Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik 1** am 02.02.2022

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	2	2	2	3	2	3	2	2	18
erreichte Punkte									

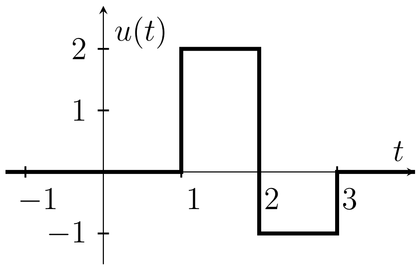
Aufgabe 1:

Gegeben sei ein zeitkontinuierliches lineares zeitinvariantes System mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y, das durch die *Impulsantwort*

$$g(t) = -10e^{-5t}\sigma(t) + 2\delta(t)$$

beschrieben wird.

- Ermitteln Sie den exakten zeitlichen Verlauf der Ausgangsgröße $y(t)$ für die folgende Eingangsgröße:



Aufgabe 2:

Gegeben sei das folgende nichtlineare System:

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= -x_2 - u \\ \frac{dx_2}{dt} &= x_1^2 + 2x_1x_2 - cos(x_2) \\ \frac{dx_3}{dt} &= \frac{x_2x_3^2}{\pi} + cos(x_1) + 1.\end{aligned}$$

a) Ermitteln Sie für $u = u_R = \frac{\pi}{2}$ *alle* Ruhelagen des Systems.

b) Bestimmen Sie ein lineares, zeitinvariantes System zur näherungsweisen Beschreibung des Verhaltens des gegebenen nichtlinearen Systems für Anfangszustände „nahe“ der Ruhelage $x_R = [0 \;\; -\pi/2 \;\; -2]^T$.

Aufgabe 3:

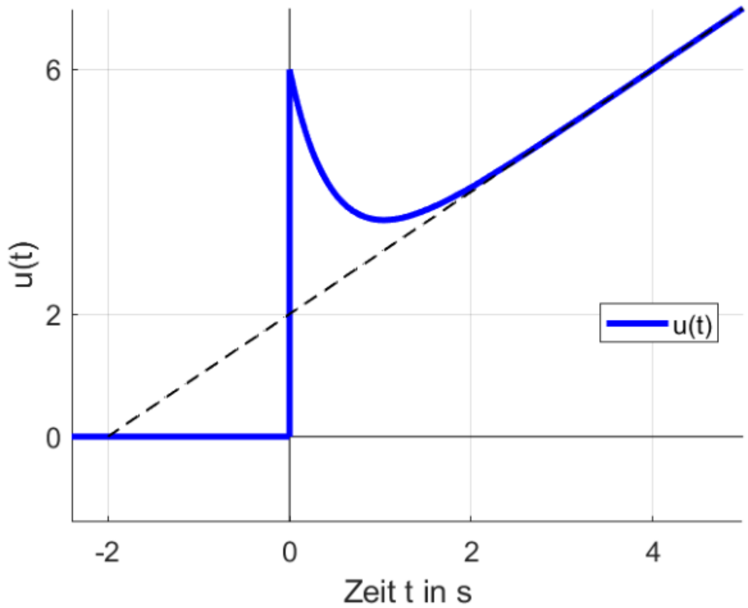
Gegeben sei das folgende Zustandsmodell zweiter Ordnung mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$, der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \beta & \beta - 1 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u,$$
$$y = \begin{bmatrix} 2 & \alpha \end{bmatrix} \mathbf{x}.$$

Ermitteln Sie den größtmöglichen Wertebereich für die reellen Konstanten α und β so, dass die zugehörige Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{\tilde{y}(s)}{\tilde{u}(s)}$ *BIBO*-stabil ist.

Aufgabe 4:

Gegeben ist die Sprungantwort $u(t)$ eines realen PID-Reglers. Die Konstante T_R wurde mit $T_R = 1/2$ gewählt.



a) Geben Sie die Reglerübertragungsfunktion $R(s)$ des realisierbaren PID-Reglers an.

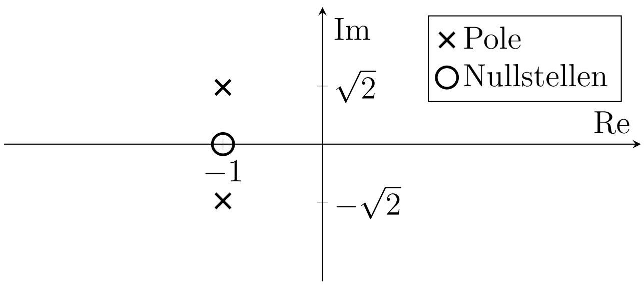
b) Ermitteln Sie die Reglerparameter K_p, T_V und T_N des realisierbaren PID-Reglers.

c) Welche Methoden kennen Sie, um allgemein günstige Startwerte für die Reglerparameter eines PID-Reglers zu finden? (Nennen Sie mindestens 2 Methoden)

d) Worauf ist zu achten, falls eine Stellgrößenbeschränkung vorhanden ist? Erklären Sie diesen Effekt im Detail und zeigen Sie eine mögliche Maßnahme, um diesen Effekt zu verhindern.

