Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik 1**
am 30.01.2025

Nachname / Vorname(n):

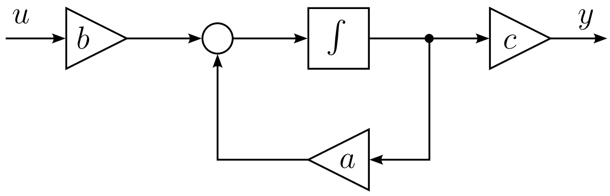
Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	3	2.5	2	2.5	2	2	2	2	18
erreichte Punkte									

Begründen Sie Ihre Antworten!

Aufgabe 1:

Gegeben ist das folgende lineare System mit dem Eingangssignal u, Ausgangssignal y und den Parametern $a \in \mathbb{R}$, $b > 0$ und $c > 0$:



a) Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion $P(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{u}(s)}$.

Das gegebene System soll nun mit Hilfe eines *PI-Reglers*

$$R(s) = k_\mathrm{P} + k_\mathrm{I}\frac{1}{s}$$

mit $k_\mathrm{P} \neq 0$ und $k_\mathrm{I} \neq 0$ in der Konfiguration eines Standardregelkreises geregelt werden, sodass der Ausgang y einem gewünschtem Referenzsignal r folgt.

b) Welche Bedingungen müssen k_P und k_I erfüllen, damit die Übertragungsfunktion $T(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{r}(s)}$ des geschlossenen Regelkreises BIBO-stabil ist?

c) Wird das Ziel $\lim_{t\to\infty} y(t) = r_0$ für ein konstantes Referenzsignal r_0 erfüllt? *Begründen Sie Ihre Antwort mathematisch!*

d) Betrachten Sie den Sonderfall $k_\mathrm{I} = 0$. Ist $T(s)$ BIBO-stabil? Wird das in c) definierte Zeil erreicht?

Aufgabe 2:

Gegeben sind das lineare System mit der Eingangsgröße u und dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -0.5 & -1 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \end{bmatrix} u,$$

sowie das nichtlineare System mit der Eingangsgröße u und der Zustandsvariable v

$$\dot{v} = (v^2 + 7v + 12)(|v| - 4u).$$

a) Ermitteln Sie für beide Systeme für $u = u_R = 1$ alle möglichen Ruhelagen.

b) Stellen Sie die ermittelten Ruhelagen des linearen Systems grafisch in der x_1–x_2-Ebene dar.

Aufgabe 3:

Gegeben sei ein zeitkontinuierliches, lineares zeitinvariantes System mit der Ausgangsgröße y und dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$:

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{bmatrix} \pi & 0 \\ 0 & -2\pi \end{bmatrix} \mathbf{x}$$
$$y = \begin{bmatrix} 3 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

a) Ermitteln Sie den zeitlichen Verlauf der Ausgangsgröße $y^{(1)}(t)$ für $\mathbf{x}_0^{(1)} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$.

b) Ermitteln Sie den Anfangszustand $\mathbf{x}_0^{(2)}$ so, dass für die Ausgangsgröße $y^{(2)}(t) = -6e^{\pi t} - e^{-2\pi t}$ gilt.

Aufgabe 4:

Geben Sie zu den folgenden linearen zeitinvarianten Übertragungsgliedern jeweils die Differentialgleichung, die dazugehörige Übertragungsfunktion und Sprungantwort $h(t)$ an:

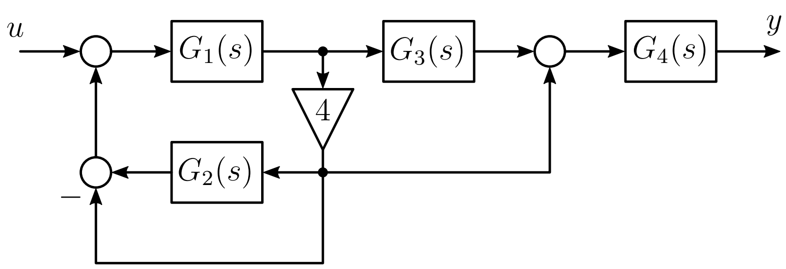
a) Idealer Differenzierer

b) Realer Differenzierer (DT_1-Glied, Vorhalteglied)

Wieso wird das Vorhalteglied *realer* Differenzierer genannt?

