Schriftliche Prüfung aus **Systemdynamik** am 08.06.2020

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	3	2	3	2	3	2	3	3	21
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Gegeben sind zwei in Serie geschaltene Zustandsmodelle.

System 1:

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} \hat{\mathbf{x}} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} u$$

$$v = \begin{bmatrix} 0.5 & -1 \end{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}$$

System 2:

$$\dot{\tilde{x}} = 2\tilde{x} + 4v$$

$$y = \tilde{x} + v$$

a) Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion des Gesamtsystems mit der Eingangsgröße $u(t)$ und der Ausgangsgröße $y(t)$.

b) Besitzt das Gesamtsystem die *BIBO-Eigenschaft*?

c) Ist das Gesamtsystem asymptotisch stabil?

Aufgabe 2:

Gegeben sei das folgende nichtlineare System:

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= -x_2 - \frac{\pi}{2} \\ \frac{dx_2}{dt} &= x_1^2 + 2x_1x_2 - cos(x_2) \\ \frac{dx_3}{dt} &= x_1 + x_1^2 u - \sqrt{x_3}. \end{aligned}$$

Ermitteln Sie für die Ruhelage

$$\mathbf{x}_R^T = \begin{bmatrix} \pi & -\frac{\pi}{2} & 0 \end{bmatrix}^T, \quad u_R = -\frac{1}{\pi}$$

das linearisierte Zustandsraummodell der Form

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta\mathbf{x}}{dt} &= \mathbf{A}\Delta\mathbf{x} + \mathbf{b}\Delta u, \\ \Delta y &= \mathbf{c}^T\Delta\mathbf{x} + d\Delta u, \end{aligned}$$

wobei

$$\Delta\mathbf{x} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_R, \quad \Delta u = u - u_R \quad \text{und} \quad \Delta y = y - y_R$$

gilt.

Aufgabe 3:

Ermitteln Sie mit Hilfe des Routh-Schemas jeweils den größtmöglichen Wertebereich des reellen Parameters k, für den die einzelnen Polynome Hurwitzpolynome sind.

$$\begin{aligned}
i)\quad & p_1(s) = s^5 + 10s^4 + k^2 s^3 + 2s^2 + (k+1)^2 s \\
ii)\quad & p_2(s) = ks^4 + 2s^3 + k^2 s^2 + s - 2 \\
iii)\quad & p_3(s) = ks^3 + 3ks^2 - 2s - 1 \\
iv)\quad & p_4(s) = 15s^2 + \sqrt{k}k + 1
\end{aligned}$$

Aufgabe 4:

Gegeben sei die *Impulsantwort* eines linearen zeitkontinuierlichen zeitinvarianten Systems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y:

$$g(t) = e^{-2t} + 2e^{-3t}$$

Ermitteln Sie die Ausgangsgröße $y(t)$ für $u(t) = \sigma(t) + 3\sigma(t-1) + \delta(t-2)$.

Aufgabe 5:

Betrachten Sie folgendes lineares zeitinvariantes System

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{bmatrix} -3 & -3 & 0 & 0 \\ -2 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -4\pi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 4 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x} + 2u$$

a) Geben Sie die zugehörige Transitionsmatrix $\mathbf{\Phi}(t)$ an.

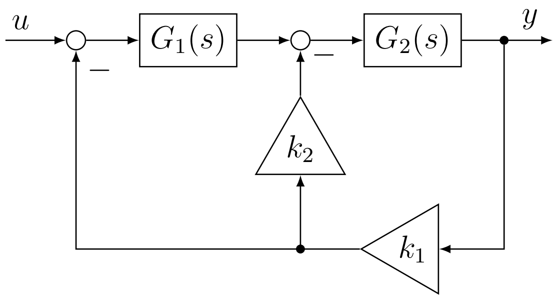
b) Ist das System asymptotisch stabil?

c) Ist das System steuerbar und/oder beobachtbar?

