Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik 1** am 03.02.2021 [1]

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	3	2	2	3	2	2	2	3	19
erreichte Punkte									

[1] Vorbehaltlich der Korrektur von Schreibfehlern.

Aufgabe 1:

Gegeben sind die folgenden Polynome:

$$
\begin{aligned}
p_1(s) &= s^5 + 10s^4 + ks^3 + 2s^2 + 5 \\
p_2(s) &= ks^4 + 2s^3 + k^2s^2 - s + 2 \\
p_3(s) &= s^3 + 2s^2 + s + k \\
p_4(s) &= 15s^2 + ks + 27
\end{aligned}
$$

Ermitteln Sie mit Hilfe des Routh-Schemas jeweils den größtmöglichen Wertebereich des reellen Parameters k, für den die folgenden Polynome Hurwitzpolynome sind.

a) $p_1(s) + p_2(s)$

b) $p_1(s)p_4(s)$

c) $p_3(s)p_4(s)$

d) $p_3(s) + p_4(s)$

e) $p_1(s)p_2(s)$

Aufgabe 2:

Gegeben ist die Impulsantwort eines *linearen zeitinvarianten* Systems:

$$g(t) = 4e^{-3t} + 10e^{-t} + 1.2e^{-10t} + 5.$$

Ist das dazugehörende System BIBO-stabil? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

Aufgabe 3:

Gegeben sei ein zeitkontinuierliches lineares zeitinvariantes System mit der Eingangsgröße u, der Ausgangsgröße y und dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$:

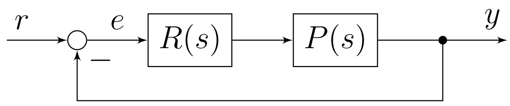
$$
\begin{aligned}
\frac{d\mathbf{x}}{dt} &= \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -3 & 3 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \\
y &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}.
\end{aligned}
$$

a) Ermitteln Sie die Transitionsmatrix $\mathbf{\Phi}(t)$ des Systems.

b) Ermitteln Sie den zeitlichen Verlauf der Ausgangsgröße $y(t)$ für $u(t) = 0$ und $\mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}^T$.

Aufgabe 4:

Gegeben sei folgender Regelkreis mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Die Übertragungsfunktion der Strecke ist gegeben als

$$P(s) = \frac{1}{s^3 + 4s^2 + 1}.$$

Zeigen Sie in mathematisch nachvollziehbarer Weise, dass es weder mit einem P- noch mit einem PI-Regler möglich ist, einen BIBO-stabilen geschlossenen Regelkreis zu erhalten.

Aufgabe 5:

Lösen Sie die folgende Differentialgleichung

$$\ddot{y}(t) + 4\dot{y}(t) + 3y(t) = e^{-2t} + 1, \quad \dot{y}(0) = y(0) = 0,$$

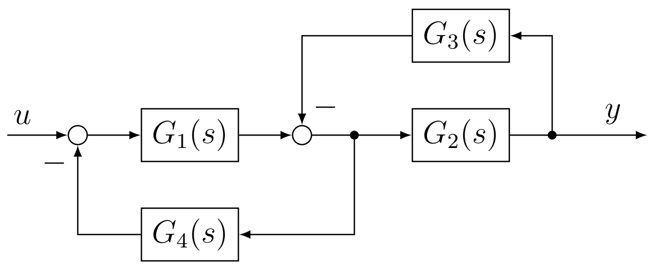
mit Hilfe der Laplace Transformation.

Aufgabe 6:

Erklären Sie den Windup-Effekt im Detail. Wann tritt dieser auf? Welche Gegenmaßnahmen gibt es?

Aufgabe 7:

Betrachten Sie folgende Zusammenschaltung von Übertragungssystemen mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y:



Berechnen Sie die Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{u}(s)}$ des Gesamtsystems.

Aufgabe 8:

Gegeben sind nichtlineare Zustandsmodelle,

System 1:

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} x_1^2 x_2 + u_1^3 \\ x_2^3(1 - x_1) \end{bmatrix}$$

$$y_1 = 2x_2^2$$

System 2:

$$\dot{\mathbf{z}} = \begin{bmatrix} u_2^2 \frac{1}{z_1^2} - z_2 \\ (z_1 - 2)^2 \end{bmatrix}$$

$$y_2 = \frac{z_1}{z_2^2}$$

wobei System 1 mit den Zustandsgrößen x_1 und x_2, der Eingangsgröße u_1 und der Ausgangsgröße y_1 und System 2 mit den Zustandsgrößen z_1 und z_2, der Eingangsgröße u_2 und der Ausgangsgröße y_2 beschrieben wird. Es wird die Reihenschaltung der beiden Systeme betrachtet, d.h. der Ausgang des Systems 1 wirkt als Eingang des Systems 2 $y_1 = u_2$.

a) Berechnen Sie für $u = u_R = 1$ die Ruhelage beider Teilsysteme.

b) Ermitteln Sie, basierend auf der berechneten Ruhelage, linearisierte Modelle beider Teilsysteme.

c) Ermitteln Sie für die linearisierten Zustandsmodelle die Gesamtübertragungsfunktion $G(s) = \frac{\bar{y}_2(s)}{\bar{u}_1(s)}$.

Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik 1** am 24.03.2021 [1]

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	3	2	2	2	2	2	2	2	17
erreichte Punkte									

[1] Vorbehaltlich der Korrektur von Schreibfehlern.

Aufgabe 1:

Gegeben sei folgendes nichtlineares zeitinvariantes System mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2\\ \dot{x}_2 &= -5\sin(x_1) - 6x_2 + \frac{1}{10}u\\ y &= x_1.\end{aligned}$$

Ermitteln Sie die Impulsantwort $g(t)$ des um die Ruhelage $x_{1R} = x_{2R} = u_R = 0$ linearisierten Modells der Form

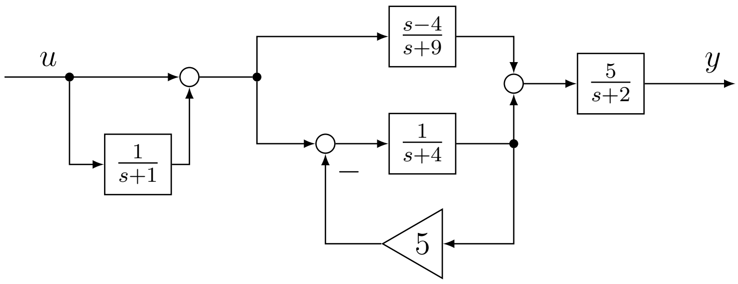
$$\begin{aligned}\frac{d\Delta\mathbf{x}}{dt} &= \mathbf{A}\Delta\mathbf{x} + \mathbf{b}\Delta u,\\ \Delta y &= \mathbf{c}^T\Delta\mathbf{x},\end{aligned}$$

mit

$$\Delta\mathbf{x} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_R, \quad \Delta u = u - u_R \quad \text{und} \quad \Delta y = y - y_R.$$

Aufgabe 2:

Betrachten Sie folgende Zusammenschaltung mehrerer Übertragungssysteme:



a) Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$ des Gesamtsystems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y. Geben Sie $G(s)$ in einer Form ohne Doppel- bzw. Mehrfachbrüche an.

Aufgabe 3:

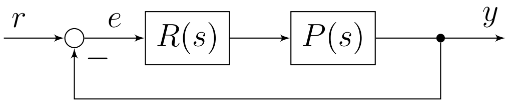
Gegeben sei ein lineares zeitinvariantes System mit der Eingangsgröße u, der Ausgangsgröße y und dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$:

$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{x}}{dt} &= \begin{bmatrix}0 & 1\\ -3 & -4\end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}u,\\ y &= \begin{bmatrix}3 & 1\end{bmatrix}\mathbf{x}.\end{aligned}$$

Berechnen Sie die Systemantwort $y(t)$ für $\mathbf{x}_0 = \mathbf{x}(t=0) = \begin{bmatrix}1 & 1\end{bmatrix}^T$.

Aufgabe 4:

Gegeben sei ein Standardregelkreis



wobei die Regelstrecke durch die Übertragungsfunktion

$$P(s) = 3\frac{s^2 + s + 9}{s^3}$$

beschrieben werden kann.

a) Als Regler wird $R(s) = K$ verwendet, wobei K ein reeller Parameter ist. Ermitteln Sie in mathematisch nachvollziehbarer Weise den größtmöglichen Wertebereich des reellen Parameters K, für den die Führungsübertragungsfunktion $T(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{r}(s)}$ BIBO-stabil ist.

b) Ermitteln Sie $e(t)$ im *eingeschwungenen Zustand* für $r(t) = \cos(3t)$ und

$$i) \quad K = 4 \qquad\qquad ii) \quad K = \frac{1}{4}.$$

Aufgabe 5:

Gegeben sei ein lineares zeitinvariantes System mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y, welches durch die Übertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{1 - s}{s^2 + 2s}$$

beschrieben wird.
Welche der Ihnen bekannten Einstellregeln kann für diese Regelstrecke verwendent werden, um die Parameter eines PID-Reglers zu ermitteln?

a) Begründen Sie Ihre Wahl.

b) Beschreiben Sie die Einstellregel im Detail.

