Schriftliche Prüfung aus **Signaltransformationen**
Teil: Dourdoumas
am 10.10.2008

Name / Vorname(n):

Kenn-Matr.Nr.:

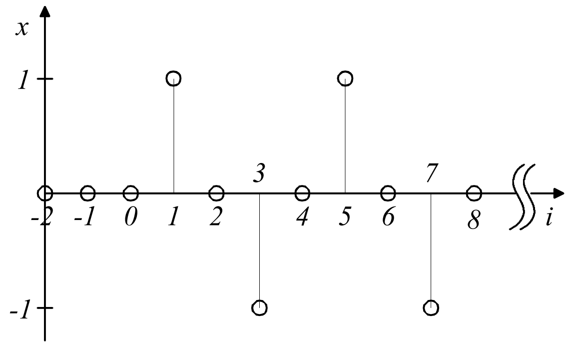
	1	2	3
erreichbare Punkte	3	3	3
erreichte Punkte			

Aufgabe1:

Betrachten Sie das diskrete Signal

$$x_i = \begin{cases} 0 & i = 2n \\ +1 & i = 4n+1 \\ -1 & i = 4n+3 \end{cases} \qquad n = 0,1,2,3,...$$

gemäß folgender Abbildung:



Zeigen Sie in nachvollziehbarer Weise, dass

$$X(z) = \frac{z}{z^2+1}$$

die z-Transformierte der Folge x_i ist.

Aufgabe 2:

Ermitteln Sie die LAPLACE-Inverse der Funktion

$$F(s) = \frac{3}{s^2+2s+10}.$$

Aufgabe 3:

Gegeben sei folgendes System von Differentialgleichungen

$$\frac{dx_1}{dt} = x_2$$

$$\frac{dx_2}{dt} = -3x_1 - 4x_2 + u$$

mit den Anfangswerten $x_1(0) = 0$ und $x_2(0) = 0$ und der Eingangsgröße

$$u(t) = e^{-3t}.$$

a) Bestimmen Sie durch Anwendung der LAPLACE-Transformation die Funktion $X_1(s)$.

b) Ermitteln Sie den Grenzwert $x_{1,\infty} = \lim\limits_{t\to\infty} x_1(t)$.

Schriftliche Prüfung aus **Signaltransformationen**
Teil: Dourdoumas
am 12.12.2008

Name / Vorname(n):

Kenn-Matr.Nr.:

	1	2
erreichbare Punkte	4	4
erreichte Punkte		

Aufgabe 1:

a) Berechnen Sie die LAPLACE-Inverse von

$$F(s) = \frac{2s^2 - 3s + 2}{s^3 + 4s}$$

b) Zeigen Sie, dass

$$F(s) = -\frac{as + a^2 + 4}{s^2 + 2as + a^2 + 4}$$

die LAPLACE -Transformierte von

$$f(t) = \frac{d}{dt}\left(e^{-at}\cos 2t\right)$$

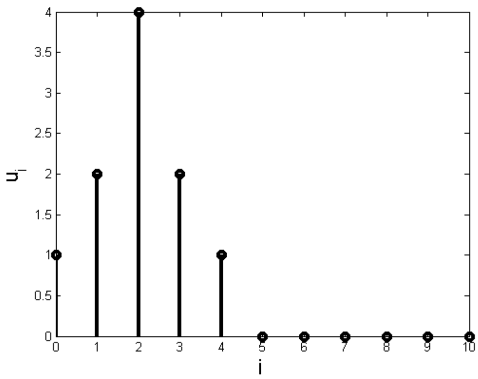
ist.

Aufgabe 2:

Gegeben sei die Differenzengleichung

$$x_{i+1} = \frac{1}{2}x_i + 2u_i$$

mit dem Anfangswert $x_0 = 0$ und der Eingangsgröße u_i gemäß folgender Abbildung:



a) Zeigen Sie, dass

$$U(z) = \frac{z^4 + 2z^3 + 4z^2 + 2z + 1}{z^4}$$

die z-Transformierte der Eingangsfunktion u_i ist.

b) Bestimmen Sie durch Anwendung der z-Transformation die Funktion $X(z)$.

c) Berechnen Sie $\lim_{i\to\infty} x_i$ mit Hilfe des Grenzwertsatzes.