(*Begründen Sie jeweils Ihre Antworten!*)

Aufgabe 6:

Betrachten Sie folgende Zusammenschaltung mehrerer Übertragungssysteme mit den Übertragungsfunktionen $G_1(s)$ und $G_2(s)$:



Hierbei sind k_1 und k_2 reelle Parameter. Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$ des Gesamtsystems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y. Geben Sie $G(s)$ in einer Form ohne Doppel- bzw. Mehrfachbrüche an.

Aufgabe 7:

Geben Sie zu folgenden Übertragungsfunktionen jeweils eine *Minimalrealisierung* in *zweiter Standardform* an:

$$G_1(s) = \frac{s^2 - 2s - 3}{s^3 - 2s^2 - 5s + 6}, \qquad G_2(s) = \frac{s^2 + s - 2}{s^3 - 2s^2 - 5s + 6}, \qquad G_3(s) = \frac{s+1}{s+3}.$$

Aufgabe 8:

Geben Sie für ein Zustandsmodell zweiter Ordnung mit Eingangsgröße u und Zustandsvektor $\mathbf{x}$

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u,$$

für $u = u_R = 1$ jeweils eine mögliche Dynamikmatrix $\mathbf{A}$ und einen möglichen Eingangsvektor $\mathbf{b}$ eines *nicht* steuerbaren Systems an, so dass das System

a) eine Ruhelage

b) keine Ruhelage

c) unendlich viele Ruhelagen

besitzt.

Beachten Sie, dass nicht steuerbare Systeme anzugeben sind.

Schriftliche Prüfung aus **Systemdynamik** am 11.03.2020

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	3	2	2	2	3	3	3	3	21
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Gegeben sind zwei in Serie geschaltene Zustandsmodelle.

System 1:

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \hat{\mathbf{x}} + \begin{bmatrix} 0.5 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$v = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}$$

System 2:

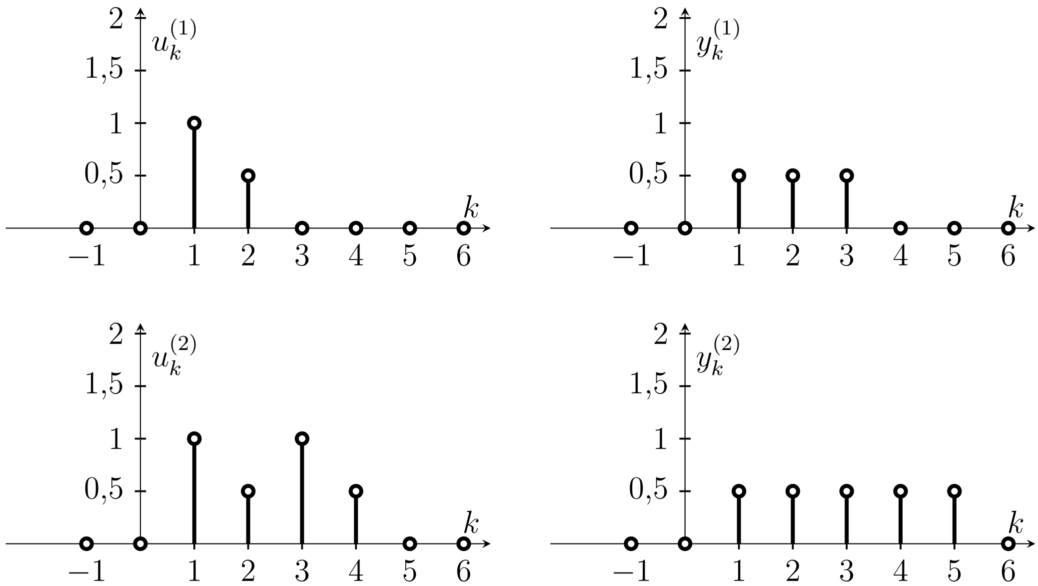
$$\dot{\tilde{x}} = 2\tilde{x} + 4v$$

$$y = \tilde{x}$$

Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion des Gesamtsystems mit der Eingangsgröße $u(t)$ und der Ausgangsgröße $y(t)$.
Besitzt das Gesamtsystem die *BIBO-Eigenschaft*? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

Aufgabe 2:

Es wird ein lineares zeitdiskretes Übertragungssystem betrachtet. Im Rahmen eines Experimentes wurden zu zwei Eingangsfolgen $(u_k^{(1)})$ und $(u_k^{(2)})$ jeweils die Ausgangsfolgen $(y_k^{(1)})$ und $(y_k^{(2)})$ ermittelt. Diese sind in graphischer Form gegeben:



Überprüfen Sie in nachvollziehbarer Art und Weise, ob es sich bei diesem System um ein *zeitinvariantes* System handeln kann.