Aufgabe 6:

Gegeben sei folgende Übertragungsfunktion eines linearen zeitinvarianten Systems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y:

$$G(s) = \frac{s + 3}{(s + 1)(s + 2)(s + 4)}.$$

a) Ermitteln Sie die dazugehörige Differenzialgleichung des Systems.

b) Ermitteln Sie die Systemantwort $y(t)$ für $u(t) = 0$, $y(0) = \dot{y}(0) = 0$ und $\ddot{y}(0) = 1$.

Aufgabe 7:

Gegeben sind das lineare System mit der Eingangsgröße u und dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 1 & 0.5 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 4 \\ 16 \end{bmatrix} u,$$

sowie das nichtlineare System mit der Eingangsgröße u und der Zustansvariable v

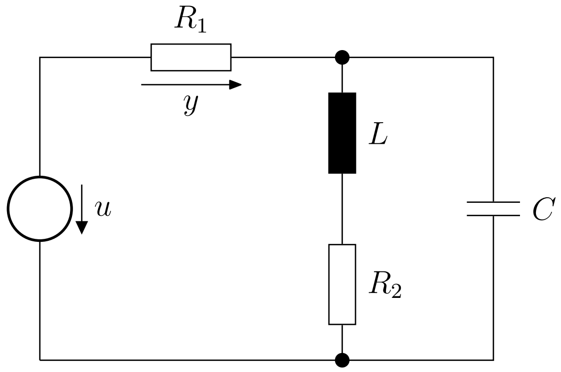
$$\dot{v} = (|v| - 2)(v^2 - 9v - 10)u.$$

a) Ermitteln Sie für beide Systeme für $u = u_R = 1$ alle möglichen Ruhelagen.

b) Stellen Sie die ermittelten Ruhelagen des linearen Systems grafisch in der $x_1 - x_2$-Ebene dar.

Aufgabe 8:

Gegeben sei folgendes ideale elektrische Netzwerk bestehend aus einer Spannungsquelle, den zwei Ohmschen Widerständen R_1 und R_2, der Kapazität C und der Induktivität L. Die Spannung an der Spannungsquelle wird mit u symbolisiert, mit y wird der Spannungsabfall am Widerstand R_1 bezeichnet.



Fassen Sie die Schaltung als ein System mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y auf. Ermitteln Sie ein lineares zeitinvariantes mathematisches Modell der Form

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u, \qquad y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du.$$

Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik 1** am 28.04.2021 [1]

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	2	2	2	2	2	2	2	2	16
erreichte Punkte									

[1] Vorbehaltlich der Korrektur von Schreibfehlern.

Aufgabe 1:

Gegeben sei folgendes lineares zeitinvariantes System mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$, der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y:

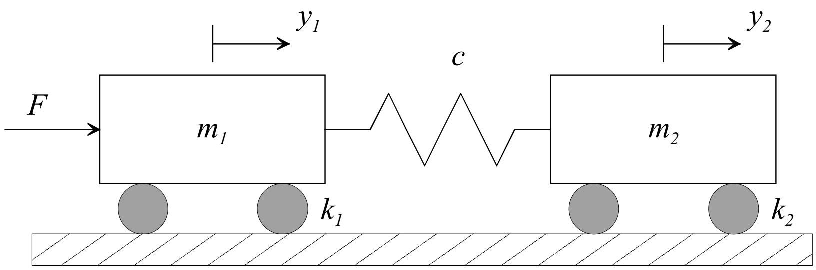
$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -2 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u,$$
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}.$$

a) Berechnen Sie die Ausgangsgröße $y(t)$ für $\mathbf{x}_0 = \mathbf{x}(0) = \mathbf{0}$ und $u(t) = \sigma(t)$.

b) Berechnen Sie die Ausgangsgröße $y(t)$ für $\mathbf{x}_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$ und $u(t) = 0$.

Aufgabe 2:

Betrachten Sie folgenden schematischen Aufbau eines Zwei-Massen-Systems,



wobei die beiden Massen durch eine Feder mit der linearen Federkennlinie $F_c = c(y_1 - y_2)$ gekoppelt sind. Auf beide Massen wirken geschwindigkeitsproportionale Reibkräfte $F_{Ri} = \dot{y}_i k_i$. Auf die Masse m_1 wirkt zusätzlich die Kraft F.
Fassen Sie den Aufbau als ein System mit der Eingangsgröße $u := F$ und der Ausgangsgröße $y := y_2$ auf. Ermitteln Sie ein lineares zeitinvariantes mathematisches Modell der Form

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u, \qquad y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du.$$

Aufgabe 3:

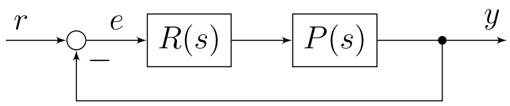
Von einer gebrochen rationalen Übertragungsfunktion $G(s)$ mit reellen Koeffizienten ist bekannt, dass Folgendes gilt:

- $\lim_{t\to\infty} y(t) = 0$ für $u(t) = \sin(t)$
- $y(t) = \sigma(t) + Ae^{-t} + Be^{-2t}$ für $u(t) = \sigma(t)$, wobei A und B reelle Koeffizienten sind und $\sigma(t)$ den Einheitssprung symbolisiert.

Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$.

Aufgabe 4:

Gegeben sei folgendes Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r, dem Regelfehler e und der Ausgangsgröße y:



Die Regelstrecke und der Regler sind als Übertragungsfunktionen

$$P(s) = \frac{k}{1 + s\tau}, \qquad \text{und } R(s) = \frac{k_p s + k_I}{s}.$$

gegeben, wobei τ, k, k_p und k_I positive Parameter sind.

a) Berechnen Sie die Führungsübertragungsfunktion $T(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{r}(s)}$ des geschlossenen Regelkreises.

b) Zeigen Sie in mathematisch nachvollziehbarer Weise, dass für $r(t) = \sigma(t)$

$$y_\infty = \lim_{t\to\infty} y(t) = 1$$

gilt.

c) Wählen Sie nun die Paramter $k = \tau = k_p = k_I = 1$. Ermitteln Sie für $r(t) = \sin(t)$ die Ausgangsgröße y des Regelkreises *im eingeschwungenen Zustand.*

Aufgabe 5:

Es sei ein Polynom $p(s) = s^4 + s^3 + s^2 + a_1 s + a_0$ gegeben. Ermitteln Sie den größtmöglichen Wertebereich der reellen Parameter a_0 und a_1, für den $p(s)$ ein Hurwitzpolynom ist und stellen Sie diesen grafisch dar.

Aufgabe 6:

Gegeben sei die Übertragungsfunktion eines *realen* PD-Reglers:

$$R(s) = \frac{\bar{u}(s)}{\bar{e}(s)} = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{s}{1 + 0.5s}\right)$$

Berechnen Sie die Sprungantwort des Reglers, d.h. $u(t)$ für $e(t) = \sigma(t)$.

Aufgabe 7:

Gegeben sei das folgende nichtlineare zeitkontinuierliche System:

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= x_2\\ \frac{dx_2}{dt} &= x_1^2 + 2x_1x_2 - cos(x_2)\\ \frac{dx_3}{dt} &= x_1 + x_1^2u - \sqrt{x_3}.\\ y &= x_1^2u^2\end{aligned}$$

Ermitteln Sie für $u = u_R = 2$ *alle* Ruhelagen $\mathbf{x}_R$ des Systems sowie die dazugehörigen linearisierten Zustandsmodelle der Form

$$\begin{aligned}\frac{d\Delta\mathbf{x}}{dt} &= \mathbf{A}\Delta\mathbf{x} + \mathbf{b}\Delta u,\\ \Delta y &= \mathbf{c}^T\Delta\mathbf{x} + d\Delta u,\end{aligned}$$

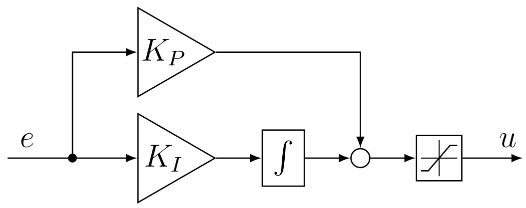
wobei

$$\Delta\mathbf{x} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_R, \quad \Delta u = u - u_R \quad \text{und} \quad \Delta y = y - y_R$$

gilt.

Aufgabe 8:

Betrachten Sie folgendes Strukturbild eines PI-Reglers mit dem Regelfehler e und der Stellgröße u:



Erweitern Sie das Strukturbild um eine Anti-Windup Maßnahme. Warum ist diese Maßnahme notwendig? (*Erklären Sie den auftretenden Effekt im Detail!*)

Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik 1** am 23.06.2021 [1]

Name / Vorname(n):

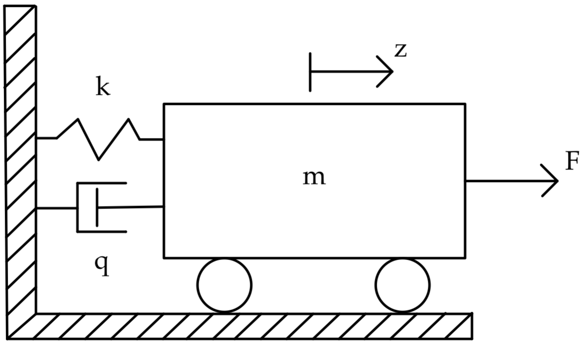
Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	2	2	2	2	2	3	2	2	17
erreichte Punkte									

[1] Vorbehaltlich der Korrektur von Schreibfehlern.

