Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik 1** am 03.02.2023

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	Summe
erreichbare Punkte	4	2	3	2	2.5	2	2.5	18
erreichte Punkte								

Aufgabe 1:

Gegeben sei das lineare zeitinvariante System

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} -7 & 1 \\ -12 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} -3 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}.$$

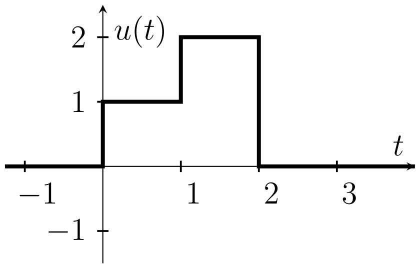
mit der Eingangsgröße u, der Ausgangsgröße y, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und dem Anfangszustand $\mathbf{x}_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}^T$.

a) Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion des Systems.

b) Ist das gegebene System BIBO-stabil?

c) Berechnen Sie die Sprungantwort des Systems.

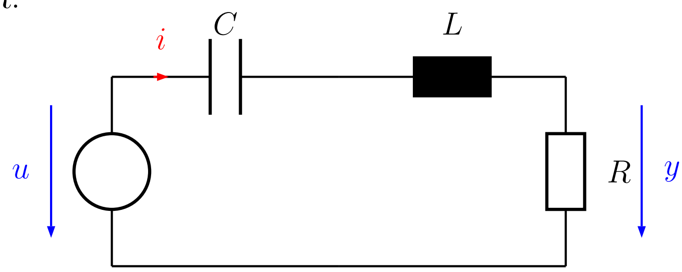
d) Als Eingangsgröße $u(t)$ wird nun der folgende zeitliche Verlauf gewählt.



Ermitteln Sie den zeitlichen Verlauf der Ausgangsgröße $y(t)$.

Aufgabe 2:

Betrachten Sie folgendes ideales elektrisches Netzwerk, bestehend aus dem ohmschen Widerstand R, der Kapazität C, der Induktivität L und einer Spannungsquelle. Die Spannung an der Spannungsquelle wird mit u symbolisiert, y ist die Spannung am Widerstand R.



Fassen Sie das Netzwerk als ein System mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y auf. Führen Sie einen geeigneten Zustandsvektor $\mathbf{x}$ ein und ermitteln Sie ein lineares zeitinvariantes mathematisches Modell der Form

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u$$
$$y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du.$$

Aufgabe 3:

Die Dynamik eines nichtlinearen Systems mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{bmatrix}^T$, der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße $y = x_1$ sei gegeben durch

$$\dot{x}_1 = x_2 u - x_1 \qquad \dot{x}_2 = 2 - x_3 \qquad \dot{x}_3 = u + \cos(x_1)$$

a) Ermitteln Sie alle Ruhelagen des Systems für die Eingangsgröße $u_R = 1$.

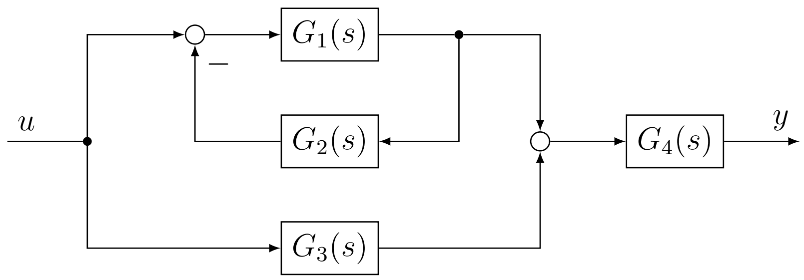
b) Linearisieren Sie das System in der Ruhelage $\mathbf{x}_R = \begin{bmatrix} \pi & \pi & 2 \end{bmatrix}^T$ und $u_R = 1$ und geben Sie das linearisierte System in der Form

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta\mathbf{x}}{dt} &= \mathbf{A}\Delta\mathbf{x} + \mathbf{b}\Delta u \\ \Delta y &= \mathbf{c}^T\Delta\mathbf{x} + d\Delta u \end{aligned}$$

an wobei $\Delta\mathbf{x} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_R$, $\Delta u = u - u_R$ und $\Delta y = y - y_R$ gilt.

Aufgabe 4:

Betrachten Sie folgende Zusammenschaltung mehrerer Übertragungssysteme mit den Übertragungsfunktionen $G_1(s)$, $G_2(s)$, $G_3(s)$ und $G_4(s)$:



mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y.

a) Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$ des Gesamtsystems.
Anmerkung: Setzen Sie hier <u>nicht</u> die Übertragungsfunktionen aus Punkt b) ein!

b) Geben Sie eine Übertragungsfunktion $G_3(s)$ an so dass für

$$G_1(s) = \frac{1}{s+2} \qquad G_2(s) = \frac{s+3}{s-1} \qquad G_4(s) = \frac{s+1}{s+2}$$

die Übertragungsfunktion des Gesamtsystems durch

$$G(s) = \frac{1}{s+1}$$

gegeben ist. Geben Sie $G_3(s)$ in einer Form ohne Doppel- bzw. Mehrfachbrüche an.