Aufgabe 5:

Betrachten Sie folgenden PN-Plan der Übertragungsfunktion $G(s)$ eines zeitkontinuierlichen, linearen zeitinvarianten Übertragungssystems (alle eingezeichneten Pole und Nullstellen haben Vielfachheit eins).



Ferner ist bekannt, dass die Ausgangsgröße $y(t)$ für die Eingangsgröße $u(t) = \sigma(t)$ (d.h. für einen Einheitssprung) die Relation

$$\lim_{t\to\infty} y(t) = \frac{2}{3}$$

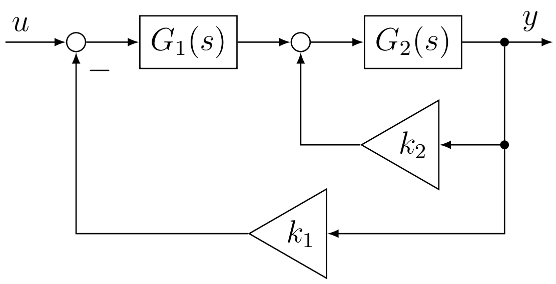
erfüllt.

a) Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$.

b) Ermitteln Sie $y(t)$ im *eingeschwungenen Zustand* für $u(t) = \cos(t)$.

Aufgabe 6:

Betrachten Sie folgende Zusammenschaltung zweier Übertragungssysteme mit den Übertragungsfunktionen $G_1(s)$ und $G_2(s)$:



a) Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G(s) := \left.\dfrac{\overline{y}(s)}{\overline{u}(s)}\right|_{AW=0}$ allgemein in Abhängigkeit der Übertragungsfunktionen $G_1(s)$, $G_2(s)$, k_1 und k_2.

b) Zeigen Sie, dass für die gegebenen *Impulsantworten*

$$g_1(t) = e^{t}\sigma(t), \qquad g_2(t) = e^{-t}\sigma(t)$$

die Übertragungsfunktion $G(s)$ durch

$$G(s) = \frac{1}{s^2 - k_2 s + k_1 + k_2 - 1}$$

gegeben ist. Hierbei sind k_1 und k_2 *reelle* Parameter.

c) Bestimmen Sie den größtmöglichen Wertebereich der Parameter k_1 und k_2, für den die Übertragungsfunktion $G(s)$ die BIBO-Eigenschaft besitzt.

Aufgabe 7:

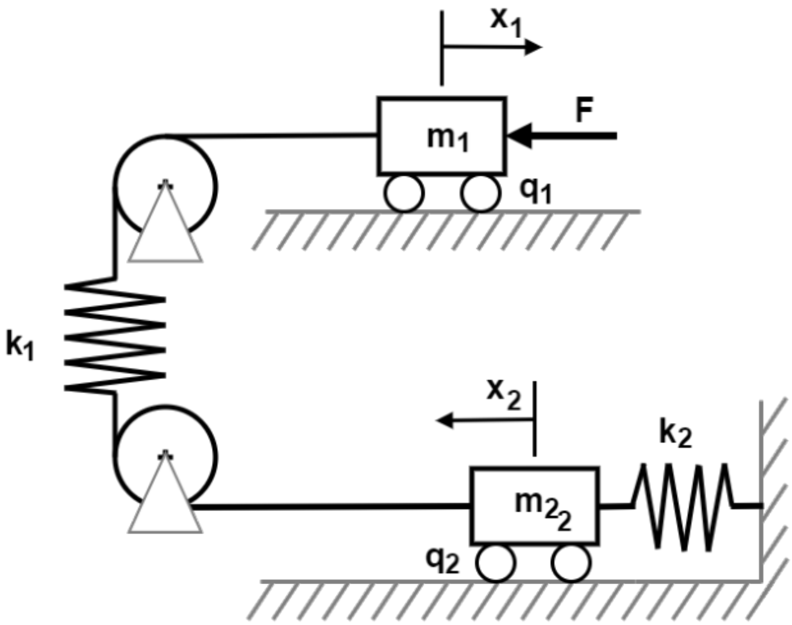
Es sei ein Polynom

$$p(s) = a_3 s^3 + s^2 + s - a_0$$

gegeben.
Ermitteln Sie den größtmöglichen Wertebereich der reellen Parameter a_0 und a_3, für den $p(s)$ ein Hurwitzpolynom ist und stellen Sie diesen grafisch in der (a_0, a_3)-Ebene dar.