Aufgabe 1:

Betrachten Sie folgenden schematischen Aufbau eines mechanischen Systems,



wobei die Masse m durch eine Feder mit der linearen Federkennlinie $F_k = kz$ und einem geschwindigkeitsproportionalen Dämpfer $F_q = q\dot{z}$ an eine starre Wand gekoppelt ist. Auf die Masse m wirkt zusätzlich die Kraft F.
Fassen Sie den Aufbau als ein System mit der Eingangsgröße $u := F$ auf. Die Ausgangsgröße y soll der Beschleunigung der Masse m entsprechen. Ermitteln Sie ein lineares zeitinvariantes mathematisches Modell der Form

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u, \qquad y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du.$$

Aufgabe 2:

Gegeben sei das Polynom

$$p(s) = (-1)s^4 + \alpha s^3 + 2\beta s^2 + \alpha s + \beta - 1.$$

Ermitteln Sie mit Hilfe des Routh-Schemas Bedingungen für die Parameter α und β, welche notwendig und hinreichend dafür sind, dass $p(s)$ ein Hurwitzpolynom ist.

Aufgabe 3:

Geben Sie zu folgenden linearen zeitinvarianten Übertragungsgliedern jeweils die Übertragungsfunktion $G(s)$ an und skizzieren Sie jeweils eine typische Sprungantwort $h(t)$:

- Proportionalglied;
- Verzögerungsglied erster Ordnung (PT_1-Glied);

Aufgabe 4:

Gegegeben sei das System

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= -x_1^3 + x_1 x_2\\ \dot{x}_2 &= x_1^2 - x_2\end{aligned}$$

mit den Zustandsvariablen x_1 und x_2.

a) Zeigen Sie, dass die Punkte $\mathbf{x}_{R1} = \begin{bmatrix}0 & 0\end{bmatrix}^T$ und $\mathbf{x}_{R2} = \begin{bmatrix}1 & 1\end{bmatrix}^T$ Ruhelagen des Systems sind.

b) Bestimmen Sie ein lineares, zeitinvariantes System zur näherungsweisen Beschreibung des Verhaltens des gegebenen nichtlinearen Systems für Anfangszustände „nahe“zum Punkt $\mathbf{x}_{R2}$.

Aufgabe 5:

Zur Regelung einer Strecke mit der Übertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{10}{s(s+2)}$$

soll ein realisierbarer PD-Regler eingesetzt werden.

a) Geben Sie eine Übertragungsfunktion möglichst niedriger Ordung eines realisierbaren PD-Reglers an.

b) Berechnen Sie die Führungsübertragungsfunktion $T(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{r}(s)}$ eines Standardregelkreises mit der gegebenen Strecke und den in Punkt a) ermittelten PD-Regler.

c) Begründen sie nachvollziehbar ob dieser Standardregelkreis konstante Störungen am Streckenausgang stationär unterdrücken kann.

Aufgabe 6:

Von einer gebrochen rationalen Übertragungsfunktion $G(s)$ *zweiter Ordnung* mit reellen Koeffizienten ist bekannt, dass Folgendes gilt:

$$\lim_{s\to -1-j} |G(s)| = \infty, \qquad\qquad G(0) = 2.$$

Weiters ist bekannt, dass im *eingeschwungenen Zustand* $y(t) = 0$ gilt, wenn $u(t) = \sin(t)$ gewählt wird.
Ermitteln Sie $G(s)$.

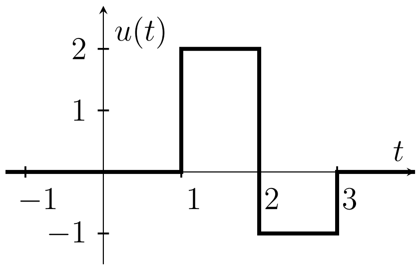
Aufgabe 7:

Gegeben sei ein zeitkontinuierliches lineares zeitinvariantes System mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y, das durch die *Impulsantwort*

$$g(t) = \left(-15e^{-5t} + 5e^{-t}\right)\sigma(t)$$

beschrieben wird.

- Ermitteln Sie den exakten zeitlichen Verlauf der Ausgangsgröße $y(t)$ für die folgende Eingangsgröße:



Aufgabe 8:

Gegeben sei ein zeitkontinuierliches lineares zeitinvariantes System mit der Eingangsgröße u, der Ausgangsgröße y und dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -3 & 3 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}\mathbf{x}.$$

Ermitteln Sie den zeitlichen Verlauf der Ausgangsgröße $y(t)$ für $u(t) = 0$ und $\mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}^T$.

Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik 1** am 28.10.2021 [1]

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	3	2	2	3	2	2	2	2	18
erreichte Punkte									

[1] Vorbehaltlich der Korrektur von Schreibfehlern.