Aufgabe 5:

Betrachten Sie folgende Zusammenschaltung von Übertragungsgliedern:



a) Bestimmen Sie die Gesamtübertragungsfunktion $G(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{u}(s)}$ in Abhängigkeit der Übertragungsfunktionen $G_1(s)$, $G_2(s)$, $G_3(s)$ und $G_4(s)$.

b) Setzen Sie nun die Übertragungsfunktionen

$$G_1(s) = \frac{s+1}{s+5}, \qquad G_2(s) = \frac{1}{s+2},$$
$$G_3(s) = \frac{1}{s+5}, \qquad G_4(s) = \frac{s+5}{s+1}$$

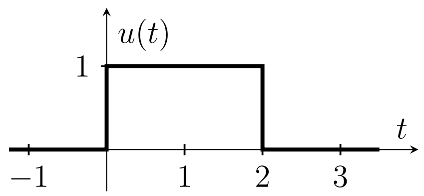
ein und berechnen Sie $y_\infty := \lim_{t\to\infty} y(t)$ für $u(t) = 2\sigma(t)$.

Aufgabe 6:

Gegeben sei ein zeitkontinuierliches, lineares zeitinvariantes System mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y, das durch die *Impulsantwort*

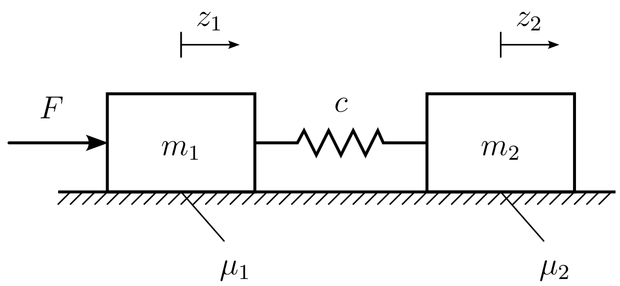
$$g(t) = e^{-t}\sigma(t) + 4\delta(t)$$

beschrieben wird. Dabei beschreibt $\sigma(t)$ den Einheitssprung und $\delta(t)$ den Dirac-Impuls. Ermitteln Sie den exakten zeitlichen Verlauf der Ausgangsgröße $y(t)$ für die folgende Eingangsgröße:



Aufgabe 7:

Betrachten Sie folgendes mechanisches System bestehend aus zwei Massen m_1 und m_2, die durch eine lineare Feder mit der Federkonstante c miteinander verbunden sind:



Die Positionen z_1 und z_2 der Massen werden ausgehend vom entspannten Zustand der Feder gemessen. Neben der Federkraft wirkt auf beide Massen jeweils eine geschwindigkeitsproportionale Reibkraft mit den Proportionalitätsfaktoren μ_1 bzw. μ_2. Auf die Masse m_1 wirkt außerdem eine äußere Kraft F.
Fassen Sie den Aufbau als ein System mit der Kraft F als Eingangsgröße u und die Beschleunigung der Masse m_2 als Ausgangsgröße y auf. Führen Sie einen geeigneten Zustandsvektor $\mathbf{x}$ ein und ermitteln Sie ein mathematisches Modell der Form

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u, \qquad y = \mathbf{c}^{\mathrm{T}}\mathbf{x} + du.$$

Aufgabe 8:

Gegeben sind die folgenden Polynome:

$$
\begin{aligned}
p_1(s) &= s^5 + 8s^4 + (k+1)s^3 + 1s^2 + 3 \\
p_2(s) &= ks^4 + 2s^3 + k^2s^2 - s + 2 \\
p_3(s) &= s^3 + 2s^2 + s + k \\
p_4(s) &= 5s^3 - ks^2 + 5s - k^2
\end{aligned}
$$