Aufgabe 8:

Betrachten Sie folgenden schematischen Aufbau eines Zwei-Massen-Systems,



wobei die erste Masse m_1 durch ein Seil über eine Feder, mit der Federkennlinie $F_{k1} = k_1(x_1 - x_2)$ und zwei Umlenkrollen mit der zweiten Masse m_2 verbunden ist. Die zweite Masse m_2 wird über eine weitere Feder, welche an eine starre Wand gekoppelt ist und die Federkennlinie $F_{k2} = k_2 x_2$ aufweist, gebremst. Des Weiteren wirkt auf beide Massen (m_1 und m_2) eine geschwindigkeitsproportionale Reibkraft $F_{r,m_i} = q_i \dot{x}_i$ ($i = 1, 2$). Auf die erste Masse m_1 wirkt zusätzlich die Kraft F. (Mögliche Trägheiten und Reibungseffekte der Umlenkrollen können vernachlässigt werden.)

Wählen Sie geeignete Zustandsgrößen (Beispielsweise: $\mathbf{x} = [x_1 \quad \dot{x}_1 \quad x_2 \quad \dot{x}_2]^T$) und fassen Sie den Aufbau als ein System mit der Eingangsgröße $u := F$ auf. Die Ausgangsgröße y soll der Beschleunigung der Masse m_2 entsprechen. Ermitteln Sie ein lineares zeitinvariantes mathematisches Modell der Form

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u, \qquad\qquad y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du.$$

Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik 1** am 23.03.2022

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	2	2	2	2	3	2	3	2	18
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Betrachten Sie das System

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x} - u$$

mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y. Geben Sie *alle* Ruhelagen des Systems an, die zur Ausgangsgröße $y(t) = 0$ führen.

Aufgabe 2:

Gegeben sei ein nichtlineares Zustandsmodell mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{bmatrix}^T$, der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y:

$$\frac{dx_1}{dt} = \cos(x_3)$$
$$\frac{dx_2}{dt} = \sin(x_3)x_1^4 + x_2 u$$
$$\frac{dx_3}{dt} = \sin(x_1 u)$$
$$y = -u^3.$$

Ermitteln Sie das um die Ruhelage $u_R = 1$ und $\mathbf{x}_R = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{\pi}{2} \end{bmatrix}^T$ linearisierte Zustandsmodell

$$\frac{d\Delta\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\Delta\mathbf{x} + \mathbf{b}\Delta u,$$
$$\Delta y = \mathbf{c}^T\Delta\mathbf{x} + d\Delta u$$

mit

$$\Delta\mathbf{x} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_R, \qquad \Delta u = u - u_R \qquad \text{und} \qquad \Delta y = y - y_R.$$

Aufgabe 3:

Gegeben sei ein lineares System mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y, welches durch die folgenden Differentialgleichung beschrieben werden kann:

$$\frac{d^4y}{dt^4} + 2\frac{d^3y}{dt^3} + 5\frac{d^2y}{dt^2} + \frac{dy}{dt} = \frac{d^2u}{dt^2} + 5\frac{du}{dt}.$$

Überprüfen Sie, ob das gegebene System *BIBO*-stabil ist.

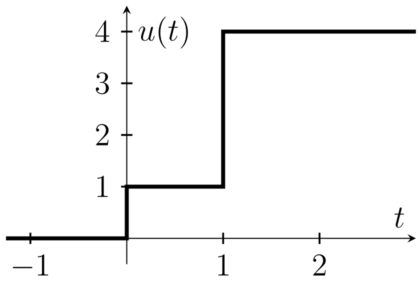
Aufgabe 4:

Gegeben sei ein zeitkontinuierliches lineares zeitinvariantes System mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y, welches durch die Impulsantwort

$$g(t) = 2e^{-20t} - 1e^{-10t}$$

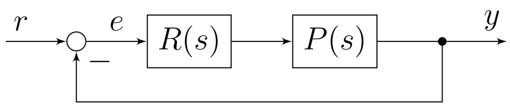
beschrieben werden kann.

