines permanenterregten Gleichstrommotors,



wobei J dem Trägheitsmoment des Motors entspricht. Weiters wirkt auf den Motor ein drehzahlproportionales Reibmoment $M_R = \beta\omega$. Das erzeugte Drehmoment ist proportional zum Strom im elektrischen Netzwerk, d.h. $M_A = k_T i$, die vom Motor induzierte Spannung ist proportional zur Drehzahl, d.h. $u_G = k_m \omega$. Die Parameter β, k_T und k_m sind positive Konstanten.

Fassen Sie den Aufbau als ein System mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße $y = \varphi$ auf. Führen Sie einen geeigneten Zustandsvektor $\mathbf{x}$ ein und ermitteln Sie ein lineares zeitinvariantes mathematisches Modell der Form

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u$$
$$y = \mathbf{c}^T \mathbf{x} + du.$$

Geben Sie $\mathbf{A}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}^T$ und d an.

Aufgabe 8:

Gegeben sei das zeitkontinuierliche LZI System

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \mathbf{x}, \qquad y = \mathbf{c}^T \mathbf{x} = \begin{bmatrix} 2 & -6 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^2$ und der Ausgangsgröße $y \in \mathbb{R}$.

a) Ermitteln Sie die Transitionsmatrix $\Phi(t)$.

b) Ist das System asymptotisch stabil? (*Begründen Sie Ihre Aussage!*)

c) Der Zustand des Systems zum Zeitpunkt $t_2 = 3$ sei gegeben mit

$$\mathbf{x}(t = t_2) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}^T .$$

Ermitteln Sie die Ausgangsgröße $y(t = t_1)$ zum Zeitpunkt $t_1 = 1$.

Schriftliche Prüfung aus **Systemdynamik** am 24.03.2021

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	3	3	3	2	2	3	2	3	21
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Gegeben sei das zeitdiskrete System

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}\mathbf{x}_k + \mathbf{b}u_k = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_k$$
$$y_k = \mathbf{c}^T\mathbf{x}_k = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k$$

mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x}_k \in \mathbb{R}^n$, der Eingangsgröße $u_k \in \mathbb{R}$ und der Ausgangsgröße $y_k \in \mathbb{R}$.

a) Geben Sie alle Ruhelagen des Systems für $u_k \equiv u_R = 1$ an.

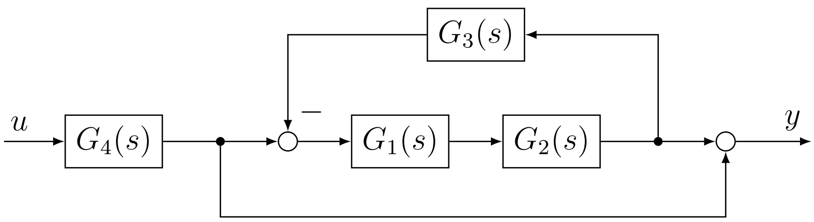
b) Ist das System asymptotisch stabil für $u_k \equiv 0$?

c) Ist das System BIBO-stabil?

(*Begründen Sie Ihre Antworten!*)

Aufgabe 2:

Betrachten Sie folgende Zusammenschaltung mehrerer Übertragungssysteme mit den Übertragungsfunktionen $G_1(s)$, $G_2(s)$, $G_3(s)$ und $G_4(s)$:



mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y.

a) Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$ des Gesamtsystems. Geben Sie $G(s)$ in einer Form ohne Doppel- bzw. Mehrfachbrüche an.

b) Geben Sie eine Übertragungsfunktion $G_3(s)$ an so dass für

$$G_1(s) = \frac{1}{s+1} \qquad G_2(s) = \frac{s+4}{s+3} \qquad G_4(s) = \frac{1}{s+2}$$

die Übertragungsfunktion des Gesamtsystems durch

$$G(s) = \frac{s+3}{(s+2)^2}$$

gegeben ist.

Aufgabe 3:

Gegeben sei ein lineares zeitinvariantes System mit der Eingangsgröße $u(t)$, der Ausgangsgröße $y(t)$ und dem Zustandsvektor $\mathbf{x}(t)$:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ 6 & -4 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix} u \\ y &= \begin{bmatrix} 1 & 3 \end{bmatrix} \mathbf{x} - \frac{2}{3} u. \end{aligned}$$