Aufgabe 5:

Die Übertragungsfunktion $G(s)$ eines zeitkontinuierlichen-LZI Systems sei gegeben durch

$$G(s) = \frac{k(s+3)}{2s^3 + (2k-1)s^2 + (k+2)s + (3k-3)}.$$

Bestimmen Sie den größtmöglichen Wertebereich des reellen Parameters k, für den dieses System BIBO-stabil ist.

Aufgabe 6:

Gegeben sei ein zeitkontinuierliches, lineares zeitinvariantes System mit der Ausgangsgröße y und dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$:

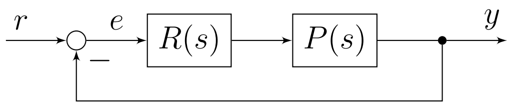
$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{x}}{dt} &= \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}\mathbf{x} \\ y &= \begin{bmatrix} -2 & 1 \end{bmatrix}\mathbf{x}.\end{aligned}$$

a) Ermitteln Sie den zeitlichen Verlauf der Ausgangsgröße $y^{(1)}(t)$ für $\mathbf{x}_0^{(1)} = \begin{bmatrix} 5 & -1 \end{bmatrix}^T$.

b) Ermitteln Sie den Anfangszustand $x_0^{(2)}$ so, dass für die Ausgangsgröße $y^{(2)}(t) = 8e^{4t} + 3e^{-3t}$ gilt.

Aufgabe 7:

Gegeben sei folgendes Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r, dem Regelfehler e und der Ausgangsgröße y:



Die Regelstrecke ist als Übertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{s^2 - 1}{s^2 + 2s + 1}$$

gegeben.

a) Als Regler wird ein PI-Regler mit Proportionalbeiwert K_p und Nachstellzeit T_N verwendet. Geben Sie die dazugehörige Reglerübertragungsfunktion $R(s)$ an.

b) Zeigen Sie, dass es *nicht* möglich ist, die positiven reellen Parameter K_p und T_N so zu wählen, dass die Übertragungsfunktion des geschlossenen Kreises $T(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{r}(s)}$ BIBO-stabil ist.

Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik 1** am 29.03.2023

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	2.5	2	2.5	2.5	2	2.5	2	2	18
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Betrachten Sie einen klassischen PI-Regler mit dem Regelfehler e als Eingang und der Stellgröße u als Ausgang:

a) Geben Sie die Übertragungsfunktion $R(s)$ des PI-Reglers in Abhängigkeit des Proportionalbeiwerts K_P und der Nachstellzeit T_N an.

b) Zeichnen Sie das Strukturbild des PI-Reglers und erweitern Sie das Strukturbild um eine Anti-Windup Maßnahme. Erklären Sie ausführlich, warum diese Maßnahme notwendig ist.

Aufgabe 2:

Gegeben sei das Polynom

$$p(s) = (-1)s^4 + \alpha s^3 + 2\beta s^2 + \alpha s + \beta - 1.$$

Ermitteln Sie mit Hilfe des Routh-Schemas Bedingungen für die Parameter α und β, welche notwendig und hinreichend dafür sind, dass $p(s)$ ein Hurwitzpolynom ist.

Aufgabe 3:

Betrachten Sie das System

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x} - u$$

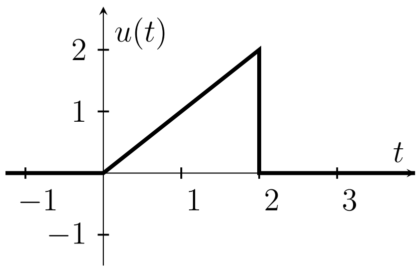
mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y. Geben Sie *alle* Ruhelagen des Systems an, die zur Ausgangsgröße $y(t) = 4$ führen.

Aufgabe 4:

Gegeben sei ein zeitkontinuierliches lineares zeitinvariantes System mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y, das durch die *Impulsantwort*

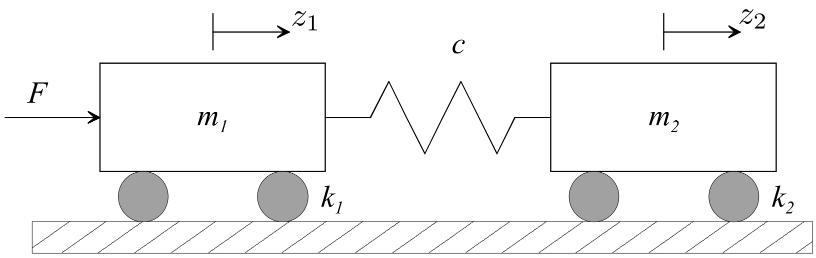
$$g(t) = e^{-t}\sigma(t) + 2\delta(t)$$

beschrieben wird. Ermitteln Sie den exakten zeitlichen Verlauf der Ausgangsgröße $y(t)$ für die folgende Eingangsgröße:



Aufgabe 5:

Betrachten Sie folgenden schematischen Aufbau eines Zwei-Massen-Systems,



wobei die beiden Massen durch eine Feder mit der linearen Federkennlinie $F_c = c(z_1 - z_2)$ gekoppelt sind. Auf beide Massen wirken geschwindigkeitsproportionale Reibkräfte $F_{R,i} = k_i \dot{z}_i$, $i = 1, 2$. Auf die Masse m_1 wirkt zusätzlich die Kraft F.
Fassen Sie den Aufbau als ein System mit der Eingangsgröße $u := F$ und der Ausgangsgröße $y := z_2$ auf. Ermitteln Sie ein lineares zeitinvariantes mathematisches Modell der Form