Aufgabe 1:

Gegeben sei ein zeitkontinuierliches, lineares zeitinvariantes System mit der Eingangsgröße u, der Ausgangsgröße y und dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} \alpha \\ -1 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}.$$

a) Zeichnen Sie das Strukturbild des Systems.

b) Bestimmen Sie die zugehörige Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{\tilde{y}(s)}{\tilde{u}(s)}$.

c) Ermitteln Sie α so, dass das System *BIBO*-stabil ist.

Aufgabe 2:

Gegeben sei das System:

$$\dot{x}_1 = -x_2$$
$$\dot{x}_2 = x_1^2 - 2x_1x_2 - \cos(x_2)$$
$$\dot{x}_3 = x_1 + x_1^2 - \sqrt{x_3}$$

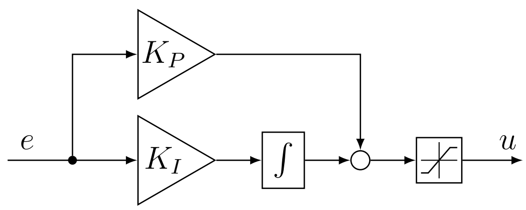
mit den Zustandsvariablen x_1, x_2 und x_3.

a) Zeigen Sie, dass die Punkte $\mathbf{x}_{R1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 4 \end{bmatrix}^T$ und $\mathbf{x}_{R2} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$ Ruhelagen des Systems sind.

b) Bestimmen Sie ein lineares, zeitinvariantes System zur näherungsweisen Beschreibung des Verhaltens des gegebenen nichtlinearen Systems für Anfangszustände „nahe“ zum Punkt $\mathbf{x}_{R1}$.

Aufgabe 3:

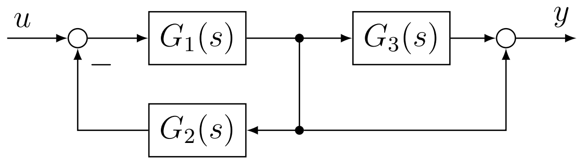
Betrachten Sie folgendes Strukturbild eines PI-Reglers mit dem Regelfehler e und der beschränkten Stellgröße u:



Erweitern Sie das Strukturbild um eine Anti-Windup-Maßnahme. Warum ist diese Maßnahme notwendig?

Aufgabe 4:

Betrachten Sie folgende Zusammenschaltung der drei Übertragungssysteme mit den Übertragungsfunktionen $G_1(s)$, $G_2(s)$ und $G_3(s)$:



a) Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G(s) := \left.\frac{\overline{y}(s)}{\overline{u}(s)}\right|_{AW=0}$ allgemein in Abhängigkeit der Übertragungsfunktionen $G_1(s)$, $G_2(s)$ und $G_3(s)$.

b) Zeigen Sie, dass für die gegebenen *Impulsantworten*

$$g_1(t) = e^{-5t}\sigma(t), \qquad g_2(t) = ke^{-t}\sigma(t), \qquad g_3(t) = e^{-t}\sigma(t)$$

die Übertragungsfunktion $G(s)$ durch

$$G(s) = \frac{s+2}{s^2+6s+5+k}$$

gegeben ist. Hierbei ist k ein *reeller* Parameter.

c) Bestimmen Sie den größtmöglichen Wertebereich des Parameters k, für den das Gesamtsystem mit der Übertragungsfunktion $G(s)$ *BIBO*-stabil ist.

Aufgabe 5:

Gegeben sei ein zeitkontinuierliches, lineares zeitinvariantes System mit der Eingangsgröße u, der Ausgangsgröße y und dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}.$$

a) Ermitteln Sie den zeitlichen Verlauf der Ausgangsgröße $y^{(1)}(t)$ für $u(t) = 0$ und $\mathbf{x}_0^{(1)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}^T$.

b) Ermitteln Sie den zeitlichen Verlauf der Ausgangsgröße $y^{(2)}(t)$ für $u(t) = 0$ und $\mathbf{x}_0^{(2)} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix}^T$.

c) Ermitteln Sie den Anfangszustand $x_0^{(3)}$ so, dass für die Ausgangsgröße $y^{(3)}(t) = 5e^{-t} - 2e^{3t}$ gilt.

Aufgabe 6:

Ermitteln Sie mit Hilfe des Routh-Schemas jeweils den größtmöglichen Wertebereich des reellen Parameters k, für die die einzelnen Polynome Hurwitzpolynome sind.

$$i)\quad p_2(s) = 27s^5 + s^4 + 9s^3 + s^2 + 100k$$
$$ii)\quad p_3(s) = s^2 + k^2 s + 40$$
$$iii)\quad p_4(s) = ks^3 + \frac{1}{k}s^2 + s + 1$$

Aufgabe 7:

Gegeben sei eine Regelstrecke, an der gefahrlos verschiedenste Experimente durchgeführt werden können. Es soll ein *PID*-Regler zur Regelung dieser Strecke ausgelegt werden.