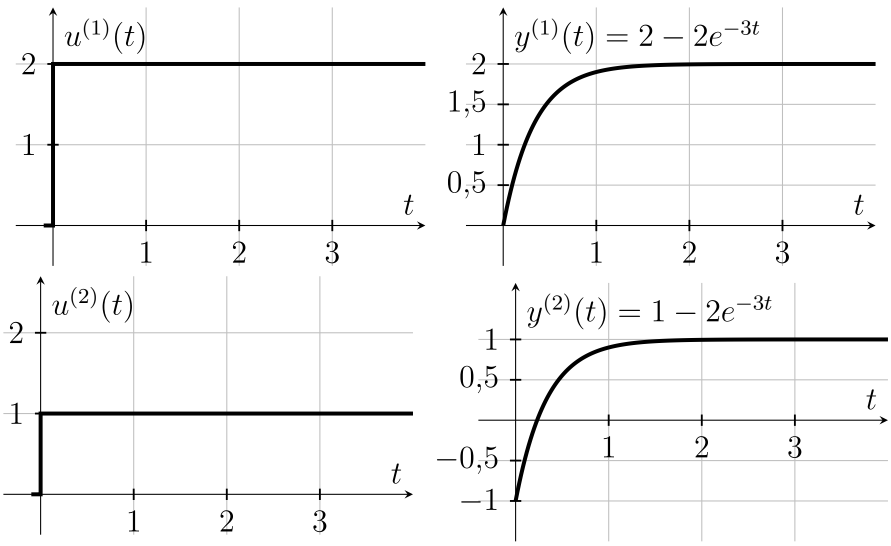
Führen Sie eine reguläre Zustandstransformation $\mathbf{z} = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{x}$ so durch, dass das transformierte System

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{z}} &= \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{z} + \tilde{\mathbf{b}}u \\ y &= \tilde{\mathbf{c}}^T\mathbf{z} + \tilde{d}u \end{aligned}$$

in *Diagonalform* vorliegt. Geben Sie die sich dadurch ergebenden Werte für $\tilde{\mathbf{A}}$, $\tilde{\mathbf{b}}$, $\tilde{\mathbf{c}}^T$ und $\tilde{d}$ an.

Aufgabe 4:

Es wird ein zeitkontinuierliches System mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y betrachtet. Im Rahmen von Experimenten wurden für die im Folgenden dargestellten Zeitfunktionen $u^{(1)}(t)$ und $u^{(2)}(t)$ die jeweils nebenstehend abgebildeten Ausgangsgrößenverläufe $y^{(1)}(t)$ und $y^{(2)}(t)$ erhalten:



Zeigen Sie, dass es sich hierbei prinzipiell, d.h. vorbehaltlich der Ergebnisse weiterer Versuche und Untersuchungen, um ein lineares zeitinvariantes System handeln kann. (*Hinweis: Die Anfangszustände* $\mathbf{x}_0^{(1)}$ *und* $\mathbf{x}_0^{(2)}$ *waren möglicherweise nicht gleich.*)

Aufgabe 5:

Untersuchen Sie die folgenden zeitkontinuierlichen LZI-Systeme auf Steuerbarkeit und Beoachtbarkeit:

a) $$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} u \qquad y = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x} + u$$

b) $$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 4 \\ 1 & -3 & 0 \\ 2 & -1 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{x} \qquad y = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

(*Begründen Sie Ihre Antworten!*)

Aufgabe 6:

Betrachten Sie die Transitionsmatrix

$$\mathbf{\Phi}(t) = \begin{bmatrix} 3\,\frac{\mathrm{e}^{-4\,t}}{2} - \frac{\mathrm{e}^{-2\,t}}{2} & 3\,\frac{\mathrm{e}^{-2\,t}}{2} - 3\,\frac{\mathrm{e}^{-4\,t}}{2} & 3\,\mathrm{e}^{-4\,t} - 3\,\mathrm{e}^{-2\,t} \\ \frac{\mathrm{e}^{-2\,t}}{2} + \frac{\mathrm{e}^{-4\,t}}{2} & \frac{\mathrm{e}^{-2\,t}}{2} + \frac{\mathrm{e}^{-4\,t}}{2} & \mathrm{e}^{-2\,t} - \mathrm{e}^{-4\,t} \\ \frac{\mathrm{e}^{-2\,t}}{2} - \frac{\mathrm{e}^{-4\,t}}{2} & \frac{\mathrm{e}^{-4\,t}}{2} - \frac{\mathrm{e}^{-2\,t}}{2} & 2\,\mathrm{e}^{-2\,t} - \mathrm{e}^{-4\,t} \end{bmatrix}$$

a) Berechnen Sie die dazugehörige Systemmatrix $\mathbf{A}$.

b) Ist das System
$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x}$$
asymptotisch stabil?

Aufgabe 7:

Es sei folgende Übertragungsfunktion eines linearen zeitinvarianten Übertragungssystems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y gegeben:

$$G(s) = \frac{s + \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}}{(s+1)^3}$$

Ermitteln Sie für die Eingangsgröße

$$u(t) = \sum_{k=1}^{15} \frac{1}{k} \sin\left(t + \sqrt{k}\right)$$

die Ausgangsgröße $y(t)$ des Systems *im eingeschwungenen Zustand.*

Hinweis: $\arctan\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \frac{\pi}{3}$, $\arctan(1) = \frac{\pi}{4}$, $\arctan\left(\sqrt{3}\right) = \frac{\pi}{6}$, $\arctan(-\varphi) = -\arctan(\varphi)$.