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u, \qquad y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du.$$

Aufgabe 6:

Gegeben sei ein zeitkontinuierliches, lineares zeitinvariantes System mit der Eingangsgröße u, der Ausgangsgröße y und dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 2 \\ \alpha \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}.$$

a) Zeichnen Sie das Strukturbild des Systems.

b) Bestimmen Sie die zugehörige Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{\tilde{y}(s)}{\tilde{u}(s)}$.

c) Ermitteln Sie α so, dass das System *BIBO*-stabil ist.

d) Ermitteln Sie die Sprungantwort $y(t)$ des Systems für den in Punkt *c)* ermittelten Wert von α.

Aufgabe 7:

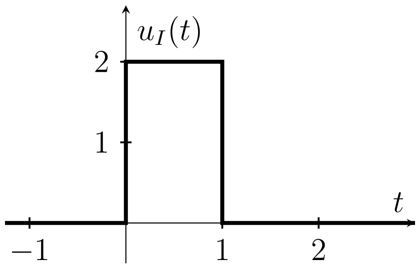
Gegeben sei ein lineares System mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y, welches durch die folgende Differentialgleichung beschrieben werden kann:

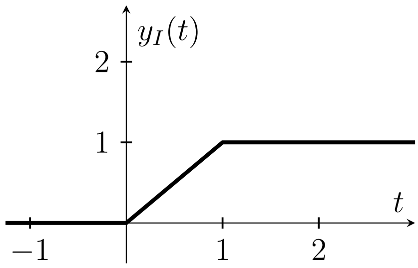
$$\frac{d^4y}{dt^4} + 5\frac{d^3y}{dt^3} + 5\frac{d^2y}{dt^2} - \frac{dy}{dt} - 2y = 4\frac{d^2u}{dt^2} - 2u.$$

Überprüfen Sie, ob das gegebene System *BIBO*-stabil ist.

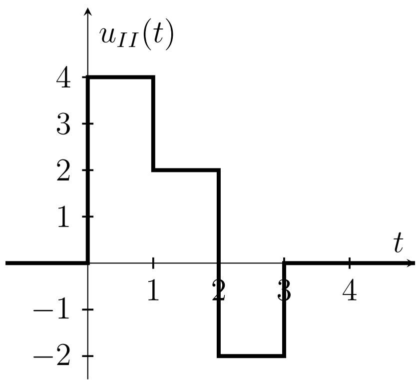
Aufgabe 8:

Es wird ein zeitkontinuierliches System mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y betrachtet. Im Rahmen eines Experimentes wurde für die im Folgenden dargestellte Zeitfunktion $u_I(t)$ der nebenstehend abgebildete Ausgangsgrößenverlauf $y_I(t)$ erhalten.





In einem zweiten Experiment soll nun die folgende Zeitfunktion als Eingangsgröße dienen:



Wie muss die Ausgangsgröße $y_{II}(t)$ des Systems im zweiten Experiment für den Fall aussehen, dass es sich um ein *lineares, zeitinvariantes* System handelt.

Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik 1** am 03.05.2023

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	2	2	2.5	2.5	2.5	2	2.5	2	18
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

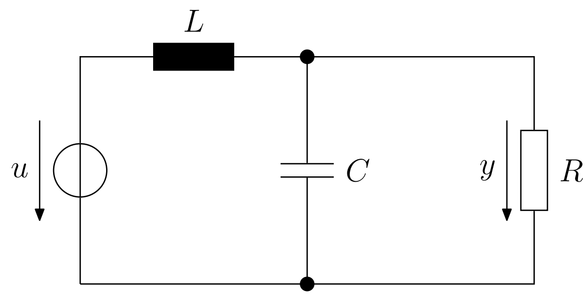
Gegeben sei ein zeitkontinuierliches lineares zeitinvariantes System mit der Ausgangsgröße y und dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -3 & 3 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}.$$

Ermitteln Sie den zeitlichen Verlauf der Ausgangsgröße $y(t)$ für $\mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}^T$.

Aufgabe 2:

Betrachten Sie folgendes ideale elektrische Netzwerk bestehend aus einer Spannungsquelle u, einem ohmschen Widerstand R, einer Kapazität C und einer Induktivität L. Die Spannung an der Spannungsquelle wird mit u symbolisiert. Die Spannung am Widerstand R wird mit y bezeichnet.