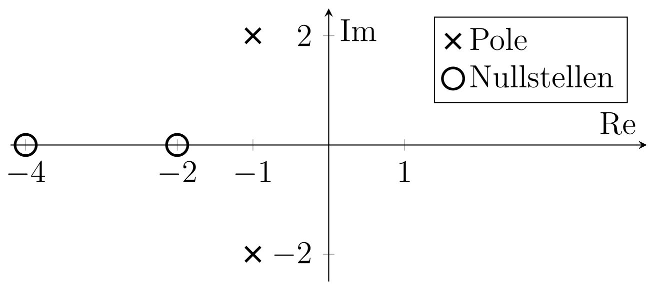
a) Geben Sie die Übertragungsfunktion eines realisierbaren *PID-Reglers* an.

b) Welche Methoden kennen Sie, um günstige Startwerte für die gesuchten Reglerparameter zu finden? (Nennen Sie mindestens 2 Methoden)

c) Erklären Sie eine der Methoden im Detail.

Aufgabe 8:

Betrachten Sie folgenden PN-Plan der Übertragungsfunktion $G(s)$ eines zeitkontinuierlichen, linearen zeitinvarianten Übertragungssystems (alle eingezeichneten Pole und Nullstellen haben Vielfachheit eins).



Ferner ist bekannt, dass die Ausgangsgröße $y(t)$ für die Eingangsgröße $u(t) = \sigma(t)$ (d.h. für einen Einheitssprung) die Relation

$$\lim_{t\to\infty} y(t) = 8$$

erfüllt. Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$.

Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik 1** am 01.12.2021 [1]

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	2	2	2	3	3	2	2	3	19
erreichte Punkte									

[1] Vorbehaltlich der Korrektur von Schreibfehlern.

Aufgabe 1:

Gegeben sei das System:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -x_1^3 + x_1 x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_1^2 - x_2 + \cos(x_3) \\ \dot{x}_3 &= -x_2 x_1 + x_1^3 + 2x_3 - \pi \end{aligned}$$

mit den Zustandsvariablen x_1, x_2 und x_3.

a) Bestimmen Sie alle Ruhelagen des Systems.

b) Bestimmen Sie ein lineares, zeitinvariantes System zur näherungsweisen Beschreibung des Verhaltens des gegebenen nichtlinearen Systems für Anfangszustände „nahe“ zu einer Ruhelage $x_R = [x_{1,R} \quad x_{2,R} \quad x_{3,R}]^T$ für welche $x_{1,R} = -1$ ist.

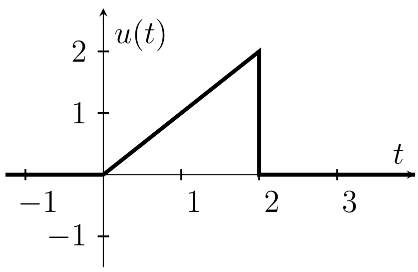
Aufgabe 2:

Gegeben sei ein zeitkontinuierliches lineares zeitinvariantes System mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y, das durch die *Impulsantwort*

$$g(t) = e^{-t}\sigma(t) + 2\delta(t)$$

beschrieben wird.

- Ermitteln Sie den exakten zeitlichen Verlauf der Ausgangsgröße $y(t)$ für die folgende Eingangsgröße:



Aufgabe 3:

Ermitteln Sie mit Hilfe des Routh-Schemas jeweils den größtmöglichen Wertebereich des reellen Parameters k, für die die einzelnen Polynome Hurwitzpolynome sind.

i) $p_1(s) = s^5 + 2s^4 + 5s^3 + s^2 + (k + 12)$

ii) $p_2(s) = s^2 + k^2 s + 4 + k$

iii) $p_3(s) = ks^3 + \frac{k}{2}s^2 + 2s + 1$

iv) $p_4(s) = 4s^3 + s^4 + 2s^2 + 10 + 4s$

Aufgabe 4:

Gegeben sei ein zeitkontinuierliches, lineares zeitinvariantes System mit der Eingangsgröße u, der Ausgangsgröße y, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und dem reellen Parameter α:

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{x}}{dt} &= \begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 1 & -3 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} \alpha \\ 1 \end{bmatrix} u \\ y &= \begin{bmatrix} 0 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{x}. \end{aligned}$$

a) Zeichnen Sie das Strukturbild des Systems.

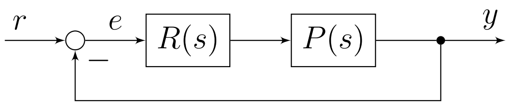
b) Bestimmen Sie die zugehörige Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{\tilde{y}(s)}{\tilde{u}(s)}$.

c) Ermitteln Sie den reellen Parameter α so, dass das System *BIBO*-stabil ist.

d) Ermitteln Sie die Sprungantwort $y(t)$ des Systems für den in Punkt *c)* ermittelten Wert von α.