Ermitteln Sie mit Hilfe des Routh-Schemas jeweils den größtmöglichen Wertebereich des reellen Parameters k, für den die nachstehenden Polynome Hurwitzpolynome sind.

a) $p_1(s)p_2(s)$ b) $2 \cdot p_4(s)$

c) $p_2(s) - s$ d) $p_3(s) + p_4(s)$

Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik 1** am 19.03.2025

Nachname / Vorname(n):

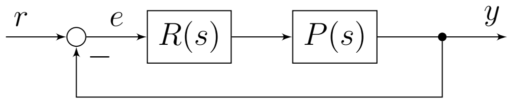
Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	3	2.5	2	2	2.5	2	2	2	18
erreichte Punkte									

Begründen Sie Ihre Antworten!

Aufgabe 1:

Gegeben sei folgendes Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r, dem Regelfehler e und der Ausgangsgröße y:



Die Regelstrecke ist als Übertragungsfunktion

$$P(s) = 1 - \frac{3}{s+1}$$

gegeben.

a) Als Regler wird ein PI-Regler mit Proportionalbeiwert K_p und Nachstellzeit T_N verwendet. Geben Sie die dazugehörige Reglerübertragungsfunktion $R(s)$ an.

b) Welche Methoden kennen Sie, um günstige Startwerte für die gesuchten Reglerparameter zu finden? (Nennen Sie mindestens 2 Methoden). Erklären Sie eine der Methoden im Detail.

c) Worauf ist zu achten, falls eine Stellgrößenbeschränkung vorhanden ist? Erklären Sie diesen Effekt im Detail und zeigen Sie eine mögliche Maßnahme, um diesen Effekt zu verhindern.

d) Es stellt sich leider heraus, dass in Punkt a) ein falscher Reglertyp ausgewählt wurde. Zeigen Sie, dass es *nicht* möglich ist, die positiven reellen Parameter K_p und T_N so zu wählen, dass die Übertragungsfunktion des geschlossenen Kreises $T(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{r}(s)}$ BIBO-stabil ist.

Aufgabe 2:

Gegeben sei ein lineares zeitinvariantes System mit der Ausgangsgröße y und dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$:

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & -2 \\ 0 & 12 & -3 \end{bmatrix} \mathbf{x}, \qquad y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

Berechnen Sie die Systemantwort $y(t)$ für $\mathbf{x}_0 = \mathbf{x}(t=0) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$.

Aufgabe 3:

Gegeben ist die Impulsantwort eines linearen zeitinvarianten Systems:

$$g(t) = 0.1 + e^{-t} - e^{-2t} + 8e^{-\pi t}$$

Ist das dazugehörige System BIBO-stabil? Begründen Sie ihre Antwort!

Aufgabe 4:

Ein lineares zeitinvariantes Übertragungssystem mit Eingangsgröße $u(t)$ und Ausgangsgröße $y(t)$ sei gegeben durch die Differentialgleichung

$$\frac{\mathrm{d}^2 y(t)}{\mathrm{d}t^2} + 4\frac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t} = 2\frac{\mathrm{d}u(t)}{\mathrm{d}t} + 8u(t).$$

a) Berechnen Sie die Sprungantwort des Systems.

b) Ist das System *sprungfähig*? Begründen Sie Ihre Antwort!
Falls das System nicht sprungfähig ist, modifizieren Sie die gegebene Differentialgleichung so, dass das zugrundeliegende System sprungfähig wird.

Aufgabe 5:

Gegeben sei das folgende nichtlineare zeitkontinuierliche System:

$$\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}x_1}{\mathrm{d}t} &= x_2 \\
\frac{\mathrm{d}x_2}{\mathrm{d}t} &= x_1^2 + 2x_1x_2 - \cos(x_2) \\
\frac{\mathrm{d}x_3}{\mathrm{d}t} &= x_1 + x_1^2 u - \sqrt{x_3}. \\
y &= x_1^2 u^2
\end{aligned}$$

Ermitteln Sie für $u = u_\mathrm{R} = 2$ *alle* Ruhelagen $\mathbf{x}_\mathrm{R}$ des Systems sowie die dazugehörigen linearisierten Zustandsmodelle der Form

$$\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}\Delta\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} &= \mathbf{A}\Delta\mathbf{x} + \mathbf{b}\Delta u, \\
\Delta y &= \mathbf{c}^\mathrm{T}\Delta\mathbf{x} + d\Delta u,
\end{aligned}$$

wobei

$$\Delta\mathbf{x} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_\mathrm{R}, \quad \Delta u = u - u_\mathrm{R} \quad \text{und} \quad \Delta y = y - y_\mathrm{R}$$

gilt.