Aufgabe 8:

Gegeben sei das zeitkontinuierliche LZI System

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -6 \\ 1 & 0 & 0 & 7 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} u \\ y &= \mathbf{c}^T \mathbf{x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}\end{aligned}$$

mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$, der Eingangsgröße $u \in \mathbb{R}$ und der Ausgangsgröße $y \in \mathbb{R}$. Handelt es sich bei dieser Zustandsraumdarstellung um eine Minimalrealisierung? (*Begründen Sie Ihre Aussage!*)
Geben Sie eine Minimalrealisierung in erster Normalform (Steuerbarkeitsnormalform) an.

Schriftliche Prüfung aus **Systemdynamik** am 03.02.2021

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	2	3	3	2	3	3	3	2	21
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Die Dynamik eines nichtlinearen Systems mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \end{bmatrix}^T$, der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y sei gegeben durch

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \frac{1}{5}\sin\left(\frac{1}{2}x_1\right) + \frac{1}{5}x_2 \\ \dot{x}_2 + u &= x_2^2 \\ y &= x_1 + x_2. \end{aligned}$$

Zeigen Sie, dass

$$\mathbf{x}_R^T = \begin{bmatrix} \pi & -1 \end{bmatrix}^T, \quad u_R = 1$$

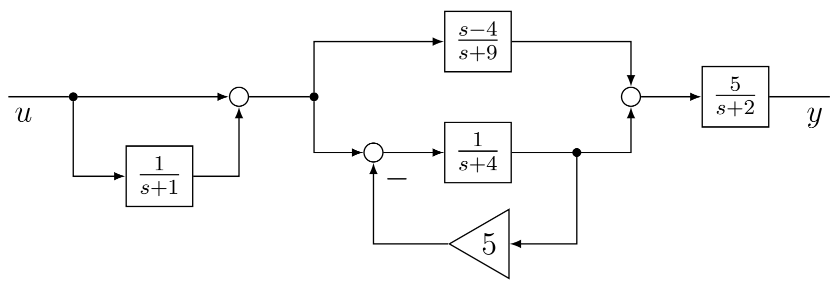
eine Ruhelage dieses Systems ist. Linearisieren Sie das System in dieser Ruhelage und geben Sie das linearisierte System in der Form

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta\mathbf{x}}{dt} &= \mathbf{A}\Delta\mathbf{x} + \mathbf{b}\Delta u \\ \Delta y &= \mathbf{c}^T\Delta\mathbf{x} + d\Delta u \end{aligned}$$

an wobei $\Delta\mathbf{x} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_R$, $\Delta u = u - u_R$ und $\Delta y = y - y_R$ gilt.

Aufgabe 2:

Betrachten Sie folgende Zusammenschaltung mehrerer Übertragungssysteme:



a) Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$ des Gesamtsystems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y. Geben Sie $G(s)$ in einer Form ohne Doppel- bzw. Mehrfachbrüche an.

b) Ermitteln Sie für die Eingangsgröße $u(t) = \sin(3t)$ die Ausgangsgröße $y(t)$ des Systems *im eingeschwungenen Zustand*.

Hinweis: $\arctan\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \frac{\pi}{3}$, $\arctan(1) = \frac{\pi}{4}$, $\arctan\left(\sqrt{3}\right) = \frac{\pi}{6}$, $\arctan(-\varphi) = -\arctan(\varphi)$.

Aufgabe 3:

Die Differenzengleichung

$$y_{k+1} = \frac{1}{4}y_{k-1} + u_k + \frac{1}{2}u_{k-1}$$

beschreibt das Übertragungsverhalten eines zeitdiskreten linearen zeitinvarianten Systems mit der Eingangsfolge (u_k) und der Ausgangsfolge (y_k).

a) Geben Sie die Übertragungsfunktion dieses Systems an.

b) Ist dieses System BIBO-stabil? *(Begründen Sie Ihre Antwort!)*

c) Geben Sie eine Minimalrealisierung dieses Systems in zweiter Normalform (Beobachtbarkeitsnormalform) an.

Aufgabe 4:

Betrachten Sie das lineare zeitinvariante System

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3$.

a) Zeigen Sie, dass die Dynamikmatrix $\mathbf{A}$ dieses Systems einen *doppelten* Eigenwert bei -1 besitzt.

b) Zeigen Sie, dass eine reguläre lineare Zustandstransformation $\mathbf{x} = \mathbf{T}\mathbf{z}$ existiert, so dass die Dynamikmatrix $\tilde{\mathbf{A}} = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T}$ des transformierten Systems

$$\dot{\mathbf{z}} = \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{z}$$

eine Diagonalmatrix ist.