Aufgabe 3:

Gegeben ist ein nichtlineares, zeitkontinuierliches System dritter Ordnung:

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= x_2 \\
\dot{x}_2 &= g - \frac{c}{m}\frac{x_3^2}{x_1^2} \\
\dot{x}_3 &= -\frac{R}{L}x_3 + \frac{2c}{L}\frac{x_2 x_3}{x_1^2} + \frac{1}{L}u \\
y &= x_1
\end{aligned}$$

mit den positiven Parametern g, c, m, R und L. Ermitteln sie für ein vorgegebenes $y = y_R = $ konst. die zugehörige Ruhelage $\mathbf{x}_R = \begin{bmatrix} x_{1,R} & x_{2,R} & x_{3,R} \end{bmatrix}^T$ sowie die Eingangsgröße u_R in Abhängigkeit von y_R.

Aufgabe 4:

Gegeben sei ein lineares zeitinvariantes System der Form

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x}$$

Zeigen Sie, dass die asymptotische Stabilität dieses Systems invariant bezüglich einer regulären Zustandstransformationen der Form $\mathbf{x} = \mathbf{P}\mathbf{z}$ ist.

Aufgabe 5:

Betrachten Sie folgendes lineare zeitinvariante System

$$\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} &= \begin{bmatrix} -6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -4\pi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix} u \\
y &= \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x} + 2u
\end{aligned}$$

a) Geben Sie die zugehörige Transitionsmatrix $\mathbf{\Phi}(t)$ an.

b) Ist das System asymptotisch stabil?

c) Ist das System steuerbar und/oder beobachtbar?

(*Begründen Sie jeweils Ihre Antworten!*)

Aufgabe 6:

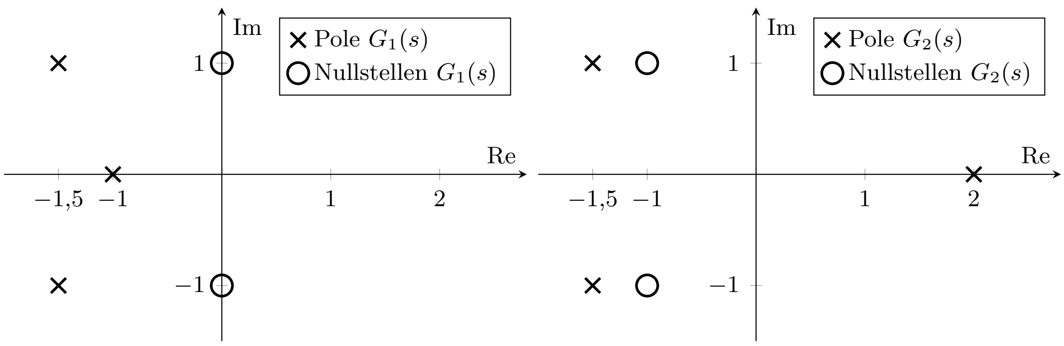
Ermitteln Sie mit Hilfe des Routh-Schemas jeweils den größtmöglichen Wertebereich des reellen Parameters k, für den die einzelnen Polynome Hurwitzpolynome sind.

a) $p_1(s) = ks^5 + 3s^4 + ks^3 + 5s^2 + 0.5s + 2$

b) $p_2(s) = ks^4 + 4s^3 + 6s^2 + 4s + 1$

Aufgabe 7:

Betrachten Sie folgende PN-Pläne der Übertragungsfunktionen $G_1(s)$ und $G_2(s)$ zweier zeitkontinuierlicher linearer zeitinvarianter Übertragungssysteme.