- Ermitteln Sie den exakten zeitlichen Verlauf der Ausgangsgröße $y(t)$ für die folgende Eingangsgröße $u(t)$:



Aufgabe 5:

Gegeben sei folgendes Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r, dem Regelfehler e und der Ausgangsgröße y:



Die Regelstrecke ist als Übertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{s^2 - 1}{s^2 + 2s + 1}$$

gegeben.

a) Als Regler wird ein PI-Regler mit Proportionalbeiwert K_p und Nachstellzeit T_N verwendet. Geben Sie die dazugehörige Reglerübertragungsfunktion $R(s)$ an.

b) Welche Methoden kennen Sie, um günstige Startwerte für die gesuchten Reglerparameter zu finden? (Nennen Sie mindestens 2 Methoden). Erklären Sie eine der Methoden im Detail.

c) Worauf ist zu achten, falls eine Stellgrößenbeschränkung vorhanden ist? Erklären Sie diesen Effekt im Detail und zeigen Sie eine mögliche Maßnahme, um diesen Effekt zu verhindern.

d) Es stellt sich leider heraus, dass in Punkt a) ein falscher Reglertyp ausgewählt wurde. Zeigen Sie, dass es *nicht* möglich ist, die positiven reellen Parameter K_p und T_N so zu wählen, dass die Übertragungsfunktion des geschlossenen Kreises $T(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{r}(s)}$ BIBO-stabil ist.

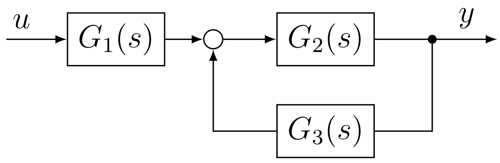
Aufgabe 6:

Ermitteln Sie mit Hilfe des Routh-Schemas jeweils den größtmöglichen Wertebereich des reellen Parameters k, für den die einzelnen Polynome Hurwitzpolynome sind.

$$\begin{aligned}
i) \quad & p_1(s) = s^4 + 3s^3 + s^2 - s + 10k \\
ii) \quad & p_2(s) = -s^5 - s^4 - s^3 - s^2 - k \\
iii) \quad & p_3(s) = s^3 + 4s^2 + s + k \\
iv) \quad & p_4(s) = 10s^2 - ks + 17
\end{aligned}$$

Aufgabe 7:

Betrachten Sie folgende Zusammenschaltung von Übertragungssystemen mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y:



a) Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G(s) := \left.\dfrac{\overline{y}(s)}{\overline{u}(s)}\right|_{AW=0}$ allgemein in Abhängigkeit der Übertragungsfunktionen $G_1(s)$, $G_2(s)$ und $G_3(s)$.

b) Zeigen Sie, dass für

$$G_1(s) = \frac{s+2}{s+4}, \qquad G_2(s) = \frac{1}{s+3}, \qquad G_3(s) = \frac{(4-k)(s+3)}{s+1}$$

die Übertragungsfunktion $G(s)$ durch

$$G(s) := \left.\frac{\overline{y}(s)}{\overline{u}(s)}\right|_{AW=0} = \frac{s^2+3s+2}{s^3+s^2(4+k)+s(7k-9)+12k-36}$$

gegeben ist.

c) Berechnen Sie den größtmöglichen Werteberich des reellen Parameters k, für den das Gesamtsystem $G(s)$ BIBO-stabil ist.

Aufgabe 8:

Von einer gebrochen rationalen Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{y(s)}{u(s)}$ *zweiter Ordnung* mit reellen Koeffizienten ist bekannt, dass Folgendes gilt:

$$\lim_{s \to -4} |G(s)| = \infty, \qquad \lim_{s \to -2} |G(s)| = \infty,$$

$$\lim_{t \to \infty} y(t) = 0 \quad \text{für } u(t) = \sin(2t),$$

$$\lim_{t \to \infty} y(t) = 1 \quad \text{für } u(t) = \sigma(t),$$

Ermitteln Sie $G(s)$.

Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik 1** am 27.04.2022

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	2	3	2	2	3	2	2	2	18
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Gegeben sie folgende Übertragungsfunktion eines linearen zeitinvarianten Systems:

$$G(s) = \frac{s+10}{s^3 + 11s^2 + (26 + 6k - k^2)s + 16 + 6k - k^2}.$$

a) Bestimmen Sie den größtmöglichen Wertebereich des reellen Parameters k, für den das dazugehörige System BIBO-stabil ist.

b) Ist es notwendig für die Überprüfung der BIBO-Stabilität der Übertragungsfunktion $G(s)$ mögliche Kürzungen mit der Nullstelle von $G(s)$ zu berücksichtigen? *Begründen Sie Ihre Antwort!*

Aufgabe 2:

Gegeben sind nichtlineare Zustandsmodelle,

System 1:

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} x_1^2 x_2 + u_1^3 \\ x_2^3(1 - x_1) \end{bmatrix}$$

$$y_1 = 2x_2^2$$

System 2:

$$\dot{\mathbf{z}} = \begin{bmatrix} u_2^2 \frac{1}{z_1^2} - z_2 \\ (z_1 - 2)^2 \end{bmatrix}$$

$$y_2 = \frac{z_1}{z_2^2}$$

wobei System 1 mit den Zustandsgrößen x_1 und x_2, der Eingangsgröße u_1 und der Ausgangsgröße y_1 und System 2 mit den Zustandsgrößen z_1 und z_2, der Eingangsgröße u_2 und der Ausgangsgröße y_2 beschrieben wird. Es wird die Reihenschaltung der beiden Systeme betrachtet, d.h. der Ausgang des Systems 1 wirkt als Eingang des Systems 2 ($y_1 = u_2$).

a) Bilden Sie ein nichtlineares Zustandsmodell des Gesamtsystems.

b) Berechnen Sie für $u_R = u_{R1} = 1$ die Ruhelage des Gesamtsystems.

c) Ermitteln Sie, basierend auf der berechneten Ruhelage, ein linearisiertes Modell des Gesamtsystems.