Aufgabe 5:

Gegeben sind zwei in Serie geschaltene Zustandsmodelle.

System 1:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \begin{bmatrix} -0.5 & 0 \\ 0.5 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix} u_k$$

$$v_k = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k$$

System 2:

$$w_{k+1} = -0.5 w_k + v_k$$

$$y_k = w_k + v_k$$

Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion des zeitdiskreten Gesamtsystems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y.
Besitzt das Gesamtsystem die *BIBO-Eigenschaft*? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

Aufgabe 6:

Betrachten Sie folgendes lineare zeitinvariante System

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{bmatrix} -1 & -4 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -7 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

a) Geben Sie die zugehörige Transitionsmatrix $\mathbf{\Phi}(t)$ an.

b) Ist das System asymptotisch stabil für $u(t) \equiv 0$?

c) Ist das System beobachtbar?

(*Begründen Sie jeweils Ihre Antworten!*)

Aufgabe 7:

Gegeben sei die *Impulsantwort* eines linearen zeitkontinuierlichen zeitinvarianten Systems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y:

$$g(t) = e^t - e^{-3t}$$

Ermitteln Sie die Ausgangsgröße $y(t)$ für $u(t) = \sigma(t-1) - 2\sigma(t-4)$. *(Anmerkung: es wird angenommen, dass für den Anfangszustand des Systems* $\mathbf{x}_0 = \mathbf{x}(t=0) = \mathbf{0}$ *gilt.)*

Aufgabe 8:

Geben Sie für ein Zustandsmodell *dritter Ordnung* mit Eingangsgröße u und Zustandsvektor $\mathbf{x}$

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u,$$

für $u = u_R = -1$ jeweils eine mögliche Dynamikmatrix $\mathbf{A}$ und einen möglichen Eingangsvektor $\mathbf{b}$ an, so dass das System

a) eine Ruhelage

b) keine Ruhelage

c) unendlich viele Ruhelagen

besitzt.

Schriftliche Prüfung aus **Systemdynamik** am 09.12.2020

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	3	3	3	3	2	3	2	2	21
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Die Differenzengleichung

$$u_k + \frac{1}{2}u_{k-1} - y_{k+1} = \frac{5}{2}y_k + y_{k-1}$$

beschreibt das Übertragungsverhalten eines zeitdiskreten linearen zeitinvarianten Systems mit der Eingangsfolge (u_k) und der Ausgangsfolge (y_k).

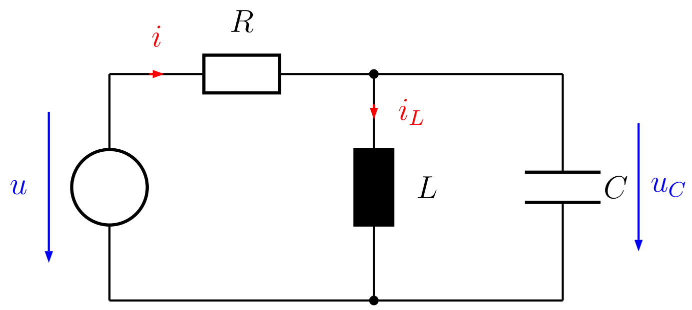
a) Geben Sie die Übertragungsfunktion dieses Systems an.

b) Ist dieses System BIBO-stabil?

c) Geben Sie eine Minimalrealisierung dieses Systems in erster Normalform (Steuerbarkeitsnormalform) an.

Aufgabe 2:

Betrachten Sie folgendes ideales elektrisches Netzwerk bestehend aus dem ohmschen Widerstand R, der Kapazität C, der Induktivität L und einer Spannungsquelle. Die Spannung an der Spannungsquelle wird mit u symbolisiert.



Fassen Sie das Netzwerk als ein System mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße $y = i_L$ auf.

a) Führen Sie einen geeigneten Zustandsvektor $\mathbf{x}$ ein und ermitteln Sie ein lineares zeitinvariantes mathematisches Modell der Form

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u \\ y &= \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du. \end{aligned}$$

b) Geben Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$ dieses Systems an.

c) Ermitteln Sie für die Bauteilwerte $R = 1\Omega$, $L = 1\mathrm{H}$, $C = 1\mathrm{F}$ und die Eingangsgröße

$$u(t) = \sin(t) - \cos(t+3)$$

die Ausgangsgröße $y(t)$ des Systems *im eingeschwungenen Zustand.*

Aufgabe 3:

Betrachten Sie das lineare zeitinvariante System

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x} + u$$

mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^4$.

a) Zeigen Sie dass eine reguläre lineare Zustandstransformation $\mathbf{x} = \mathbf{T}\mathbf{z}$ existiert, so dass das transformierte System

$$\dot{\mathbf{z}} = \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{z} + \tilde{\mathbf{b}}u$$
$$y = \tilde{\mathbf{c}}^T\mathbf{z} + \tilde{d}u$$

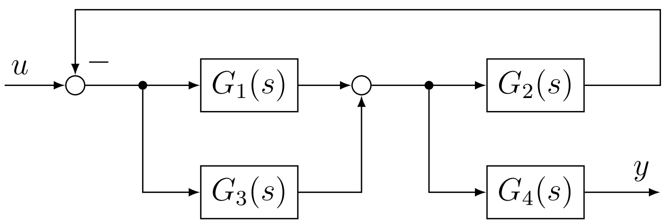
in *Diagonalform* vorliegt.

b) Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion des *transformierten* Systems.

c) Untersuchen Sie, ob das *transformierte* System für $u(t) \equiv 0$ asymptotisch stabil ist.