Fassen Sie das Netzwerk als ein System mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y auf. Führen Sie einen geeigneten Zustandsvektor $\mathbf{x}$ ein und ermitteln Sie ein lineares zeitinvariantes mathematisches Modell der Form

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u$$
$$y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du.$$

Aufgabe 3:

Ermitteln Sie jeweils den größtmöglichen Wertebereich des reellen Parameters k, für den die einzelnen Polynome Hurwitzpolynome sind.

$$i) \quad p_1(s) = s^5 + 10s^4 + ks^3 + 2s^2 + (k+1)^2 s$$
$$ii) \quad p_2(s) = ks^4 + 2s^3 + k^2s^2 + s - 2$$
$$iii) \quad p_3(s) = ks^3 + \frac{k}{2}s^2 + 2s + 1$$
$$iv) \quad p_4(s) = 15s^2 + k^2 s + k$$

Aufgabe 4:

Gegeben sei das nichtlineare System

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= 2 - \cos(x_2) - u \\ \dot{x}_2 &= x_1\,(1 + 2\sin(x_2)) + u \\ y &= x_1^2 - x_2\end{aligned}$$

mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \end{bmatrix}^T$, der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y.

a) Ermitteln Sie *alle* Ruhelagen dieses Systems für $u = u_R = 1$.

b) Wählen Sie eine Ruhelage dieses Systems und geben Sie ein lineares Zustandsmodell zur Approximation des Systems um die gewählte Ruhelage an.

Aufgabe 5:

Gegeben sei eine Regelstrecke, an der gefahrlos verschiedenste Experimente durchgeführt werden können. Es soll ein *PID*-Regler zur Regelung dieser Strecke ausgelegt werden.

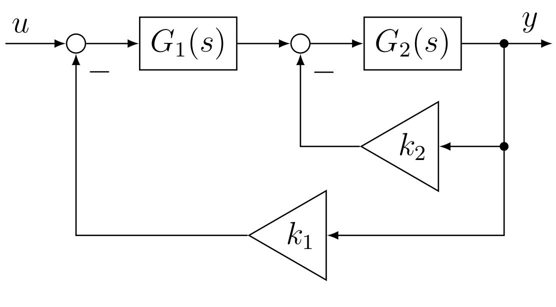
a) Welche Methoden kennen Sie, um günstige Startwerte für die gesuchten Reglerparameter zu finden?

b) Erklären Sie eine der Methoden im Detail und diskutieren Sie mögliche Einschränkungen ihrer Anwendbarkeit in Bezug auf die Strecke.

c) Worauf ist zu achten, falls eine Stellgrößenbeschränkung vorhanden ist?

Aufgabe 6:

Betrachten Sie folgende Zusammenschaltung zweier Übertragungssysteme mit den Übertragungsfunktionen $G_1(s)$ und $G_2(s)$:



Hierbei sind k_1 und k_2 reelle Parameter. Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$ des Gesamtsystems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y. Geben Sie $G(s)$ in einer Form ohne Doppel- bzw. Mehrfachbrüche an.

Aufgabe 7:

Gegeben sei die *Impulsantwort* $g(t)$ eines linearen zeitkontinuierlichen zeitinvarianten Systems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y:

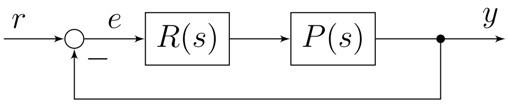
$$g(t) = e^{-3t} + 2e^{t}$$

a) Ist das System BIBO-stabil?

b) Ermitteln Sie die Ausgangsgröße $y(t)$ für $u(t) = \sigma(t)$ und verschwindende Anfangszustände.

Aufgabe 8:

Gegeben sei ein Standardregelkreis



mit der Regelstrecke

$$P(s) = \frac{1}{s-5}.$$

Es soll ein Regler $R(s)$ so entworfen werden, dass die Gesamtübertragungsfunktion $T(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{r}(s)}$ *BIBO-stabil* ist. Welcher der folgenden Regler kann dafür eingesetzt werden? *Begründen Sie Ihre Antwort!*

i) $R(s) = \dfrac{s-5}{s+2}$ ii) $R(s) = s + 4$ iii) $R(s) = 7$

Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik 1** am 28.06.2023

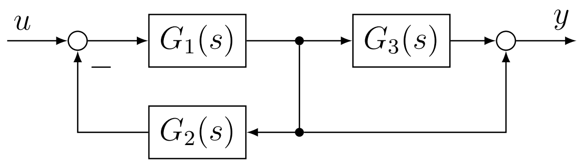
Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	2	3	2	2	2.5	2	2	2.5	18
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Betrachten Sie folgende Zusammenschaltung der drei Übertragungssysteme mit den Übertragungsfunktionen $G_1(s)$, $G_2(s)$ und $G_3(s)$:



a) Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G(s) := \left.\dfrac{\overline{y}(s)}{\overline{u}(s)}\right|_{AW=0}$ allgemein in Abhängigkeit der Übertragungsfunktionen $G_1(s)$, $G_2(s)$ und $G_3(s)$.

b) Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$, wenn für die *Impulsantworten* von $G_1(s)$, $G_2(s)$ und $G_3(s)$ gilt:

$$g_1(t) = e^{-5t}\sigma(t), \qquad g_2(t) = 3e^{-t}\sigma(t), \qquad g_3(t) = e^{-t}\sigma(t).$$

Stellen Sie $G(s)$ in einer Form ohne Mehrfachbrüche dar und führen Sie etwaige Kürzungen durch.

c) Ist das Gesamtsystem BIBO-stabil? Begründen Sie Ihre Antwort!