Aufgabe 3:

Gegeben sei die *Impulsantwort* eines linearen zeitinvarianten Systems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y:

$$g(t) = 5e^{-3t} + 3e^{t}.$$

Ermitteln Sie die Ausgangsgröße $y(t)$ für $u(t) = \sigma(t) - 3\sigma(t-1) + 2\delta(t-2)$.

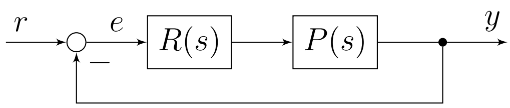
Aufgabe 4:

Ermitteln Sie mit Hilfe des Routh-Schemas jeweils den größtmöglichen Wertebereich des reellen Parameters k, für den die einzelnen Polynome Hurwitzpolynome sind. *Begründen Sie Ihre Antwort!*

$$
\begin{aligned}
i)\quad & p_1(s) = s^5 + 4s^4 + ks^3 + 5s^2 + (k+2)^2 s \\
ii)\quad & p_2(s) = ks^4 + 10s^3 + k^2 s^2 + s - 1 \\
iii)\quad & p_3(s) = ks^3 + \frac{k}{2}s^2 + 2s + 1 \\
iv)\quad & p_4(s) = 15s^2 + k^2 s + k^4
\end{aligned}
$$

Aufgabe 5:

Gegeben sei folgendes Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r, dem Regelfehler e und der Ausgangsgröße y:



Die Regelstrecke und der Regler sind als Übertragungsfunktionen

$$
P(s) = \frac{k}{1+s\tau}, \qquad \text{und } R(s) = \frac{k_p s + k_I}{s}.
$$

gegeben, wobei τ, k, k_p und k_I positive Parameter sind.

a) Berechnen Sie die Führungsübertragungsfunktion $T(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{r}(s)}$ des geschlossenen Regelkreises.

b) Zeigen Sie in mathematisch nachvollziehbarer Weise, dass für $r(t) = \sigma(t)$

$$
y_\infty = \lim_{t\to\infty} y(t) = 1
$$

gilt.

c) Wählen Sie nun die Paramter $k = \tau = k_p = k_I = 1$. Ermitteln Sie für $r(t) = \sin(t)$ die Ausgangsgröße y des Regelkreises *im eingeschwungenen Zustand.*

Aufgabe 6:

Von einem linearen zeitkontinuierlichen zeitinvarianten Zustandsmodell der Form

$$
\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x}, \qquad\qquad y = \mathbf{c}^T\mathbf{x}
$$

sind für unterschiedliche Werte des Anfangszustandes $\mathbf{x}_0$ die Verläufe der Ausgangsgröße $y(t)$ für $t \geq 0$ bekannt:

- für $\mathbf{x}_0^{(1)} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \end{bmatrix}^T$ ergibt sich die Ausgangsgröße $y^{(1)}(t) = 2$,
- für $\mathbf{x}_0^{(2)} = \begin{bmatrix} 2 & 4 \end{bmatrix}^T$ ergibt sich die Ausgangsgröße $y^{(2)}(t) = 2 + 2e^{-t}$.

Ermitteln Sie den Verlauf der Ausgangsgröße $y(t)$ für den Anfangszustand $\mathbf{x}_0 = \begin{bmatrix} 3 & 4 \end{bmatrix}^T$.

Aufgabe 7:

Die Transitionsmatrix eines autonomen LZI Systems

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x},$$

mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3$ und der Ausgangsgröße $y \in \mathbb{R}$ ist gegeben als

$$\Phi(t) = \begin{bmatrix} e^{-3t} & 0 & 0 \\ 0 & e^{-t} & e^{-t} - e^{-3t} \\ 0 & 0 & e^{-3t} \end{bmatrix}.$$

a) Untersuchen Sie, ob dieses LZI System asymptotisch stabil ist.

b) Bestimmen Sie die Systemmatrix $\mathbf{A}$.