Schriftliche Prüfung aus **Signaltransformationen**
Teil: Dourdoumas
am 03. 02. 2009

Name / Vorname(n):

Kennzahl / Matrikel-Nummer:

	1	2
erreichbare Punkte	5	4
erreichte Punkte		

Aufgabe 1:

Gegeben sei folgendes System von Differentialgleichungen:

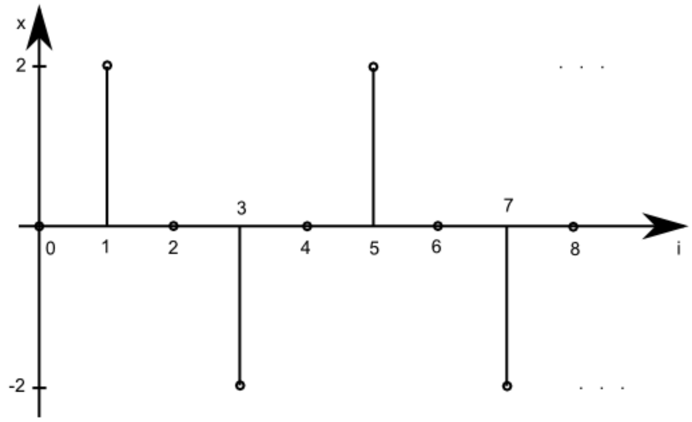
$$\frac{dx_1}{dt} = -x_1 + x_2$$
$$\frac{dx_2}{dt} = \alpha x_1 - x_2$$

mit den Anfangswerten $x_1(0) = 0$ und $x_2(0) = 1$.

a) Bestimmen Sie durch Anwendung der LAPLACE – Transformation die Funktionen $X_1(s)$ und $X_2(s)$.
b) Bestimmen Sie den größtmöglichen Wertebereich des reellen Parameters α so, dass die Lösungen $x_1(t)$ und $x_2(t)$ trigonometrische Funktionen enthalten.
c) Es sei nun $\alpha = -9$. Ermitteln Sie die zugehörigen Originalfunktionen $x_1(t)$ und $x_2(t)$.

Aufgabe 2:

Betrachten Sie das zeitdiskrete Signal x_i gemäß nachfolgender Abbildung:



Die Werte x_i werden durch

$$x_i = A\sin(i\omega T) \qquad i = 0,1,2,...$$

beschrieben.

a) Bestimmen Sie die reellen Parameter A und ωT.
b) Zeigen Sie auf mathematisch nachvollziehbare Weise, dass für die z-Transformierte von x_i

$$X(z) = \frac{2z}{z^2+1}$$

gilt.
c) Betrachten Sie nun die z-Transformierte eines zeitdiskreten Signals g_i

$$G(z) = \frac{2}{z^2+1}.$$

Stellen Sie g_i graphisch dar.

Schriftliche Prüfung aus **Signaltransformationen**
Teil: Dourdoumas
am 13. 03. 2009

Name / Vorname(n):

Kennzahl / Matrikel-Nummer:

	1	2
erreichbare Punkte	5	5
erreichte Punkte		

Aufgabe 1:

Gegeben sei die Funktion

$$f(t) = e^{-3t}\cos(3t)\,.$$

a) Ermitteln Sie die LAPLACE – Transformierte $F(s)$ dieser Funktion.

b) Geben Sie den Konvergenzbereich an.