Aufgabe 4:

Betrachten Sie folgende Zusammenschaltung mehrerer Übertragungssysteme mit den Übertragungsfunktionen $G_1(s)$, $G_2(s)$, $G_3(s)$ und $G_4(s)$:



mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y.

a) Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$ des Gesamtsystems. Geben Sie $G(s)$ in einer Form ohne Doppel- bzw. Mehrfachbrüche an.

b) Geben Sie eine Übertragungsfunktion $G_4(s)$ an so dass für

$$G_1(s) = \frac{s+2}{(s+1)(s+3)} \qquad G_2(s) = \frac{s+1}{(s+2)(s+4)} \qquad G_3(s) = \frac{2}{(s+1)(s+3)}$$

die Übertragungsfunktion des Gesamtsystems durch

$$G(s) = \frac{1}{(s+3)(s+1)}$$

gegeben ist.

Aufgabe 5:

Die Dynamik eines nichtlinearen Systems mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \end{bmatrix}^T$, der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y sei gegeben durch

$$\begin{aligned} x_2^2 &= \cos(2x_1) - \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 &= x_2 + u \\ y &= x_1 + x_2 u. \end{aligned}$$

Zeigen Sie, dass

$$\mathbf{x}_R^T = \begin{bmatrix} \pi & -1 \end{bmatrix}^T, \quad u_R = 1$$

eine Ruhelage dieses Systems ist. Linearisieren Sie das System in dieser Ruhelage und geben Sie das linearisierte System in der Form

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta\mathbf{x}}{dt} &= \mathbf{A}\Delta\mathbf{x} + \mathbf{b}\Delta u \\ \Delta y &= \mathbf{c}^T\Delta\mathbf{x} + d\Delta u \end{aligned}$$

an wobei $\Delta\mathbf{x} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_R$, $\Delta u = u - u_R$ und $\Delta y = y - y_R$ gilt.

Aufgabe 6:

Gegeben sei das zeitdiskrete lineare zeitinvariante System

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{k+1} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 4 & 3 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_k \\ y_k &= \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k \end{aligned}$$

mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x}_k \in \mathbb{R}^4$.

a) Zeigen Sie dass ein zeitdiskretes LZI System *dritter Ordnung* existiert, welches die selbe Übertragungsfunktion wie das gegebene System besitzt. Geben Sie ein solches System in zweiter Normalform (Beobachtbarkeitsnormalform) an.

b) Ist das gegebene System (vierter Ordnung) steuerbar?

c) Ist das gegebene System (vierter Ordnung) beobachtbar?

Aufgabe 7:

Die Nullstellen der Übertragungsfunktion $G(s)$ eines linearen zeitinvarianten Systems liegen bei $s = n_1$ und $s = n_2$, die Polstellen von G(s) liegen bei $s = p_1$, $s = p_2$ und $s = p_3$ wobei

$$n_1 = 0, \quad n_2 = -2, \quad p_1 = 1, \quad p_2 = -1 + 2j, \quad p_3 = -1 - 2j$$

gilt. *Anmerkung: es handelt sich hierbei um einfache Pol- und Nullstellen, $G(s)$ hat also genau zwei Nullstellen und genau drei Polstellen.*

a) Geben Sie ein LZI System an, welches eine Minimalrealisierung einer Übertragungsfunktion $G(s)$ mit *genau diesen* Pol- und Nullstellen in erster Normalform (Steuerbarkeitsnormalform) ist.

b) Existieren *zwei unterschiedliche* LZI Systeme, welche jeweils eine Minimalrealisierung einer Übertragungsfunktion $G(s)$ mit *genau diesen* Pol- und Nullstellen in erster Normalform (Steuerbarkeitsnormalform) sind? *(Begründen Sie Ihre Antwort!)*

Aufgabe 8:

Die Transitionsmatrix eines zeitkontinuierlichen LZI Systems

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u$$
$$y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du$$

mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x}_k \in \mathbb{R}^3$, der Eingangsgröße $u \in \mathbb{R}$ und der Ausgangsgröße $y \in \mathbb{R}$ ist gegeben als

$$\Phi(t) = \begin{bmatrix} e^{-3t} & 0 & 0 \\ 0 & e^{-t} & e^{-t} + e^{-3t} \\ 0 & 0 & e^{-3t} \end{bmatrix}.$$

a) Untersuchen Sie, ob dieses LZI System für $u(t) \equiv 0$ asymptotisch stabil ist.