Aufgabe 8:

Von einer gebrochen rationalen Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{y(s)}{u(s)}$ *zweiter Ordnung* mit reellen Koeffizienten ist bekannt, dass Folgendes gilt:

$$\lim_{s\to-3} |G(s)| = \infty, \qquad \lim_{s\to-1} |G(s)| = \infty,$$
$$\lim_{t\to\infty} y(t) = 0 \quad \text{für } u(t) = \cos(3t),$$
$$\lim_{t\to\infty} y(t) = 3 \quad \text{für } u(t) = \sigma(t),$$

Ermitteln Sie $G(s)$.

Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik 1** am 30.06.2022

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	3	2	2	2	2	2	3	2	18
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Gegeben sei ein zeitkontinuierliches, lineares zeitinvariantes System mit der Eingangsgröße u, der Ausgangsgröße y und dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 2 \\ \alpha \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}.$$

a) Zeichnen Sie das Strukturbild des Systems.

b) Bestimmen Sie die zugehörige Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{\tilde{y}(s)}{\tilde{u}(s)}$.

c) Ermitteln Sie α so, dass das System *BIBO*-stabil ist.

d) Ermitteln Sie die Sprungantwort $y(t)$ des Systems für den in Punkt *c)* ermittelten Wert von α.

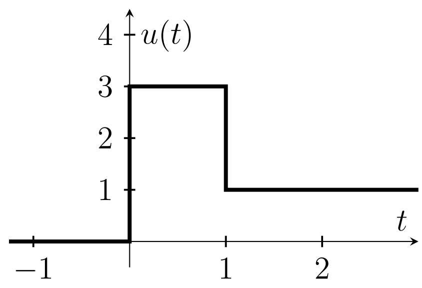
Aufgabe 2:

Gegeben sei ein zeitkontinuierliches lineares zeitinvariantes System mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y, welches durch die Impulsantwort

$$g(t) = 5e^{-2t} - 10e^{-5t}$$

beschrieben werden kann.

- Ermitteln Sie den exakten zeitlichen Verlauf der Ausgangsgröße $y(t)$ für die folgende Eingangsgröße $u(t)$:



Aufgabe 3:

Gegeben sind die folgenden Polynome:

$$p_1(s) = s^5 + 10s^4 + ks^3 + 2s^2 + 5$$
$$p_2(s) = ks^4 + 2s^3 + k^2s^2 - s + 2$$
$$p_3(s) = s^3 + 4s^2 + s + k$$
$$p_4(s) = 5s^3 - ks^2 + 5s - k^2$$

Ermitteln Sie mit Hilfe des Routh-Schemas jeweils den größtmöglichen Wertebereich des reellen Parameters k, für den die nachstehenden Polynome Hurwitzpolynome sind.

a) $p_2(s)$ *b)* $p_4(s)$

c) $p_3(s) + p_4(s)$ *d)* $p_1(s)p_3(s)$

Aufgabe 4:

Gegeben sei folgendes nichtlineares zeitinvariantes System mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_1^3 + x_2 - 3x_1 + u\\ \dot{x}_2 &= x_2^2 - 5x_2 - x_1 + u^2\\ y &= x_2.\end{aligned}$$

Ermitteln Sie die Impulsantwort $g(t)$ des um die Ruhelage $x_{1R} = x_{2R} = u_R = 0$ linearisierten Modells der Form

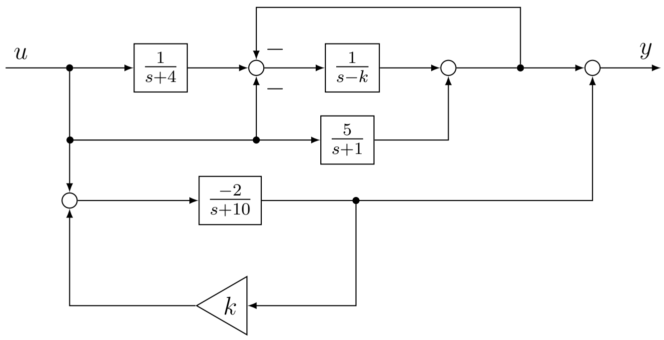
$$\begin{aligned}\frac{d\Delta\mathbf{x}}{dt} &= \mathbf{A}\Delta\mathbf{x} + \mathbf{b}\Delta u,\\ \Delta y &= \mathbf{c}^T\Delta\mathbf{x},\end{aligned}$$

mit

$$\Delta\mathbf{x} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_R, \quad \Delta u = u - u_R \quad \text{und} \quad \Delta y = y - y_R.$$

Aufgabe 5:

Betrachten Sie folgende Zusammenschaltung mehrerer Übertragungssysteme:



a) Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$ des Gesamtsystems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y. Geben Sie $G(s)$ in einer Form ohne Doppel- bzw. Mehrfachbrüche an.

b) Bestimmen Sie den größtmöglichen Wertebereich des Parameters k, für den das Gesamtsystem mit der Übertragungsfunktion $G(s)$ *BIBO*-stabil ist.