c) Betrachten Sie die Funktion

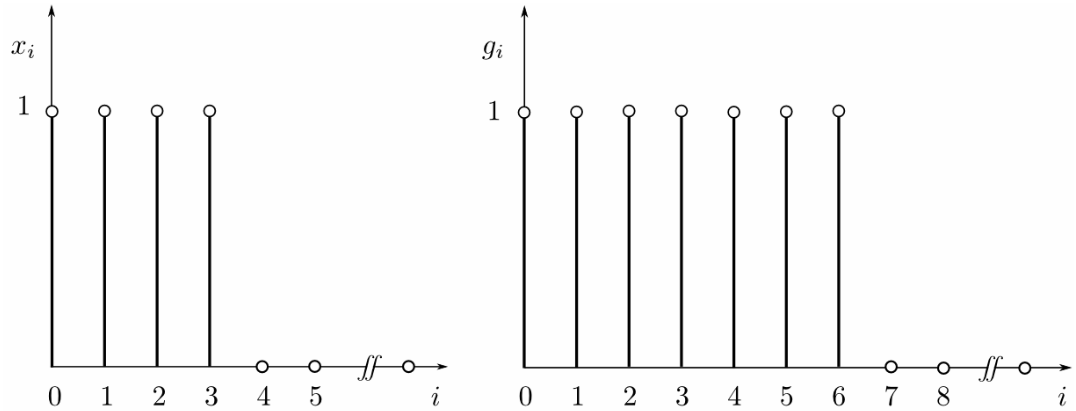
$$g(t) = \alpha e^{-3t}\left[\cos(3t) + \sin(3t)\right].$$

Bestimmen Sie den Parameter α so, dass für die LAPLACE-Transformierte von $g(t)$ gilt

$$G(s) = sF(s) - 1\,.$$

Aufgabe 2:

Betrachten Sie die zeitdiskreten Signale x_i und g_i gemäß nachfolgender Abbildung:



a) Berechnen Sie auf mathematisch nachvollziehbare Weise die z-Transformierten $X(z)$ bzw. $G(z)$ von x_i bzw. g_i.

b) Zeigen Sie auf mathematisch nachvollziehbare Weise, dass für die z-Transformierte des gefaltenen Signals $h_i = x_i * g_i$

$$H(z) = \frac{z(z - z^{-3} - z^{-6} + z^{-10})}{(z-1)^2}$$

gilt.

c) Stellen Sie h_i graphisch dar.

Schriftliche Prüfung aus **Signaltransformationen**
Teil: Dourdoumas
am 15. 05. 2009

Name / Vorname(n):

Kennzahl / Matrikel-Nummer:

	1	2
erreichbare Punkte	5	4
erreichte Punkte		

Aufgabe 1:

Gegeben sei folgendes System von Differentialgleichungen:

$$\frac{dx_1}{dt} = -x_2 + \cos t$$
$$\frac{dx_2}{dt} = -x_2 + 2\cos t$$

mit den Anfangswerten $x_1(0) = 0$ und $x_2(0) = 1$.

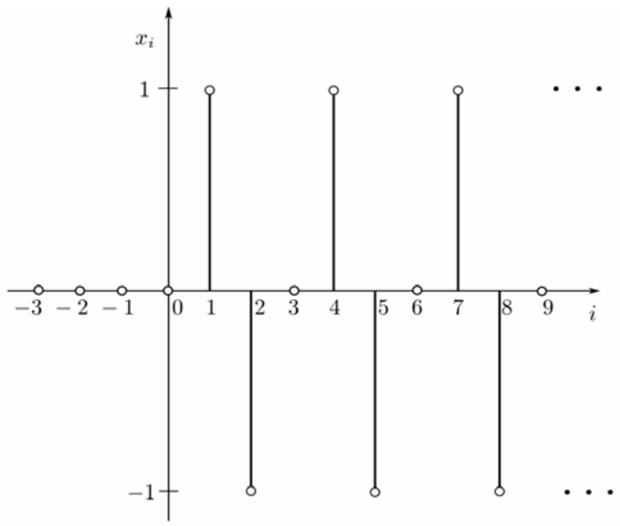
a) Bestimmen Sie durch Anwendung der LAPLACE – Transformation die Funktionen $X_1(s)$ und $X_2(s)$.

b) Ermitteln Sie die Originalfunktionen $x_1(t)$ und $x_2(t)$.

c) Ermitteln Sie die stationäre Lösung $x_{1,stat}(t)$.