Es gilt $G_1(0) = G_2(0) = 1$. Ermitteln Sie für die Eingangsgröße

$$u(t) = \cos\left(t + \frac{\pi}{16}\right)$$

die Ausgangsgröße $y(t)$ der beiden Systeme im eingeschwungenen Zustand, d.h. für sehr große Werte des Zeitparameters t.

Aufgabe 8:

Gegeben sei die Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{s^2 - 1}{s^2 + s}.$$

Geben Sie jeweils ein Zustandsraummodell *zweiter Ordnung*

a) in erster Standardform und

b) in zweiter Standardform

an, welches die gegebene Übertragungsfunktion aufweist. Untersuchen Sie die beiden Zustandsraummodelle auf Steuer- und Beobachtbarkeit? (*Begründen Sie Ihre Antworten!*)

Schriftliche Prüfung aus **Systemdynamik** am 17.01.2020

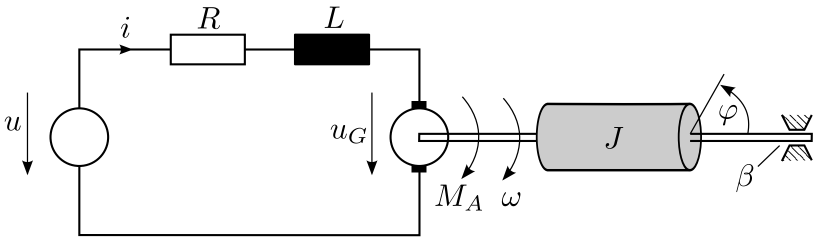
Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	3	3	3	2	2	3	3	2	21
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Betrachten Sie folgenden schematischen Aufbau eines permanenterregten Gleichstrommotors,



wobei J dem Trägheitsmoment des Motors entspricht. Weiters wirkt auf den Motor ein drehzahlproportionales Reibmoment $M_R = \beta\omega$. Das erzeugte Drehmoment ist proportional zum Strom im elektrischen Netzwerk, d.h. $M_A = k_T i$, die vom Motor induzierte Spannung ist proportional zur Drehzahl, d.h. $u_G = k_m\omega$. Die Parameter β, k_T und k_m sind positive Konstanten.

a) Fassen Sie den Aufbau als ein System mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße $y := \omega$ auf. Ermitteln Sie für $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} i & \omega \end{bmatrix}^T$ ein lineares zeitinvariantes mathematisches Modell der Form

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u, \qquad\qquad y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du.$$

b) Ermitteln Sie für $u = 3\sigma(t)$ die stationären Zustände $i_\infty = \lim_{t\to\infty} i(t)$ und $\omega_\infty = \lim_{t\to\infty} \omega(t)$ des Systems.

Aufgabe 2:

Gegeben sei das System

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 8 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0.5 \\ 2 \end{bmatrix} u$$

mit der Eingangsgröße u und dem Zustandsvektor $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \end{bmatrix}^T$. Geben Sie alle Ruhelagen $\mathbf{x} = \mathbf{x}_R$ des Systems für $u = u_R = 1$ an und stellen Sie diese in der $x_1 - x_2$-Ebene grafisch dar.

Aufgabe 3:

Geben Sie zu folgenden Übertragungsfunktionen jeweils eine *Minimalrealisierung* in *zweiter Standardform* an:

$$G_1(s) = \frac{s+3}{s^3+5s^2-2s+8}, \qquad G_2(s) = \frac{s^2+s-2}{s^3-7s+6}, \qquad G_3(s) = \frac{s+5}{s+2}.$$

Aufgabe 4:

Zeigen Sie, dass die Übertragungsfunktion des Systems

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u$$
$$y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du$$

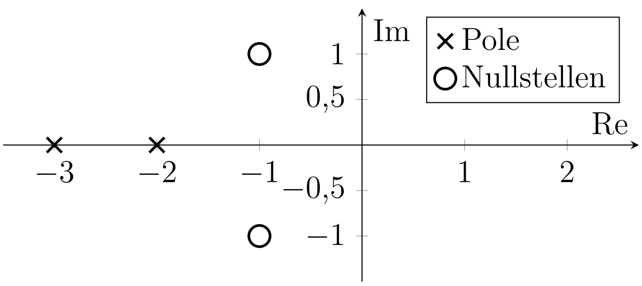
mit Zustandsvektor $\mathbf{x}$, Eingangsgröße u und Ausgangsgröße y, invariant bezüglich der regulären Zustandstransformationen

$$\mathbf{x} = \mathbf{T}\mathbf{z}$$

ist, wobei $\mathbf{z}$ den transformierten Zustandsvektor symbolisiert.