Aufgabe 2:

Gegeben seien die Übertragungsfunktionen zweier linearer zeitinvarianter Systeme

$$\text{i) } G_1(s) = \frac{3s-3}{s^3+3s^2+(k^2+2k+2)s-k^2+2k},$$

$$\text{ii) } G_2(s) = \frac{k(s+1)}{(s^2+29s+0.5)(2s+2k-3)}.$$

Ermitteln Sie jeweils den *größtmöglichen Wertebereich* des reellen Parameters k, für den die einzelnen Übertragungsfunktionen BIBO-stabil sind.

Aufgabe 3:

Betrachten Sie die lineare zeitinvariante Strecke mit der Übertragungsfunktion $P(s)$. Diese wird mithilfe eines Reglers $R(s)$ in einem Standardregelkreis betrieben.

a) Zeichnen Sie das Strukturbild des Standardregelkreises. Versehen Sie alle darin vorkommenden Größen mit einem passenden Formelzeichen und benennen Sie diese.

b) Nehmen Sie an, dass es sich bei $R(s)$ um einen integrierenden Regler handelt und die Stellgröße u des Reglers einer Beschränkung unterliegt. Welche Probleme können in diesem Fall auftreten? Beschreiben Sie diese im Detail.

Aufgabe 4:

Lösen Sie die folgende Differentialgleichung

$$\ddot{y}(t) + 4\dot{y}(t) + 3y(t) = 0, \quad y(0) = 0,\ \dot{y}(0) = 4,$$

mit Hilfe der Laplace Transformation (Hinweis: $\mathcal{L}\{\dot{f}(t)\} = s\bar{f}(s) - f(0)$).

Aufgabe 5:

Gegeben sind das lineare System mit der Eingangsgröße u und dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 1 & 0.5 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 4 \\ 16 \end{bmatrix} u,$$

sowie das nichtlineare System mit der Eingangsgröße u und der Zustandsvariable v

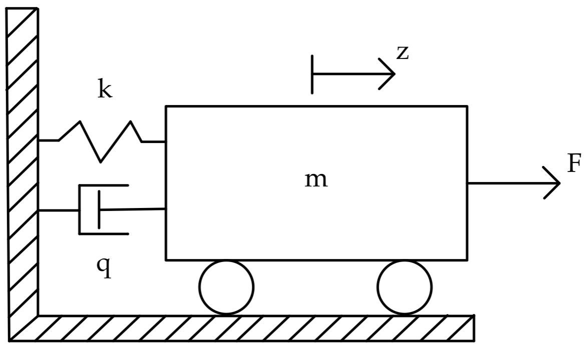
$$\dot{v} = (|v| - 2)(v^2 - 9v - 10)u.$$

a) Ermitteln Sie für beide Systeme für $u = u_R = \frac{1}{4}$ alle möglichen Ruhelagen.

b) Stellen Sie die Lage der ermittelten Ruhelagen des linearen Systems grafisch in der $x_1 - x_2$-Ebene dar.

Aufgabe 6:

Betrachten Sie folgenden schematischen Aufbau eines mechanischen Systems,



wobei die Masse m durch eine Feder mit der linearen Federkennlinie $F_k = kz$ und einem geschwindigkeitsproportionalen Dämpfer $F_q = q\dot{z}$ an eine starre Wand gekoppelt ist. Auf die Masse m wirkt zusätzlich die Kraft F.
Fassen Sie den Aufbau als ein System mit der Eingangsgröße $u := F$ auf. Die Ausgangsgröße y soll der Beschleunigung der Masse m entsprechen. Ermitteln Sie ein lineares zeitinvariantes mathematisches Modell der Form

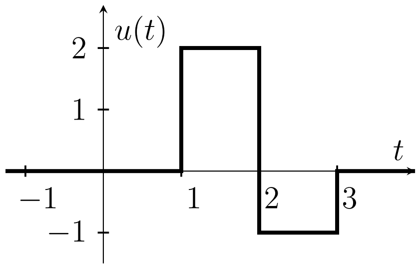
$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u, \qquad y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du.$$

Aufgabe 7:

Gegeben sei ein zeitkontinuierliches lineares zeitinvariantes System mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y, das durch die *Sprungantwort*

$$h(t) = \left(2 + 3e^{-5t} - 5e^{-t}\right)\sigma(t)$$

beschrieben wird. Ermitteln Sie den exakten zeitlichen Verlauf der Ausgangsgröße $y(t)$ für die folgende Eingangsgröße:



Aufgabe 8:

Gegeben sei ein nichtlineares Zustandsmodell mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{bmatrix}^T$, der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y:

$$\begin{aligned}
\frac{dx_1}{dt} &= x_1 x_2 x_3 \\
\frac{dx_2}{dt} &= x_1^2 + x_2 + x_3 u^2 \\
\frac{dx_3}{dt} &= \sin u \\
y &= \sin(x_3) u^2 + x_1.
\end{aligned}$$

Ermitteln Sie das um die Ruhelage $u_R = 0$ und $\mathbf{x}_R = \begin{bmatrix} 2 & -4 & 0 \end{bmatrix}^T$ linearisierte Zustandsmodell

$$\begin{aligned}
\frac{d\Delta\mathbf{x}}{dt} &= \mathbf{A}\Delta\mathbf{x} + \mathbf{b}\Delta u, \\
\Delta y &= \mathbf{c}^T \Delta\mathbf{x} + d\Delta u
\end{aligned}$$

mit

$$\Delta\mathbf{x} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_R, \qquad \Delta u = u - u_R \qquad \text{und} \qquad \Delta y = y - y_R.$$

Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik 1** am 05.10.2023

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	2	2	2	2	2	3	2	3	18
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Gegeben sind zwei in Serie geschaltene Zustandsmodelle.