Aufgabe 2:

Gegeben sei das zeitdiskrete Signal x_i gemäß nachfolgender Abbildung:



a) Zeigen Sie, dass für die z-Transformierte der Folge x_i

$$X(z) = \frac{z}{z^2 + z + 1}$$

gilt.

b) Betrachten Sie die z-Transformierten der Signale g_i und h_i

$$G(z) = \frac{1}{z^2 + z + 1} \quad \text{und} \qquad H(z) = \frac{z^2}{z^2 + z + 1}.$$

Stellen Sie die Signale g_i und h_i graphisch dar.

Schriftliche Prüfung aus **Signaltransformationen**
Teil: Dourdoumas
am 30. 06. 2009

Name / Vorname(n):

Kennzahl / Matrikel-Nummer:

	1	2	3
erreichbare Punkte	3	4	2
erreichte Punkte			

Aufgabe 1:

Gegeben sei die Funktion

$$f(t) = \int_0^t \tau \sin(\omega\tau) d\tau \,.$$

Ermitteln Sie auf mathematisch nachvollziehbare Weise die zugehörige LAPLACE – Transformierte $F(s)$.

Hinweis: $\mathcal{L}\left\{\int_0^t f(\tau) d\tau\right\} = \frac{F(s)}{s}$

Aufgabe 2:

Gegeben sei die Differentialgleichung

$$\frac{dx}{dt} = -\beta x + u(t)$$

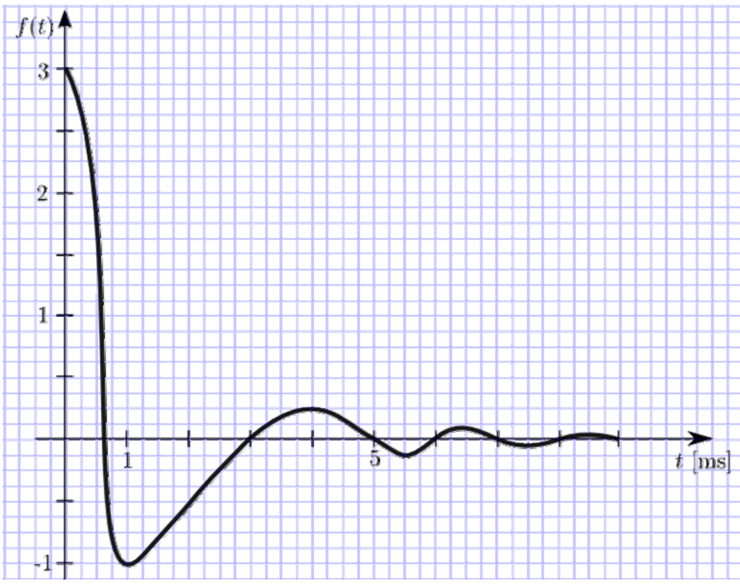
mit dem Anfangswert $x(0) = 1$ und der Eingangsgröße $u(t) = -e^{-\alpha t}$.

a) Bestimmen Sie durch Anwendung der LAPLACE – Transformation die Funktion $X(s)$.

b) Ermitteln Sie den Grenzwert $x_\infty(t) := \lim_{t\to\infty} x(t)$ in Abhängigkeit der Parameter α und β.

Aufgabe 3:

Gegeben sei das zeitkontinuierliche Signal $f(t)$ gemäß nachfolgender Abbildung:



Das Signal $f(t)$ wird mit der Abtastzeit $T_d = 1\text{ms}$ abgetastet (diskretisiert).

a) Ermitteln Sie das durch die Abtastung entstandene zeitdiskrete Signal f_i.

b) Berechnen Sie die z-Transformierte des Signals f_i.