Aufgabe 5:

Betrachten Sie folgenden PN-Plan der Übertragungsfunktion $G(s)$ eines zeitkontinuierlichen linearen zeitinvarianten Übertragungssystems (alle eingezeichneten Pole und Nullstellen haben Vielfachheit eins).



Ferner ist bekannt, dass die Ausgangsgröße $y(t)$ für die Eingangsgröße $u(t) = 5\sigma(t)$ (d.h. für eine sprungförmige Eingangsgröße auf den Wert 5) die Relation

$$\lim_{t\to\infty} y(t) = 1$$

erfüllt. Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$.

Aufgabe 6:

Gegeben sei ein nichtlineares Zustandsmodell zweiter Ordnung mit den Zustandsvariablen x_1 und x_2:

$$\frac{\mathrm{d}x_1}{\mathrm{d}t} = x_1^2\cos(x_2 + 3\pi) - \cos(x_2 + \pi)$$
$$\frac{\mathrm{d}x_2}{\mathrm{d}t} = x_1 - 8x_2$$

Ermitteln Sie alle Ruhelagen des Systems.

Aufgabe 7:

Gegeben sei folgendes lineare und zeitinvariante System mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ \alpha & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k \qquad\qquad y_k = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k.$$

Durch einen Festplattendefekt ging der reelle Eintrag α der Systemmatrix verloren. Man kennt jedoch ausgehend von einem speziellen Anfangszustand $\mathbf{x}_0$ den Verlauf der Ausgangsgröße y:

$$y_k = \frac{1 - 2 \cdot 3^k}{2^k}.$$

a) Ist das System asymptotisch stabil? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

b) Ermitteln Sie für die drei Zeitpunkte $k = 0, 1, 2$ den Wert der Transitionsmatrix $\mathbf{\Phi}_{\mathrm{d},k}$ des Systems in Abhängigkeit des Parameters α.

c) Bestimmen Sie den fehlenden Eintrag α der Dynamikmatrix $\mathbf{A}_\mathrm{d}$.

Aufgabe 8:

Gegeben sei ein zeitkontinuierliches lineares zeitinvariantes System mit der Eingangsgröße u, der Ausgangsgröße y und dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -4 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 6 \\ 8 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} 2 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}.$$

Ermitteln Sie den zeitlichen Verlauf der Ausgangsgröße $y(t)$ für $u(t) = 0$ und $\mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} 0 & -1 \end{bmatrix}^T$.

Schriftliche Prüfung aus **Systemdynamik** am 04.12.2019

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	2	3	3	3	3	3	2	2	21
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Geben Sie ein zeitdiskretes lineares zeitinvariantes Zustandsraummodell zweiter Ordnung mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x}_k$, der Eingangsgröße u_k und der Ausgangsgröße y_k an, das die folgenden Eigenschaften besitzt:

- Übertragungsfunktion $G(z) = \frac{1}{z+0.1}$
- weder steuerbar noch beobachtbar
- nicht asymptotisch stabil

Aufgabe 2:

Ermitteln Sie mit Hilfe des Routh-Schemas jeweils den größtmöglichen Wertebereich des reellen Parameters k, für den die einzelnen Polynome Hurwitzpolynome sind.

$$\begin{aligned}
i) \quad & p_1(s) = s^5 + 10s^4 + ks^3 + 2s^2 + (k+1)^2 s \\
ii) \quad & p_2(s) = ks^4 + 2s^3 + k^2 s^2 + s - 2 \\
iii) \quad & p_3(s) = ks^3 + \frac{k}{2}s^2 + 2s + 1 \\
iv) \quad & p_4(s) = 15s^2 + k^2 s + k^3
\end{aligned}$$