System 1:

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} -1 & -7 \\ -3 & 3 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 3/7 \end{bmatrix} u$$
$$v = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

System 2:

$$\dot{z} = -3z + 5v$$
$$y = z$$

Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion des Gesamtsystems mit der Eingangsgröße $u(t)$ und der Ausgangsgröße $y(t)$. Ist das Gesamtsystem *BIBO-stabil*? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

Aufgabe 2:

Gegeben sei die *Impulsantwort* eines linearen zeitinvarianten Systems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y:

$$g(t) = 4e^{-2t}\sigma(t) + 8e^{-4t}\sigma(t) - 3e^{-3(t-1)}\sigma(t-1)$$

Ermitteln Sie die Ausgangsgröße $y(t)$ für $u(t) = \sigma(t)$.

Aufgabe 3:

Gegeben sei das Polynom

$$p(s) = (-1)s^4 + \alpha s^3 + 2\beta s^2 + \alpha s + \beta - 1.$$

Ermitteln Sie mit Hilfe des Routh-Schemas notwendige und hinreichende Bedingungen für die Parameter α und β, sodass $p(s)$ ein Hurwitzpolynom ist.

Aufgabe 4:

Gegeben ist ein nichtlineares, zeitkontinuierliches System dritter Ordnung:

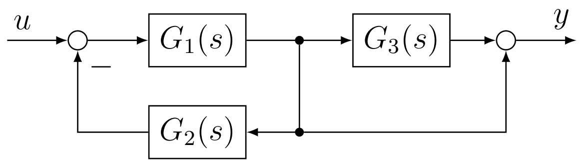
$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= 9 - \frac{x_3^2}{x_1^2} \\ \dot{x}_3 &= -2x_3 + 4\frac{x_2 x_3}{x_1^2} + 2u \\ y &= x_1 \end{aligned}$$

a) Ermitteln sie für $y = y_R = 1/3$ die zugehörige Ruhelage $\mathbf{x}_R = \begin{bmatrix} x_{1,R} & x_{2,R} & x_{3,R} \end{bmatrix}^T$ sowie die Eingangsgröße u_R. Dabei ist ausschließlich $u_R \geq 0$ relevant.

b) Bestimmen Sie ein lineares, zeitinvariantes System zur näherungsweisen Beschreibung des Verhaltens des gegebenen nichtlinearen Systems für Anfangszustände „nahe“ der Ruhelage $\mathbf{x}_R$.

Aufgabe 5:

Betrachten Sie das Übertragungssystem mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y, das sich aus der Zusammenschaltung der Übertragungssysteme mit den Übertragungsfunktionen $G_1(s)$, $G_2(s)$ und $G_3(s)$ ergibt:



a) Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G(s) := \left.\dfrac{\overline{y}(s)}{\overline{u}(s)}\right|_{AW=0}$ allgemein in Abhängigkeit der Übertragungsfunktionen $G_1(s)$, $G_2(s)$ und $G_3(s)$.

b) Zeigen Sie, dass für

$$G_1(s) = \frac{1}{s+3}, \qquad G_2(s) = \frac{k}{s+1}, \qquad G_3(s) = \frac{1}{s+1}$$

die Übertragungsfunktion $G(s)$ durch

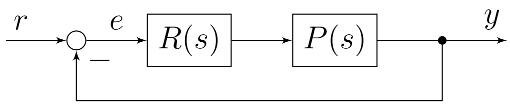
$$G(s) = \frac{s+2}{s^2+4s+3+k}$$

gegeben ist. Hierbei ist k ein *reeller* Parameter.

c) Bestimmen Sie den größtmöglichen Wertebereich des Parameters k, für den die Übertragungsfunktion $G(s)$ die BIBO-Eigenschaft besitzt.

Aufgabe 6:

Gegeben sei folgendes Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r, dem Regelfehler e und der Ausgangsgröße y:



Die Regelstrecke ist als Übertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{s^2-1}{s^2+2s+1}$$

gegeben.

a) Welche Methoden kennen Sie, um günstige Startwerte für die Parameter eines *PID*-Reglers zu finden? (Nennen Sie mindestens 2 Methoden und erklären Sie eine Methode im Detail.)

b) Als Regler wird ein PI-Regler mit Proportionalbeiwert K_p und Nachstellzeit T_N verwendet. Geben Sie die dazugehörige Reglerübertragungsfunktion $R(s)$ an.

c) Zeigen Sie, dass es *nicht* möglich ist, die positiven reellen Parameter K_p und T_N so zu wählen, dass die Übertragungsfunktion des geschlossenen Kreises $T(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{r}(s)}$ BIBO-stabil ist.

d) Worauf ist zu achten, falls eine Stellgrößenbeschränkung vorhanden ist? Erklären Sie diesen Effekt im Detail und zeigen Sie eine Möglichkeit, wie dieser vermieden werden kann.