Aufgabe 6:

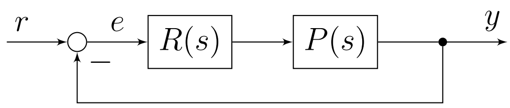
Gegeben sei ein lineares System mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y, welches durch die folgenden Differentialgleichung beschrieben werden kann:

$$\frac{d^5y}{dt^5} + 2\frac{d^4y}{dt^4} - \frac{d^3y}{dt^3} - 2\frac{d^2y}{dt^2} = \frac{d^3u}{dt^3} - \frac{d^2u}{dt^2}.$$

Überprüfen Sie, ob das gegebene System *BIBO*-stabil ist und ermitteln Sie die Sprungantwort $y(t)$ des Systems.

Aufgabe 7:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Standardregelkreises mit der Führungsgröße r, der Regelabweichung e und der Ausgangsgröße y:



Die Übertragungsfunktion der Strecke lautet

$$P(s) = \frac{1}{s+2}.$$

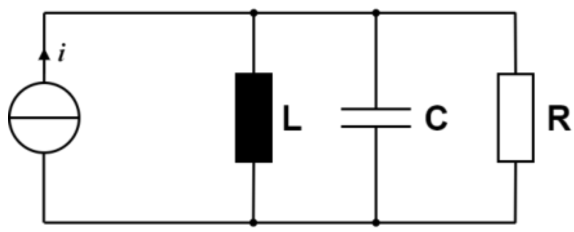
a) Welche Methoden kennen Sie, um günstige Startwerte für die Parameter eines *PID*-Reglers zu finden? (Nennen Sie mindestens 2 Methoden)

b) Legen Sie einen I-Regler $R(s) = \frac{K_I}{s}$ so aus, dass alle Pole der Führungsübertragungsfunktion $T(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{r}(s)}$ bei $s = -1$ liegen.

c) Die Stellgröße u sei beschränkt mit $-5 \leq u \leq 5$, weshalb der in Aufgabe b) entworfene Regler um eine Anti-Windup Maßnahme erweitert werden soll. Zeichnen Sie ein Blockschaltbild des Reglers mit einer Anti-Windup Maßnahme.

Aufgabe 8:

Betrachten Sie folgendes ideales elektrisches Netzwerk bestehend aus einer Stromquelle, einem Widerständen R, einer Kapazität C und einer Induktivität L. Der Strom aus der Stromquelle wird mit i symbolisiert.



a) Fassen Sie das Netzwerk als ein System mit der Eingangsgröße i und der Ausgangsgröße y auf. Dabei soll y der Spannung an der Kapazität C entsprechen. Führen Sie einen geeigneten Zustandsvektor $\mathbf{x}$ ein und ermitteln Sie ein lineares zeitinvariantes mathematisches Modell der Form

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u\\ y &= \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du.\end{aligned}$$

b) Der Widerstand R wird nun aus der Schaltung entfernt. Berechnen Sie die Sprungantwort des abgeänderten Systems.

Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik 1** am 06.12.2022

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	2	2	3	3	2	2	2	2	18
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Gegeben sei ein zeitkontinuierliches, lineares zeitinvariantes System mit der Ausgangsgröße y und dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 7 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 4 \end{bmatrix} \mathbf{x}.$$

a) Ermitteln Sie den zeitlichen Verlauf der Ausgangsgröße $y^{(1)}(t)$ für $\mathbf{x}_0^{(1)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}^T$.

b) Ermitteln Sie den zeitlichen Verlauf der Ausgangsgröße $y^{(2)}(t)$ für $\mathbf{x}_0^{(2)} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix}^T$.

c) Ermitteln Sie den Anfangszustand $x_0^{(3)}$ so, dass für die Ausgangsgröße $y^{(3)}(t) = 5e^{-t} - 2e^{7t}$ gilt.

Aufgabe 2:

Gegeben sei das folgende Zustandsmodell zweiter Ordnung mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$, der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \beta & 1-\beta \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u,$$
$$y = \begin{bmatrix} \alpha & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}.$$

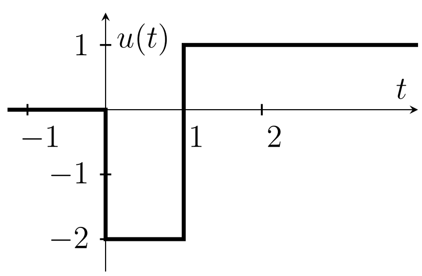
Ermitteln Sie den größtmöglichen Wertebereich für die reellen Konstanten α und β so, dass die zugehörige Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{\tilde{y}(s)}{\tilde{u}(s)}$ *BIBO*-stabil ist.