Aufgabe 6:

Es sei folgende Übertragungsfunktion eines linearen zeitinvarianten Übertragungssystems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y gegeben:

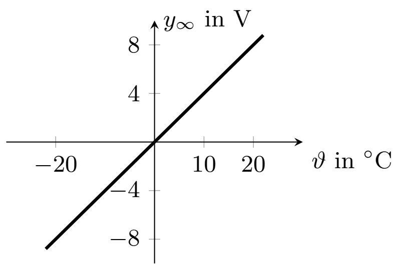
$$G(s) = \frac{1 + \frac{s}{a}}{(1 - \frac{s}{a})^2}$$

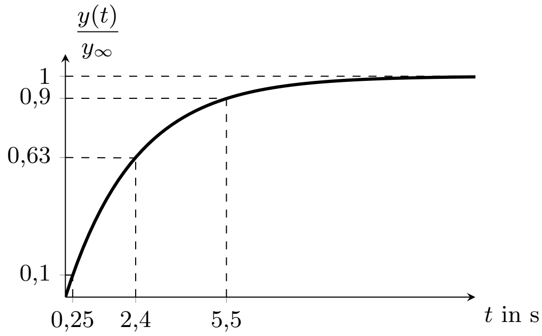
Dabei ist a ein reeller Parameter. Ermitteln Sie für die Eingangsgröße $u(t) = \sin(5t)$ die Ausgangsgröße $y(t)$ des Systems *im eingeschwungenen Zustand* für folgende beide Werte des Parameters a:

i) $a = -5$, ii) $a = 5$.

Aufgabe 7:

Für die Messung einer Temperatur wird ein Sensor verwendet, dessen dynamisches Verhalten durch ein PT1-Glied (Verzögerungsglied 1. Ordnung) mit der Übertragungsfunktion $P(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{\vartheta}(s)}$ modelliert wird. Dabei beschreibt $y(t)$ die Ausgangsspannung des Sensors in Volt und $\vartheta(t)$ die zu messende Temperatur in °C. Aus dem Datenblatt wurde der Zusammenhang zwischen $y_\infty = \lim_{t\to\infty} y(t)$ und konstanter Temperatur ϑ entnommen (linke Grafik). Weiters wurde in einem Experiment die Sprungantwort des Sensors ermittelt (rechte Grafik).

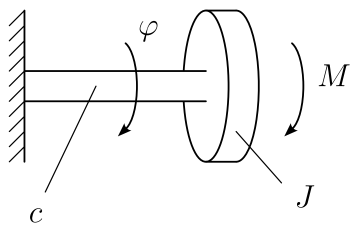




Geben Sie die Übertragungsfunktion $P(s)$ an. Ermitteln Sie alle Parameter von $P(s)$ als Zahlenwerte (numerisch).

Aufgabe 8:

Gegeben sei der folgende mechanische Aufbau, bestehend aus einer rotierenden Masse mit dem Massenträgheitsmoment J, die auf einem dünnen Stab montiert ist.



Der dünne Stab wirkt als lineare Torsionsfeder mit der Federsteifigkeit c. Weiters wirkt auf die Masse das Moment M. Fassen Sie den Aufbau als ein System mit der Eingangsgröße $u = M$ und Ausgangsgröße $y = \ddot{\varphi}$ auf, wobei φ den Torsionswinkel beschreibt.

a) Wählen Sie geeignete Zustandsgrößen $\mathbf{x}$ und bestimmen Sie ein mathematisches Modell der Form

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u, \qquad y = \mathbf{c}^\mathrm{T}\mathbf{x} + du.$$

b) Begründen Sie, ob mit Ihrem ermittelten Modell der Grenzwert $y_\infty = \lim_{t\to\infty} y(t)$ für das sprungförmige Eingangssignal $M(t) = 2\sigma(t)$ existiert. Berechnen Sie y_∞ gegebenenfalls.

Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik 1**
am 30.04.2025

Nachname / Vorname(n):

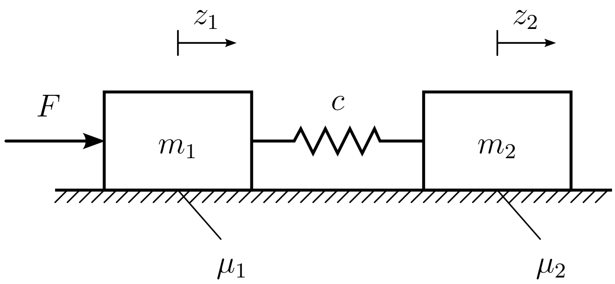
Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	2	2	2.5	3	3	1.5	2	2	18
erreichte Punkte									

Begründen Sie Ihre Antworten!

Aufgabe 1:

Betrachten Sie folgendes mechanisches System bestehend aus zwei Massen m_1 und m_2, die durch eine lineare Feder mit der Federkonstante c miteinander verbunden sind:



Die Positionen z_1 und z_2 der Massen werden ausgehend vom entspannten Zustand der Feder gemessen. Neben der Federkraft wirkt auf beide Massen jeweils eine geschwindigkeitsproportionale Reibkraft mit den Proportionalitätsfaktoren μ_1 bzw. μ_2. Auf die Masse m_1 wirkt außerdem eine äußere Kraft F.
Fassen Sie den Aufbau als ein System mit der Kraft F als Eingangsgröße u und die Beschleunigung der Masse m_2 als Ausgangsgröße y auf. Führen Sie einen geeigneten Zustandsvektor $\mathbf{x}$ ein und ermitteln Sie ein mathematisches Modell der Form

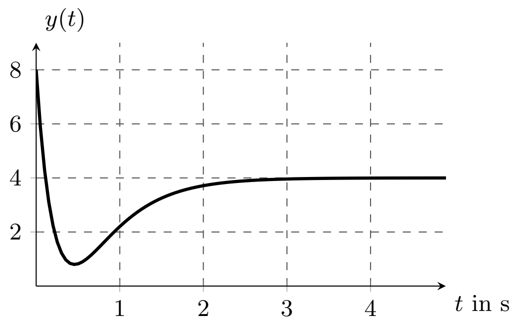
$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u, \qquad\qquad y = \mathbf{c}^{\mathrm{T}}\mathbf{x} + du.$$

Aufgabe 2:

Von einer gebrochen rationalen Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{u}(s)}$ *zweiter Ordnung* mit reellen Koeffizienten ist bekannt, dass Folgendes gilt:

$$\lim_{s\to-2} |G(s)| = \infty, \qquad\qquad \lim_{s\to-4} |G(s)| = \infty,$$
$$\lim_{t\to\infty} y(t) = 0 \quad \text{für } u(t) = \cos(2t)$$

Weiters ist der Verlauf der Ausgangsgröße $y(t)$ für das Eingangssignal $u(t) = \sigma(t)$ grafisch gegeben:



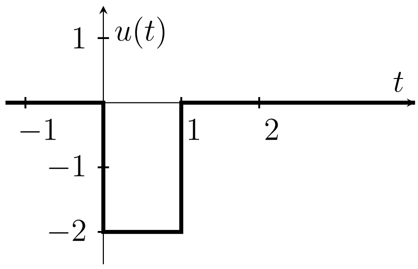
Ermitteln Sie $G(s)$.

Aufgabe 3:

Gegeben ist die Übertragungsfunktion eines *linearen zeitinvarianten* Systems:

$$G(s) = \frac{2}{s^2 + 6s + 8}.$$

Als Eingangsgröße $u(t)$ wird der folgende zeitliche Verlauf gewählt.