b) Sei $\hat{\mathbf{x}}(t)$ der Zustand dieses Systems zum Zeitpunkt $t \geq 0$ der sich durch den Anfangszustand $\mathbf{x}(t = 0) = \hat{\mathbf{x}}_0$ und den Verlauf von $u(\tau)$ für $0 \leq \tau \leq t$ ergibt, $\tilde{\mathbf{x}}(t)$ sei der Zustand zum Zeitpunkt $t \geq 0$ der sich durch den Anfangszustand $\mathbf{x}(t = 0) = \tilde{\mathbf{x}}_0$ und den Verlauf von $u(\tau)$ für $0 \leq \tau \leq t$ ergibt; zusammengefasst also

$$\hat{\mathbf{x}}(t) = \Gamma \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{x}}_0 \\ u \end{pmatrix}, \qquad \tilde{\mathbf{x}}(t) = \Gamma \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{x}}_0 \\ u \end{pmatrix}.$$

Gilt für dieses System $\lim_{t\to\infty} (\hat{\mathbf{x}}(t) - \tilde{\mathbf{x}}(t)) = \mathbf{0}$ für beliebige $\hat{\mathbf{x}}_0 \in \mathbb{R}^3$ und beliebige $\tilde{\mathbf{x}}_0 \in \mathbb{R}^3$? *(Begründen Sie Ihre Antwort!)*

Schriftliche Prüfung aus **Systemdynamik** am 28.10.2020

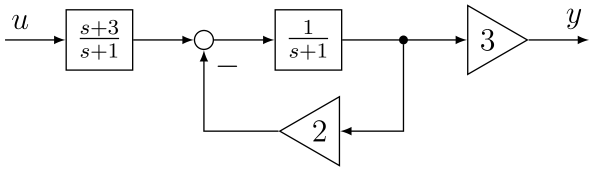
Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	3	3	3	2	3	2	2	3	21
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Betrachten Sie folgende Zusammenschaltung mehrerer Übertragungssysteme:



a) Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$ des Gesamtsystems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y. Geben Sie $G(s)$ in einer Form ohne Doppel- bzw. Mehrfachbrüche an.

b) Ermitteln Sie für die Eingangsgröße $u(t) = \sin(t-1)$ die Ausgangsgröße $y(t)$ des Systems *im eingeschwungenen Zustand*.

Hinweis: $\arctan(-1) = -\frac{\pi}{4}$.

Aufgabe 2:

Betrachten Sie folgendes lineares zeitinvariantes System

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 4 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x} + 2u$$

a) Geben Sie die zugehörige Transitionsmatrix $\mathbf{\Phi}(t)$ an.

b) Ist das System asymptotisch stabil für $u(t) \equiv 0$?

c) Ist das System beobachtbar?

(*Begründen Sie jeweils Ihre Antworten!*)

Aufgabe 3:

Gegeben sei das folgende nichtlineare System:

$$\frac{dx_1}{dt} = 1 - \cos(x_3)$$
$$\frac{dx_2}{dt} = x_2^2 - x_1 + 4x_1x_2\sin(x_3)$$
$$\frac{dx_3}{dt} = \sqrt{x_1} + 2 - 5u.$$

Ermitteln Sie für $u = u_R = 1$ *alle* Ruhelagen des Systems.

Aufgabe 4:

Gegeben sei folgendes lineare zeitinvariante zeitdiskrete System mit der Eingangsgröße $u_k \in \mathbb{R}$, der Ausgangsgröße $y_k \in \mathbb{R}$ und dem Zustandsvektor $\mathbf{x}_k \in \mathbb{R}^n$:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \end{bmatrix} u_k$$
$$y_k = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + u_k$$

a) Bestimmen Sie die z-Übertragungsfunktion $G(z)$.

b) Geben Sie eine Differenzengleichung an, die das Übertragungsverhalten des Systems beschreibt.

Aufgabe 5:

Gegeben sei ein lineares zeitinvariantes System mit der Eingangsgröße $u(t)$, der Ausgangsgröße $y(t)$ und dem Zustandsvektor $\mathbf{x}(t)$:

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 4 & -5 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{x} + u.$$

Führen Sie eine reguläre Zustandstransformation $\mathbf{z} = \mathbf{T}\mathbf{x}$ so durch, dass das transformierte System

$$\dot{\mathbf{z}} = \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{z} + \tilde{\mathbf{b}}u$$
$$y = \tilde{\mathbf{c}}^T\mathbf{z} + \tilde{d}u$$

in *Diagonalform* vorliegt.

