Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik 1** am 04.02.2020

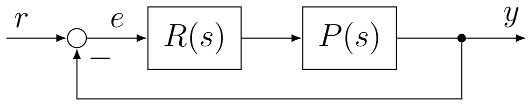
Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	3	2	2	2	3	2	2	2	18
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Gegeben sei folgendes Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r, dem Regelfehler e und der Ausgangsgröße y:



Die Regelstrecke ist als Übertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{s^2 - 1}{s^2 + 2s + 1}$$

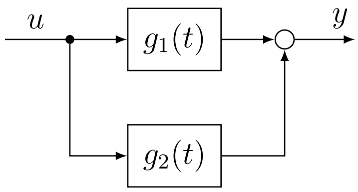
gegeben.

a) Als Regler wird ein PI-Regler mit Proportionalbeiwert K_p und Nachstellzeit T_N verwendet. Geben Sie die dazugehörige Reglerübertragungsfunktion $R(s)$ an.

b) Zeigen Sie, dass es *nicht* möglich ist, die positiven reellen Parameter K_p und T_N so zu wählen, dass die Übertragungsfunktion des geschlossenen Kreises $T(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{r}(s)}$ BIBO-stabil ist.

Aufgabe 2:

Betrachten Sie folgende Zusammenschaltung von linearen zeitinvarianten Übertragungssystemen mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y:



Die *Impulsantworten* der beiden Systeme sind gegeben als

$$g_1(t) = -e^{-2t} + 2e^{-3t}, \qquad g_2(t) = \delta(t) - 2e^{-t}$$

wobei $\delta(t)$ der Diracimpuls ist. Ermitteln Sie die *Sprungantwort* des Gesamtsystems.

Aufgabe 3:

Gegeben sei das folgende Zustandsmodell zweiter Ordnung mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$, der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \beta & 1-\beta \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u,$$
$$y = \begin{bmatrix} 2 & \alpha \end{bmatrix} \mathbf{x}.$$

Ermitteln Sie den größtmöglichen Wertebereich für die reellen Konstanten α und β so, dass die zugehörige Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{\tilde{y}(s)}{\tilde{u}(s)}$ *BIBO*-stabil ist.

Aufgabe 4:

Gegeben sei ein nichtlineares Zustandsmodell mit den Zustandsvektor $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{bmatrix}^T$, der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y:

$$
\begin{aligned}
\frac{dx_1}{dt} &= \cos(x_3) \\
\frac{dx_2}{dt} &= \sin(x_3)x_1^4 + x_2 u \\
\frac{dx_3}{dt} &= \sin(x_1 u) \\
y &= -u^3.
\end{aligned}
$$

Ermitteln Sie das um die Ruhelage $u_R = 1$ und $\mathbf{x}_R = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{\pi}{2} \end{bmatrix}^T$ linearisierte Zustandsmodell

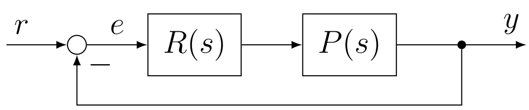
$$
\begin{aligned}
\frac{d\Delta\mathbf{x}}{dt} &= \mathbf{A}\Delta\mathbf{x} + \mathbf{b}\Delta u, \\
\Delta y &= \mathbf{c}^T\Delta\mathbf{x} + d\Delta u
\end{aligned}
$$

mit

$$\Delta\mathbf{x} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_R, \qquad \Delta u = u - u_R \qquad \text{und} \qquad \Delta y = y - y_R.$$

Aufgabe 5:

Gegeben sei folgendes Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r, der Regelfehler e und der Ausgangsgröße y:



Die Regelstrecke und der Regler sind als Übertragungsfunktionen

$$P(s) = \frac{k}{1 + s\tau}, \qquad \text{und } R(s) = \frac{k_p s + k_I}{s}.$$

gegeben, wobei τ, k, k_p und k_I positive Parameter sind.

a) Berechnen Sie die Führungsübertragungsfunktion $T(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{r}(s)}$ des geschlossenen Regelkreises.

b) Zeigen Sie in mathematisch nachvollziehbarer Weise, dass für $r(t) = \sigma(t)$

$$y_\infty = \lim_{t\to\infty} y(t) = 1$$

gilt.

c) Wählen Sie nun die Paramter $k = \tau = k_p = k_I = 1$. Ermitteln Sie für $r(t) = \sin(t)$ die Ausgangsgröße y des Regelkreises *im eingeschwungenen Zustand.*

Aufgabe 6:

Betrachten Sie das System

$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{x}}{dt} &= \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}u \\ y &= \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}\mathbf{x} - u\end{aligned}$$

mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y. Geben Sie *alle* Ruhelagen des Systems an, die zur Ausgangsgröße $y(t) = 0$ führen.