Ermitteln Sie rechnerisch den zeitlichen Verlauf der Ausgangsgröße $y(t)$.

Aufgabe 4:

Gegeben sind die beiden Zustandsmodelle

System 1:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 - 2 \\ x_1^3 x_2 - 4u_2 \end{bmatrix}$$

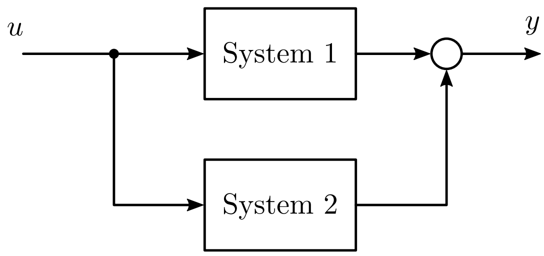
$$y_1 = x_1 x_2$$

System 2:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_1 w_2 - 4u_1 \\ w_1^2 - w_2 \end{bmatrix}$$

$$y_2 = w_1 w_2$$

mit den reellen Zustandsvariablen x_1, x_2, Ausgang y_1 und Eingang u_1 für System 1 beziehungsweise w_1, w_2, y_2 und u_2 im gleichen Sinne für System 2. Die beiden Systeme werden auf folgende Weise verschalten:



a) Bilden Sie ein Zustandsmodell des Gesamtsystems mit Eingang u und Ausgang y.

b) Berechnen Sie eine Ruhelage des Gesamtsystems für $y = y_\mathrm{R} = 10$ und geben Sie diese *als Vektor* an.

c) Ermitteln Sie basierend auf der berechneten Ruhelage ein linearisiertes Modell des Gesamtsystems.

Aufgabe 5:

Ermitteln Sie Bedingungen für die reellen Parameter α und β, welche notwendig und hinreichend dafür sind, dass die nachstehenden Polynome jeweils Hurwitzpolynome sind.

a) $p_1(s) = (s-\alpha)(s+\alpha\beta)(s-\beta)$
b) $p_2(s) = (-1)s^4 + \alpha s^3 + 2\beta s^2 + \alpha s + \beta - 1$

Aufgabe 6:

Gegeben sei ein lineares System mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y, welches durch die folgenden Differentialgleichung beschrieben werden kann:

$$\frac{\mathrm{d}^3 y}{\mathrm{d}t^3} + \frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}t^2} - 4\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} - 4y = \frac{\mathrm{d}^2 u}{\mathrm{d}t^2} + 2\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} - 8u$$

Überprüfen Sie, ob das gegebene System die BIBO-Eigenschaft besitzt.

Aufgabe 7:

Geben Sie zu den folgenden linearen zeitinvarianten Übertragungsgliedern jeweils die Differentialgleichung an und skizzieren Sie die dazugehörige Sprungantwort $h(t)$:

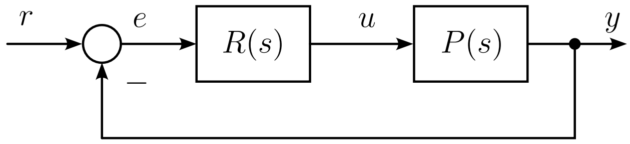
a) Proportionalglied (P-Glied)

b) Integrierer (I-Glied)

c) PI-Regler

Aufgabe 8:

Ihre Kollegin möchte die Übertragungsfunktion $P(s)$ einer Regelstrecke durch ein Experiment ermitteln. Da diese allerdings instabil ist, wird zunächst ein Regler $R(s) = 2$ zur Stabilisierung des Regelkreises verwendet:



Im anschließenden Experiment wählt Ihre Kollegin als Referenzsignal einen Sprung $r(t) = \sigma(t)$ und zeichnet am Ausgang das Signal $y(t) = 2(1-e^{-t})\sigma(t)$ auf.
Berechnen Sie die Streckenübertragungsfunktion $P(s)$.