Aufgabe 6:

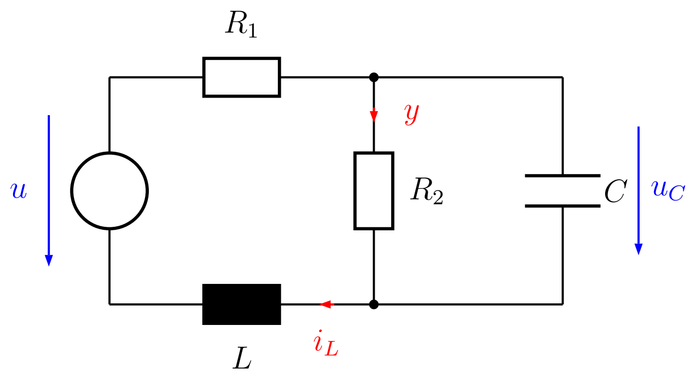
Gegeben sei das zeitdiskrete System

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}\mathbf{x}_k + \mathbf{b}u_k = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 6 \\ 1 & 0 & 0 & 7 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \begin{bmatrix} -6 \\ 4 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} u_k$$
$$y_k = \mathbf{c}^T\mathbf{x}_k = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k$$

mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x}_k \in \mathbb{R}^n$, der Eingangsgröße $u_k \in \mathbb{R}$ und der Ausgangsgröße $y_k \in \mathbb{R}$. Handelt es sich bei dieser Zustandsraumdarstellung um eine Minimalrealisierung? (*Begründen Sie Ihre Aussage!*)
Geben Sie eine Minimalrealisierung in erster Normalform (Steuerbarkeitsnormalform) an.

Aufgabe 7:

Betrachten Sie folgendes ideales elektrisches Netzwerk bestehend aus den ohmschen Widerständen R_1 und R_2, der Kapazität C, der Induktivität L und einer Spannungsquelle. Die Spannung an der Spannungsquelle wird mit u symbolisiert, mit y wird der Strom durch den Widerstand R_2 definiert.



Fassen Sie das Netzwerk als ein System mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y auf. Führen Sie einen geeigneten Zustandsvektor $\mathbf{x}$ ein und ermitteln Sie ein lineares zeitinvariantes mathematisches Modell der Form

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u \\ y &= \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du. \end{aligned}$$

Aufgabe 8:

Gegeben sind zwei in Serie geschaltene Zustandsmodelle.

System 1:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\mathbf{x}}} &= \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \hat{\mathbf{x}} + \begin{bmatrix} 0.5 \\ 1 \end{bmatrix} u \\ v &= \begin{bmatrix} 0 & -1 \end{bmatrix} \hat{\mathbf{x}} \end{aligned}$$

System 2:

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\mathbf{x}}} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} v \\ y &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}} \end{aligned}$$

Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion des Gesamtsystems mit der Eingangsgröße $u(t)$ und der Ausgangsgröße $y(t)$.
Besitzt das Gesamtsystem die *BIBO-Eigenschaft*? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

Schriftliche Prüfung aus **Systemdynamik** am 02.07.2020

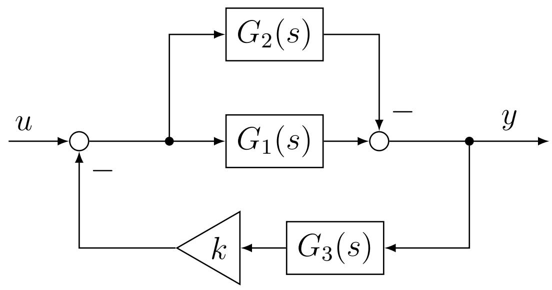
Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	2	3	2	3	3	3	3	2	21
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Betrachten Sie folgende Zusammenschaltung mehrerer Übertragungssysteme mit den Übertragungsfunktionen $G_1(s)$, $G_2(s)$ und $G_3(s)$:



Hierbei ist k ein reeller Parameter. Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$ des Gesamtsystems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y. Geben Sie $G(s)$ in einer Form ohne Doppel- bzw. Mehrfachbrüche an.

Aufgabe 2:

Gegeben sei ein zeitdiskretes, lineares, zeitinvariantes Zustandsmodell mit der Eingangsfolge (u_k), der Ausgangsfolge (y_k) und dem Zustandsvektor $\mathbf{x}_k$:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -\alpha \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} u_k$$
$$y_k = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + u_k.$$

Hierbei ist α ein reeller Parameter.

a) Geben Sie den größtmöglichen Wertebereich von α an, für den dieses System durch eine lineare Zustandstransformation $\mathbf{x} = \mathbf{T}\mathbf{z}$ so transformiert werden kann, dass die Dynamikmatrix $\tilde{\mathbf{A}}_d$ des transformierten Systems

$$\mathbf{z}_{k+1} = \tilde{\mathbf{A}}_d \mathbf{z}_k + \tilde{\mathbf{b}}_d u_k$$
$$y_k = \tilde{\mathbf{c}}_d^T \mathbf{z}_k + \tilde{d}_d u_k$$

eine reelle Diagonalmatrix ist. (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

b) Transformieren Sie, falls möglich, das System für $\alpha = 1$ auf Diagonalform und geben Sie $\tilde{\mathbf{A}}_d$, $\tilde{\mathbf{b}}_d$, $\tilde{\mathbf{c}}_d^T$ und $\tilde{d}_d$ des transformierten Systems an.