Aufgabe 5:

Gegeben sei ein Standardregelkreis



wobei die Regelstrecke durch die Übertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{s^2 + s + 1}{s^3}$$

beschrieben werden kann.

a) Welche Methoden kennen Sie, um günstige Startwerte für die Parameter eines *PID*-Reglers zu finden? (Nennen Sie mindestens 2 Methoden)

b) Welche Methode(n) können für diese Strecke $P(s)$ verwendet werden? (Begründen Sie ihre Antwort).

c) Als Regler wird $R(s) = K$ verwendet, wobei K ein reeller Parameter ist. Ermitteln Sie in mathematisch nachvollziehbarer Weise den größtmöglichen Wertebereich des reellen Parameters K, für den die Führungsübertragungsfunktion $T(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{r}(s)}$ BIBO-stabil ist.

d) Ermitteln Sie $e(t)$ im *eingeschwungenen Zustand* für $r(t) = \cos(2t)$ und $K = 4$.

Aufgabe 6:

Geben Sie zu folgenden linearen zeitinvarianten Übertragungsgliedern jeweils die Übertragungsfunktion $G(s)$ an und skizzieren Sie jeweils eine typische Sprungantwort $h(t)$:

a) Integrierer.

b) Verzögerungsglied erster Ordnung (PT_1-Glied).

c) Realisierbarer *PID-Regler*.

Aufgabe 7:

Von einem linearen zeitkontinuierlichen zeitinvarianten Zustandsmodell der Form

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x}, \qquad\qquad y = c^T\mathbf{x}$$

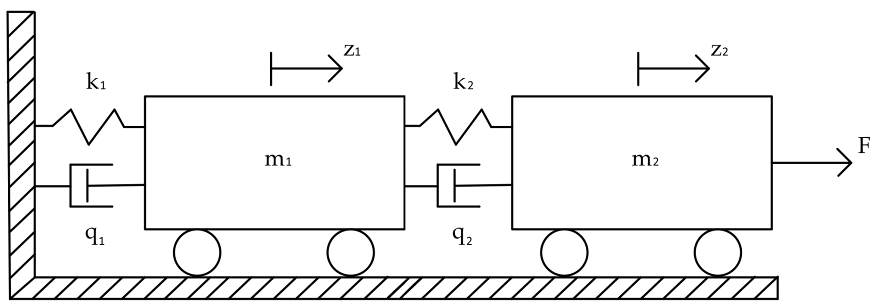
sind für unterschiedliche Werte des Anfangszustandes $\mathbf{x}_0$ die Verläufe der Ausgangsgröße $y(t)$ für $t \geq 0$ bekannt:

- für $\mathbf{x}_0^{(1)} = \begin{bmatrix} 5 & 0 \end{bmatrix}^T$ ergibt sich die Ausgangsgröße $y^{(1)}(t) = 1$,
- für $\mathbf{x}_0^{(2)} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix}^T$ ergibt sich die Ausgangsgröße $y^{(2)}(t) = 5 + 3e^{-t}$.

Ermitteln Sie den Verlauf der Ausgangsgröße $y(t)$ für den Anfangszustand $\mathbf{x}_0 = \begin{bmatrix} 3 & 4 \end{bmatrix}^T$.

Aufgabe 8:

Betrachten Sie folgenden schematischen Aufbau eines Zwei-Massen-Systems,



wobei die erste Masse m_1 durch eine Feder mit der linearen Federkennlinie $F_{k1} = k_1 z_1$ und einem geschwindigkeitsproportionalen Dämpfer $F_{q1} = q_1 \dot{z}_1$ an eine starre Wand gekoppelt ist. Die zweite Masse m_2 ist mit der ersten Masse m_1 durch eine Feder mit einer linearen Federkennlinie $F_{k2} = k_2(z_1 - z_2)$ und einem geschwindigkeitsproportionalen Dämpfer $F_{q2} = q_2(\dot{z}_1 - \dot{z}_2)$ gekoppelt. Auf die zweite Masse m_2

wirkt zusätzlich die Kraft F.

Wählen Sie geeignete Zustandsgrößen (Beispielsweise: $\mathbf{x} = [z_1 \quad \dot{z}_1 \quad z_2 \quad \dot{z}_2]^T$) und fassen Sie den Aufbau als ein System mit der Eingangsgröße $u := F$ auf. Die Ausgangsgröße y soll der Position der Masse m_1 entsprechen. Ermitteln Sie ein lineares zeitinvariantes mathematisches Modell der Form

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u, \qquad\qquad y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du.$$