Aufgabe 7:

Gegeben sei ein lineares System mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y, welches durch die folgenden Differentialgleichung beschrieben werden kann:

$$\frac{d^4y}{dt^4} + 5\frac{d^3y}{dt^3} + 5\frac{d^2y}{dt^2} - \frac{dy}{dt} - 6y = \frac{d^2u}{dt^2} + 4\frac{du}{dt} - 5u.$$

Überprüfen Sie, ob das gegebene System *BIBO*-stabil ist.

Aufgabe 8:

Erklären Sie ausführlich die *Wendetangenten-Methode* zur Ermittlung der Parameter eines *PID-Reglers*.

Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik 1** am 11.03.2020

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	3	3	2	2	2	3	2	2	19
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Gegeben sei folgendes lineare zeitinvariante Zustandsmodell mit der Eingangsgröße u, der Ausgangsgröße y und dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$:

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} -3 & 6 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} u \qquad y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x} - 2u.$$

a) Zeichnen Sie das Strukturbild des Systems.

b) Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{y(s)}{u(s)}$ des Systems.

Aufgabe 2:

Gegeben sei ein lineares zeitinvariantes System mit der Eingangsgröße u, der Ausgangsgröße y und der Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{s - \alpha}{s^3 + s^2(1 + \alpha) + s(-2 + \alpha) - 2\alpha}.$$

Dabei ist α ein reeller Parameter. Ermitteln Sie den größtmöglichen Wertebereich des Parameters α, sodass die Übertragungsfunktion die BIBO-Eigenschaft besitzt.

Aufgabe 3:

Gegeben sei ein PI-Regler mit dem Proportinalitätsbweiwert $K_p = \frac{3}{2}$ und der Nachstellzeit $T_N = 2$.

a) Geben Sie die Übertragungsfunktion des Reglers $R(s) = \frac{u(s)}{e(s)}$ an.

b) Berechnen Sie die Antwort $u(t)$ des Reglers auf die Eingangsfunktion $e(t) = e^{-t}$.

Aufgabe 4:

Gegeben sind zwei in Serie geschaltene Zustandsmodelle.

System 1:

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \hat{\mathbf{x}} + \begin{bmatrix} 0.5 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$v = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}$$

System 2:

$$\dot{\tilde{x}} = 2\tilde{x} + 4v$$

$$y = \tilde{x}$$

Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion des Gesamtsystems mit der Eingangsgröße $u(t)$ und der Ausgangsgröße $y(t)$.
Ist das Gesamtsystem *BIBO-stabil*? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

Aufgabe 5:

Gegeben ist ein nichtlineares, zeitkontinuierliches System dritter Ordnung:

$$
\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= x_2 \\
\dot{x}_2 &= g - \frac{c}{m}\frac{x_3^2}{x_1^2} \\
\dot{x}_3 &= -\frac{R}{L}x_3 + \frac{2c}{L}\frac{x_2 x_3}{x_1^2} + \frac{1}{L}u \\
y &= x_1
\end{aligned}
$$

mit den bekannten Parametern g, c, m, R und L. Ermitteln sie für die Ruhelage $y = y_R =$ konst. die zugehörigen Zustandsvariablen $\mathbf{x}_R = \begin{bmatrix} x_{1,R} & x_{2,R} & x_{3,R} \end{bmatrix}^T$ sowie die Eingangsgröße u_R in Abhängigkeit von y_R.

Aufgabe 6:

Gegeben sei eine Regelstrecke, an der gefahrlos verschiedenste Experimente durchgeführt werden können. Es soll ein *PID*-Regler zur Regelung dieser Strecke ausgelegt werden.

a) Welche Methoden kennen Sie, um günstige Startwerte für die gesuchten Reglerparameter zu finden?

b) Erklären Sie eine der Methoden im Detail!

c) Worauf ist zu achten, falls eine Stellgrößenbeschränkung vorhanden ist? Erklären Sie den auftretenden Effekt im Detail und nennen Sie Gegenmaßnahmen.

Aufgabe 7:

Ermitteln Sie mit Hilfe des Routh-Schemas jeweils den größtmöglichen Wertebereich des reellen Parameters k, für den die einzelnen Polynome Hurwitzpolynome sind.

$$
\begin{aligned}
&i) \quad p_1(s) = ks^5 + 3s^4 + ks^3 + 5s^2 + 0.5s + 2 \\
&ii) \quad p_2(s) = ks^4 + 4s^3 + 6s^2 + 4s + 1
\end{aligned}
$$

Bitte wenden!