Aufgabe 3:

Gegeben sei das folgende nichtlineare System:

$$\begin{aligned}
\frac{dx_1}{dt} &= -x_2 - \frac{\pi}{2} \\
\frac{dx_2}{dt} &= x_1^2 + 2x_1 x_2 - cos(x_2) \\
\frac{dx_3}{dt} &= x_1 + x_1^2 u - \sqrt{x_3}.
\end{aligned}$$

Ermitteln Sie für $u = u_R = 1$ *alle* Ruhelagen des Systems.

Aufgabe 4:

Gegeben sei die *Impulsantwort* eines linearen zeitkontinuierlichen zeitinvarianten Systems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y:

$$g(t) = e^{-2t} + 2e^t$$

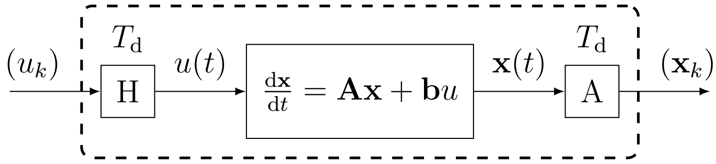
Ermitteln Sie die Ausgangsgröße $y(t)$ für $u(t) = \sigma(t) + 3\sigma(t-1) + \delta(t-2)$.

Aufgabe 5:

Ein lineares zeitinvariantes Zustandsraummodell der Form

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u$$

wird wie nachfolgend dargestellt mit einem Abtast- und einem Halteglied jeweils mit der Diskretisierungszeit T_d versehen.



Ermitteln Sie ein Zustandsraummodell des resultierenden *zeitdiskreten* Systems, wenn die Daten des zeitkontinuierlichen Systems lauten:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Aufgabe 6:

Gegeben sei ein zeitkontinuierliches lineares zeitinvariantes System mit der Eingangsgröße u, der Ausgangsgröße y und dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -4 & 4 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}.$$

Ermitteln Sie den zeitlichen Verlauf der Ausgangsgröße $y(t)$ für $\mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} 0 & 2 \end{bmatrix}^T$.

Aufgabe 7:

Zeigen Sie, dass für den Fall einer *idempotenten* Systemmatrix $\mathbf{A}$, d.h. $\mathbf{A}^2 = \mathbf{A}$ die Transitionsmatrix unmittelbar mit

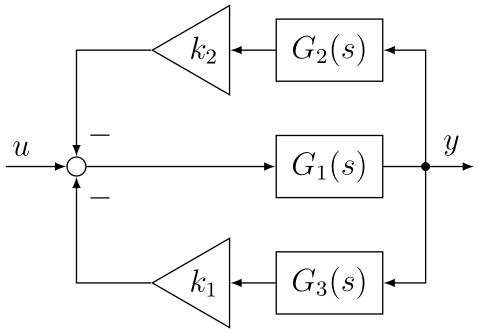
$$\mathbf{\Phi}(t) = \mathbf{E} + \mathbf{A}(e^t - 1)$$

berechnet werden kann.

Bitte wenden!

Aufgabe 8:

Betrachten Sie folgende Zusammenschaltung mehrerer Übertragungssysteme mit den Übertragungsfunktionen $G_1(s)$, $G_2(s)$ und $G_3(s)$:



Hierbei sind k_1 und k_2 reelle Parameter. Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$ des Gesamtsystems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y. Geben Sie $G(s)$ in einer Form ohne Doppel- bzw. Mehrfachbrüche an.

Schriftliche Prüfung aus **Systemdynamik** am 25.06.2019

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	2	3	3	2	3	3	3	2	21
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Geben Sie für ein Zustandsmodell zweiter Ordnung mit Eingangsgröße u und Zustandsvektor $\mathbf{x}$

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u,$$

für $u = u_R = 1$ jeweils eine mögliche Dynamikmatrix $\mathbf{A}$ und einen möglichen Eingangsvektor $\mathbf{b}$ an, so dass das System

a) eine Ruhelage

b) keine Ruhelage

c) unendlich viele Ruhelagen

besitzt.