Aufgabe 7:

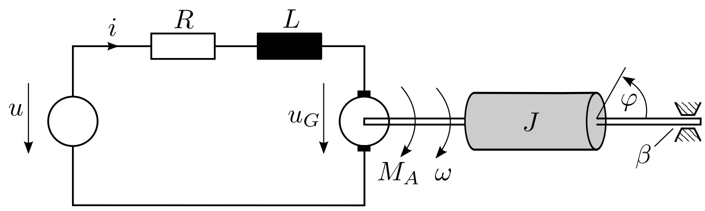
Von der Übertragungsfunktion $G(s)$ eines Systems 2. Ordnung ist bekannt, dass Folgendes gilt:

$$\lim_{s \to -2-j} |G(s)| = \infty, \qquad\qquad G(0) = 4.$$

Weiters ist bekannt, dass im *eingeschwungenen Zustand* $y(t) = 0$ gilt, wenn $u(t) = 5\sin(2t)$ gewählt wird. Ermitteln Sie $G(s)$.

Aufgabe 8:

Betrachten Sie folgenden schematischen Aufbau eines permanenterregten Gleichstrommotors,



wobei J dem Trägheitsmoment des Motors entspricht. Weiters wirkt auf den Motor ein drehzahlproportionales Reibmoment $M_R = \beta\omega$. Das erzeugte Drehmoment ist proportional zum Strom im elektrischen Netzwerk, d.h. $M_A = k_T i$, die vom Motor induzierte Spannung ist proportional zur Drehzahl, d.h. $u_G = k_m\omega$. Die Parameter β, k_T und k_m sind positive Konstanten.

a) Fassen Sie den Aufbau als ein System mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße $y := \omega$ auf. Ermitteln Sie für $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} i & \omega \end{bmatrix}^T$ ein lineares zeitinvariantes mathematisches Modell der Form

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u, \qquad\qquad y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du.$$

b) Ermitteln Sie für $u = 3\sigma(t)$ die stationären Zustände $i_\infty = \lim_{t\to\infty} i(t)$ und $\omega_\infty = \lim_{t\to\infty} \omega(t)$ des Systems.

Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik 1** am 12.12.2023

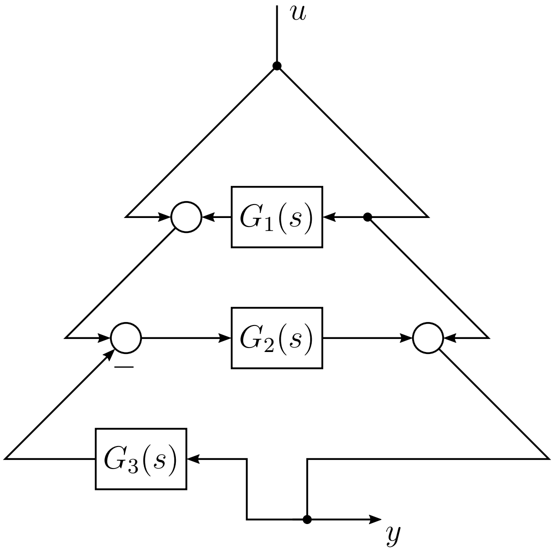
Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	3	3	2	2	2	2	2	2	18
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Betrachten Sie folgende Zusammenschaltung der drei Übertragungssysteme mit den Übertragungsfunktionen $G_1(s)$, $G_2(s)$ und $G_3(s)$:



a) Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G(s) \coloneqq \left.\dfrac{\overline{y}(s)}{\overline{u}(s)}\right|_{\mathrm{AW}=0}$ allgemein in Abhängigkeit der Übertragungsfunktionen $G_1(s)$, $G_2(s)$ und $G_3(s)$.

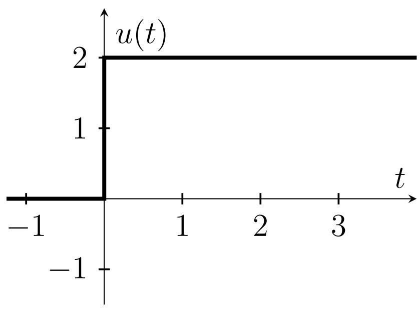
b) Die Übertragungsfunktionen seien nun gegeben durch

$$G_1(s) = -\frac{s}{s+1}, \qquad G_2(s) = \frac{s+1}{s+3}, \qquad G_3(s) = \frac{1}{s^2+3}.$$

Zeigen Sie, dass $G(s)$ BIBO-stabil ist und berechnen Sie dann

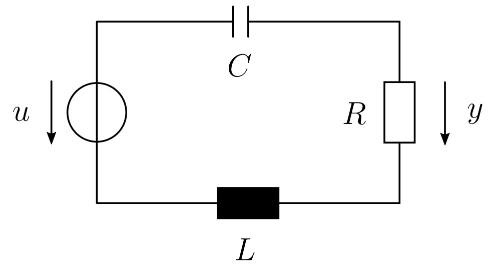
$$y_\infty \coloneqq \lim_{t\to\infty} y(t)$$

für das folgende Eingangssignal:



Aufgabe 2:

Gegeben sei folgender elektrischer Reihenschwingkreis bestehend aus einer Spannungsquelle, Kapazität C, Induktivität L und Ohmschem Widerstand R. Die Spannung an der Spannungsquelle wird als u bezeichnet, während y den Spannungsabfall am Widerstand R symbolisiert.



a) Fassen Sie die Schaltung als ein System mit Eingangsgröße u und Ausgangsgröße y auf. Wählen Sie passende Zustandsgrößen und ermitteln sie ein lineares zeitinvariantes Zustandsmodell der Form

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u, \qquad y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du.$$

b) Die Bauteilwerte seien nun gegeben durch

$$R = 2\,\Omega, \qquad L = 100\,\mathrm{mH}, \qquad C = 10\,\mathrm{mF}.$$

Zeichnen Sie den Pol-Nullstellen-Plan (PN-Plan) des Übertragungssystems.