Aufgabe 8:

Gegeben sei ein nichtlineares Zustandsmodell mit den Zustandsvektor $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{bmatrix}^T$, der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y:

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= x_1 x_2 x_3, \\ \frac{dx_2}{dt} &= x_1^2 + x_2 + x_3 u^2, \\ \frac{dx_3}{dt} &= \sin u, \\ y &= \sin(x_3) u^2 + x_1. \end{aligned}$$

Ermitteln Sie das um die Ruhelage $u_R = 0$ und $\mathbf{x}_R = \begin{bmatrix} 2 & -4 & 0 \end{bmatrix}^T$ linearisierte Zustandsmodell

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta\mathbf{x}}{dt} &= \mathbf{A}\Delta\mathbf{x} + \mathbf{b}\Delta u, \\ \Delta y &= \mathbf{c}^T \Delta\mathbf{x} + d\Delta u \end{aligned}$$

mit

$$\Delta\mathbf{x} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_R, \qquad \Delta u = u - u_R \qquad \text{und} \qquad \Delta y = y - y_R.$$

Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik 1** am 08.06.2020

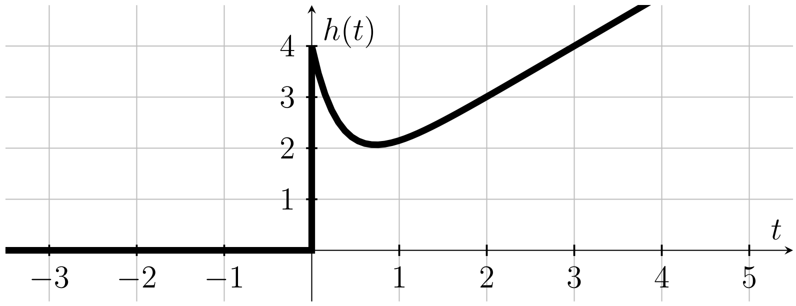
Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	2	2	3	2	3	2	2	3	19
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Gegeben sei folgende Sprungantwort eines realisierbaren PID-Reglers:



Es ist bekannt, dass die Realisierungszeitkonstante den Wert $T_\mathrm{R} = \frac{1}{3}$ hat. Lesen Sie den Proportionalbeiwert K_P, die Nachstellzeit T_N und die Vorhaltezeit T_V des PID-Reglers aus dem Diagramm ab und geben Sie die Übertragungsfunktion $R(s)$ des Reglers an.

Aufgabe 2:

Gegeben sei das System

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 8 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0.5 \\ 2 \end{bmatrix} u$$

mit der Eingangsgröße u und dem Zustandsvektor $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \end{bmatrix}^T$. Geben Sie alle Ruhelagen $\mathbf{x} = \mathbf{x}_R$ des Systems für $u = u_R = 1$ an und stellen Sie diese in der x_1-x_2-Ebene grafisch dar.

Aufgabe 3:

Ermitteln Sie mit Hilfe des Routh-Schemas jeweils den größtmöglichen Wertebereich des reellen Parameters k, für den die einzelnen Polynome Hurwitzpolynome sind.

$$\begin{aligned}
&i) && p_1(s) = s^5 + 10s^4 + ks^3 + 2s^2 + (k+1)^2 s \\
&ii) && p_2(s) = ks^4 + 2s^3 + k^2 s^2 + s - 1 \\
&iii) && p_3(s) = ks^3 + \frac{k}{2}s^2 + 2s + 1 \\
&iv) && p_4(s) = 15s^2 + k^2 s + k^3
\end{aligned}$$

Aufgabe 4:

Gegeben sei die *Impulsantwort* eines linearen zeitinvarianten Systems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y:

$$g(t) = e^{-2t} + 2e^{t}.$$

Ermitteln Sie die Ausgangsgröße $y(t)$ für $u(t) = \sigma(t) + 3\sigma(t-1) + \delta(t-2)$. Hierbei ist $\sigma(t)$ der Einheitssprung und $\delta(t)$ der Dirac-Impuls.

Aufgabe 5:

Von einer gebrochen rationalen Übertragungsfunktion $G(s)$ *zweiter Ordnung* mit reellen Koeffizienten ist bekannt, dass Folgendes gilt:

$$G(2) = 0, \qquad \lim_{s \to (1-j)} |G(s)| = \infty, \qquad G(0) = 4.$$

Weiters ist bekannt, dass es sich um ein *realisierbares* und *nicht sprungfähiges* System handelt.
Ermitteln Sie $G(s)$.