Aufgabe 2:

Ermitteln Sie mit Hilfe des Routh-Schemas jeweils den größtmöglichen Wertebereich des reellen Parameters k, für den die einzelnen Polynome Hurwitzpolynome sind.

$$\begin{aligned}
i) &\quad p_1(s) = s^5 + 10s^4 + ks^3 + 2s^2 + (k+1)s \\
ii) &\quad p_2(s) = ks^4 + 2s^3 + k^2s^2 - s + 2 \\
iii) &\quad p_3(s) = -s^3 + ks^2 + ks + k \\
iv) &\quad p_4(s) = 15s^2 - k^3s + 1
\end{aligned}$$

Aufgabe 3:

Betrachten Sie die Transitionsmatrix

$$\mathbf{\Phi}(t) = \begin{bmatrix} \frac{e^{-2t}}{3} + \frac{e^{3t}}{3} + \frac{e^{t}}{3} & \frac{e^{-2t}}{3} + \frac{e^{3t}}{3} - \frac{2e^{t}}{3} & \frac{5e^{t}}{6} - \frac{2e^{3t}}{3} - \frac{e^{-2t}}{6} \\ e^{-2t} - \frac{2e^{3t}}{3} - \frac{e^{t}}{3} & e^{-2t} - \frac{2e^{3t}}{3} + \frac{2e^{t}}{3} & \frac{4e^{3t}}{3} - \frac{e^{-2t}}{2} - \frac{5e^{t}}{6} \\ \frac{2e^{-2t}}{3} - \frac{2e^{3t}}{3} & \frac{2e^{-2t}}{3} - \frac{2e^{3t}}{3} & \frac{4e^{3t}}{3} - \frac{e^{-2t}}{3} \end{bmatrix}$$

a) Berechnen Sie die dazugehörige Systemmatrix $\mathbf{A}$ und deren Eigenwerte.

b) Ist das System

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x}$$

asymptotisch stabil?

Aufgabe 4:

Geben Sie zur Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{s^2 + 3s + 2}{s(s+1)}$$

jeweils ein Zustandsraummodell *zweiter Ordnung*

a) in erster Standardform und

b) in zweiter Standardform

an. Sind die Zustandsraummodell jeweils steuer- und/oder beobachtbar? (*Begründen Sie Ihre Antworten!*)

Aufgabe 5:

Betrachten Sie die Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{s^2 + (\alpha - 1)s - \alpha}{s^3 - 7s - 6}$$

mit dem reellen Parameter α. Berechnen Sie den größtmöglichen Wertebereich des reellen Parameters α so, dass die Übertragungsfunktion $G(s)$ die BIBO Eigenschaft erfüllt. (*Begründen Sie Ihr Antworten im Detail!*)

Aufgabe 6:

Gegeben sei ein lineares zeitinvariantes System der Form

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x}$$

Zeigen Sie, dass die asymptotische Stabilität dieses Systems invariant bezüglich einer regulären Zustandstransformationen der Form $\mathbf{x} = \mathbf{P}\mathbf{z}$ ist.

Aufgabe 7:

Gegeben sei die *Impulsantwort* eines linearen zeitkontinuierlichen zeitinvarianten Systems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y:

$$g(t) = e^{-2t} + 2e^{-t}$$

Ermitteln Sie die Ausgangsgröße $y(t)$ für $u(t) = \sigma(t) + 3\sigma(t-1)$.

Aufgabe 8:

Gegeben sei das zeitdiskrete System

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}\mathbf{x}_k + bu_k &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 10 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} u_k \\ y_k = \mathbf{c}^T \mathbf{x}_k &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k\end{aligned}$$

mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$, der Eingangsgröße $u \in \mathbb{R}$ und der Ausgangsgröße $y \in \mathbb{R}$.

a) Handelt es sich bei dieser Zustandsraumdarstellung um eine Minimalrealisierung?

b) Wenn nein, geben Sie eine Minimalrealisierung an.

(*Begründen Sie Ihre Aussage!*)