Aufgabe 3:

Geben Sie die *Definitionen* folgender Eigenschaften eines *zeitkontinuierlichen* linearen zeitinvarianten Zustandsraummodells mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$, der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y an:

a) Steuerbarkeit

b) Beobachtbarkeit

Aufgabe 4:

Gegeben sei folgendes nichtlineares Zustandsraummodell mit den Zuständen x_1 und x_2, der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y:

$$
\begin{aligned}
\frac{dx_1}{dt} &= x_1 x_2^2 + x_2 \sin x_1 \\
\frac{dx_2}{dt} &= -x_2 + 4u^2 \\
y &= x_1 x_2 + 5.
\end{aligned}
$$

Ermitteln Sie für die Ruhelage

$$\mathbf{x}_R^T = \begin{bmatrix} 0 & 4 \end{bmatrix}^T, \quad u_R = 1$$

das linearisierte Zustandsraummodell der Form

$$
\begin{aligned}
\frac{d\Delta\mathbf{x}}{dt} &= \mathbf{A}\Delta\mathbf{x} + \mathbf{b}\Delta u \\
\Delta y &= \mathbf{c}^T\Delta\mathbf{x} + d\Delta u
\end{aligned}
$$

wobei

$$\Delta\mathbf{x} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_R, \quad \Delta u = u - u_R \quad \text{und} \quad \Delta y = y - y_R$$

gilt.

Aufgabe 5:

Die Gewichtsfolge (g_k) eines zeitdiskreten linearen zeitinvarianten Systems sei gegeben durch

$$g_k = \begin{cases} 1 & k = 0 \\ -1 & k = 1 \\ 2 & k = 4 \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

a) Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G(z)$ des Systems.

b) Geben Sie eine Minimalrealisierung in erster Normalform (Steuerbarkeitsnormalform) an und untersuchen Sie diese Realisierung auf Beobachtbarkeit.

c) Geben Sie die Ausgangsfolge (y_k) dieses Systems für $k = 0, 1, ..., 7$ für folgende Eingangsfolgen (u_k) an:

$$\text{i) } u_k = \begin{cases} 2 & k = 0 \\ 1 & k = 4 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \qquad \text{ii) } u_k = \sigma_k + 2\sigma_{k-3} + \delta_{k-4}$$

Aufgabe 6:

Von einem linearen zeitinvarianten Zustandsraummodell der Form

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x}$$

ist bekannt, dass die Transitionsmatrix die Form

$$\mathbf{\Phi}(t) = \mathbf{M}_1 + e^{-t}\mathbf{M}_2$$

mit konstanten aber unbekannten Matrizen $\mathbf{M}_1$ und $\mathbf{M}_2$ hat.

a) Wie lauten die Eigenwerte der Systemmatrix $\mathbf{A}$?

b) Wie lautet die Inverse $\big(\mathbf{\Phi}(t)\big)^{-1}$ der Transitionsmatrix?

c) Bestimmen Sie $\mathbf{M}_1$ und $\mathbf{M}_2$ in Abhängigkeit der Systemmatrix $\mathbf{A}$.

Aufgabe 7:

Gegeben sei das zeitdiskrete System

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}\mathbf{x}_k + \mathbf{b}u_k = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -4 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} u_k$$

$$y_k = \mathbf{c}^T\mathbf{x}_k = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k$$

mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x}_k \in \mathbb{R}^n$, der Eingangsgröße $u \in \mathbb{R}$ und der Ausgangsgröße $y \in \mathbb{R}$. Handelt es sich bei dieser Zustandsraumdarstellung um eine Minimalrealisierung? (*Begründen Sie Ihre Aussage!*)
Wenn nein, geben Sie eine Minimalrealisierung in zweiter Normalform (Beobachtbarkeitsnormalform) an.

Aufgabe 8:

Es sei folgende Übertragungsfunktion eines linearen zeitinvarianten Übertragungssystems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y gegeben:

$$G(s) = \sqrt{3} \cdot \frac{s - \sqrt{3}}{(s+1)^2}$$

Ermitteln Sie für die Eingangsgröße $u(t) = \sqrt{3}\cos(t)$ die Ausgangsgröße $y(t)$ des Systems *im eingeschwungenen Zustand.*

Hinweis: $\arctan\left(\sqrt{3}\right) = \frac{\pi}{3}$.