Aufgabe 3:

Gegeben sei ein nichtlineares Zustandsmodell mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{bmatrix}^T$, der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y:

$$\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}x_1}{\mathrm{d}t} &= \sin(x_2) + x_3 u \\
\frac{\mathrm{d}x_2}{\mathrm{d}t} &= \cos(x_1) + x_2 x_3 \\
\frac{\mathrm{d}x_3}{\mathrm{d}t} &= x_1^2 x_2 \\
y &= \cos(x_1) + x_2 + x_3 u
\end{aligned}$$

Ermitteln Sie das um die Ruhelage $u_\mathrm{R} = 0$, $\mathbf{x}_\mathrm{R} = \begin{bmatrix} \frac{\pi}{2} & 0 & 4 \end{bmatrix}^T$ linearisierte Zustandsmodell

$$\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}\Delta\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} &= \mathbf{A}\Delta\mathbf{x} + \mathbf{b}\Delta u \\
\Delta y &= \mathbf{c}^T\Delta\mathbf{x} + d\Delta u
\end{aligned}$$

mit

$$\Delta\mathbf{x} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_\mathrm{R}, \qquad \Delta u = u - u_\mathrm{R} \qquad \text{und} \qquad \Delta y = y - y_\mathrm{R}.$$

Aufgabe 4:

Ein lineares zeitinvariantes Übertragungssystem mit Eingangsgröße $u(t)$ und Ausgangsgröße $y(t)$ sei gegeben durch die Differentialgleichung

$$\frac{\mathrm{d}^2 y(t)}{\mathrm{d}t^2} + 6\frac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t} + 9y(t) = 4\frac{\mathrm{d}u(t)}{\mathrm{d}t} + 2u(t).$$

Berechnen Sie die Impulsantwort des Systems.

Aufgabe 5:

Von einer gebrochen rationalen Übertragungsfunktion $G(s) = \dfrac{\overline{y}(s)}{\overline{u}(s)}$ *zweiter Ordnung* mit reellen Koeffizienten ist bekannt, dass Folgendes gilt:

$$\lim_{s \to -2-j} |G(s)| = \infty, \qquad G(0) = 4.$$

Weiters ist bekannt, dass für $u(t) = \sin(t)$ im eingeschwungenen Zustand $y(t) = 0$ gilt.
Ermitteln Sie $G(s)$.

Aufgabe 6:

Geben Sie zu den folgenden linearen zeitinvarianten Übertragungsgliedern jeweils die Differentialgleichung, die dazugehörige Übertragungsfunktion und Sprungantwort $h(t)$ an:

a) Idealer Differenzierer

b) Realer Differenzierer (DT_1-Glied, Vorhalteglied)

Wieso wird das Vorhalteglied *realer* Differenzierer genannt?

Aufgabe 7:

Ermitteln Sie jeweils den größtmöglichen Wertebereich des reellen Parameters k, für den die einzelnen Polynome Hurwitzpolynome sind.

$$\begin{aligned}
&i) && p_1(s) = s^5 + 10s^4 + ks^3 + 2s^2 + (k+1)^2 s \\
&ii) && p_2(s) = ks^4 + 2s^3 + k^2 s^2 + s - 1 \\
&iii) && p_3(s) = ks^3 + \frac{k}{2}s^2 + 2s + 1 \\
&iv) && p_4(s) = 15s^2 + k^2 s^2 + k^3
\end{aligned}$$

Aufgabe 8:

Von einem linearen zeitkontinuierlichen zeitinvarianten Zustandsmodell der Form

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}x} = \mathbf{A}\mathbf{x}, \qquad\qquad y = \mathbf{c}^T\mathbf{x}$$

sind für unterschiedliche Werte des Anfangszustandes $\mathbf{x}_0$ die Verläufe der Ausgangsgröße $y(t)$ für $t \geq 0$ bekannt:

- Für $\mathbf{x}_0^{(1)} = \begin{bmatrix}1 & 0\end{bmatrix}^T$ ergibt sich die Ausgangsgröße $y^{(1)}(t) = 1$,
- für $\mathbf{x}_0^{(2)} = \begin{bmatrix}2 & 4\end{bmatrix}^T$ ergibt sich die Ausgangsgröße $y^{(2)}(t) = 1 + e^{-2t}$.

Ermitteln Sie den Verlauf der Ausgangsgröße $y(t)$ für den Anfangszustand $\mathbf{x}_0 = \begin{bmatrix}7 & 8\end{bmatrix}^T$.