Aufgabe 3:

Gegeben ist die Übertragungsfunktion eines *linearen zeitinvarianten* Systems:

$$G(s) = \frac{2}{s^2 + 11s + 30}.$$

Als Eingangsgröße $u(t)$ wird der folgende zeitliche Verlauf gewählt.



Ermitteln Sie den zeitlichen Verlauf der Ausgangsgröße $y(t)$.

Aufgabe 4:

Gegeben sei ein nichtlineares Zustandsmodell dritter Ordnung mit der Eingangsgröße u, der Ausgangsgröße y und dem Zustandsvektor $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{bmatrix}^T$:

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= x_1 x_2 x_3, \\ \frac{dx_2}{dt} &= -4u^2 + x_2^2, \\ \frac{dx_3}{dt} &= \cos(x_3), \\ y &= x_2 x_3 u. \end{aligned}$$

Ermitteln sie für die Ruhelage $u_R = 1$ und $\mathbf{x}_R = \begin{bmatrix} 0 & 2 & \frac{\pi}{2} \end{bmatrix}^T$ das linearisierte Zustandsmodell

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta\mathbf{x}}{dt} &= \mathbf{A}\Delta\mathbf{x} + \mathbf{b}\Delta u, \\ \Delta y &= \mathbf{c}^T\Delta\mathbf{x} + d\Delta u, \end{aligned}$$

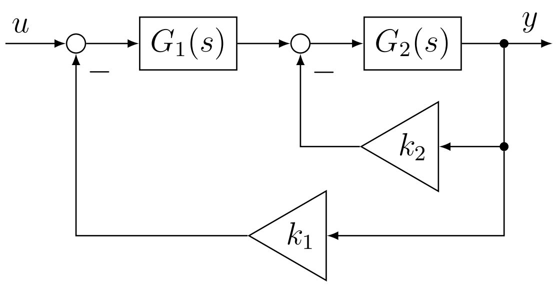
wobei

$$\Delta\mathbf{x} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_R, \quad \Delta u = u - u_R \quad \text{und} \quad \Delta y = y - y_R$$

gilt.

Aufgabe 5:

Betrachten Sie folgende Zusammenschaltung zweier Übertragungssysteme mit den Übertragungsfunktionen $G_1(s)$, $G_2(s)$:



Hierbei sind k_1 und k_2 reelle Parameter. Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$ des Gesamtsystems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y. Lösen Sie eventuelle Mehrfachbrüche auf.

Aufgabe 6:

Gegeben sind die folgenden Polynome:

$$
\begin{aligned}
p_1(s) &= s^4 - 7ks^3 + 3s^2 + ks + k^2 \\
p_2(s) &= s^3 + 4s^2 + s + k \\
p_3(s) &= 3ks^2 + ks + 5k - 3
\end{aligned}
$$

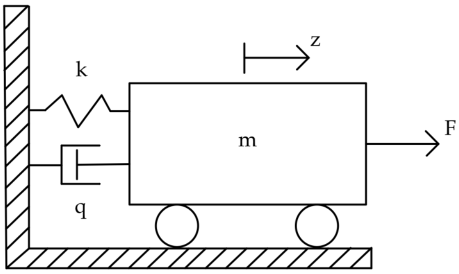
Ermitteln Sie jeweils den größtmöglichen Wertebereich des reellen Parameters k, für den die Polynome

$$a)\ p_1(s) \qquad b)\ p_2(s) \qquad c)\ p_3(s) \qquad d)\ p_2(s)p_3(s)$$

Hurwitzpolynome sind.

Aufgabe 7:

Betrachten Sie folgenden schematischen Aufbau eines mechanischen Systems,



wobei die Masse m durch eine Feder mit der linearen Federkennlinie $F_k = kz$ und einem geschwindigkeitsproportionalen Dämpfer $F_q = q\dot{z}$ an eine starre Wand gekoppelt ist. Auf die Masse m wirkt zusätzlich die Kraft F.
Fassen Sie den Aufbau als ein System mit der Eingangsgröße $u := F$ auf. Die Ausgangsgröße y soll der Beschleunigung der Masse m entsprechen. Ermitteln Sie ein lineares zeitinvariantes mathematisches Modell der Form

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u, \qquad\qquad y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du.$$

Aufgabe 8:

Betrachten Sie das System

$$
\begin{aligned}
\frac{d\mathbf{x}}{dt} &= \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix} u \\
y &= \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x} - u
\end{aligned}
$$

mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y. Geben Sie *alle* Ruhelagen des Systems an, die zur Ausgangsgröße $y(t) = 0$ führen.