Aufgabe 6:

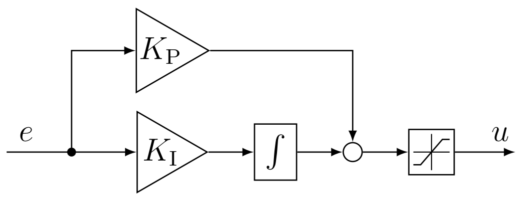
Geben Sie zu den folgenden linearen zeitinvarianten Übertragungsgliedern jeweils die Differentialgleichung und die dazugehörige Sprungantwort $h(t)$ an:

a) Verzögerungsglied erster Ordnung (PT1-Glied)

b) Integrator (I-Glied)

Aufgabe 7:

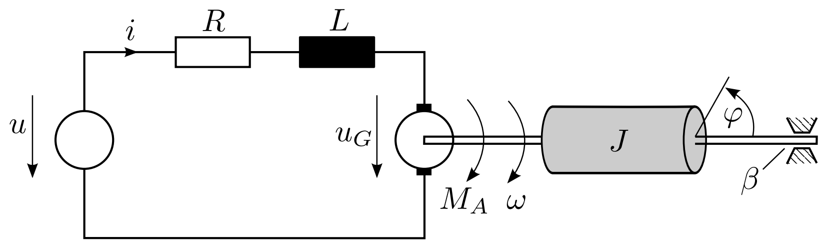
Betrachten Sie folgendes Strukturbild eines PI-Reglers mit dem Regelfehler e und der beschränkten Stellgröße u:



Erweitern Sie das Strukturbild um eine Anti-Windup-Maßnahme. Warum ist diese Maßnahme notwendig?

Aufgabe 8:

Betrachten Sie folgenden schematischen Aufbau eines permanenterregten Gleichstrommotors,



wobei J dem Trägheitsmoment des Motors entspricht. Weiters wirkt auf den Motor ein drehzahlproportionales Reibmoment $M_R = \beta\omega$. Das erzeugte Drehmoment ist proportional zum Strom im elektrischen Netzwerk, d.h. $M_A = k_T i$, die vom Motor induzierte Spannung ist proportional zur Drehzahl, d.h. $u_G = k_m \omega$. Die Parameter β, k_T und k_m sind positive Konstanten.

a) Fassen Sie den Aufbau als ein System mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße $y := \omega$ auf. Ermitteln Sie für $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} i & \omega \end{bmatrix}^T$ ein lineares zeitinvariantes mathematisches Modell der Form

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u, \qquad\qquad y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du.$$

b) Ermitteln Sie für $u = 3\sigma(t)$ die stationären Zustände $i_\infty = \lim_{t\to\infty} i(t)$ und $\omega_\infty = \lim_{t\to\infty} \omega(t)$ des Systems.

Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik 1** am 02.07.2020

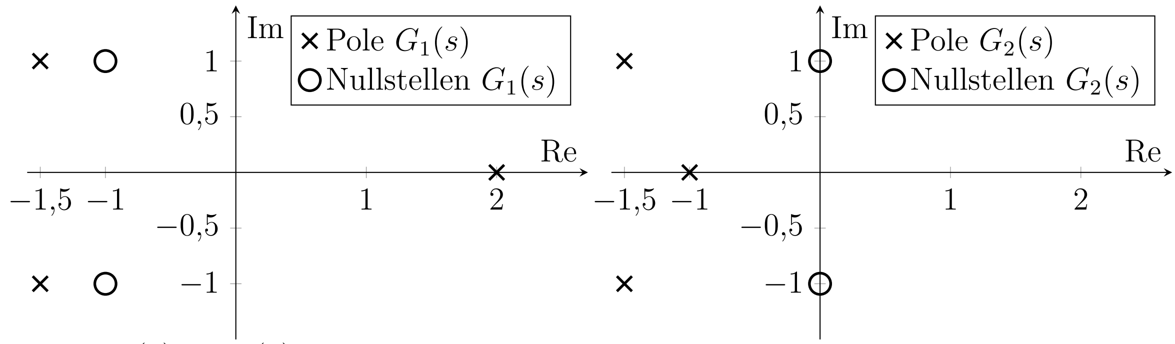
Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	2	3	3	2	2	2	3	2	19
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Betrachten Sie folgende PN-Pläne der Übertragungsfunktionen $G_1(s)$ und $G_2(s)$ zweier zeitkontinuierlicher linearer zeitinvarianter Übertragungssysteme.



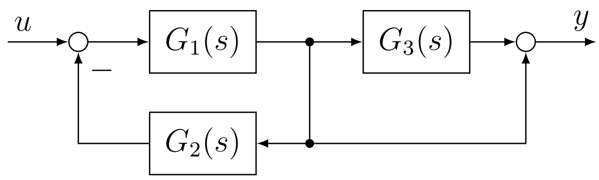
Es gilt $G_1(0) = G_2(0) = 1$. Ermitteln Sie für die Eingangsgröße

$$u(t) = \cos\left(t + \frac{\pi}{16}\right)$$

die Ausgangsgrößen $y_1(t)$ und $y_2(t)$ der beiden Systeme im eingeschwungenen Zustand, d.h. für sehr große Werte des Zeitparameters t.

Aufgabe 2:

Betrachten Sie folgende Zusammenschaltung eines Übertragungssystems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y:



a) Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G(s) := \left.\frac{\bar{y}(s)}{\bar{u}(s)}\right|_{AW=0}$ allgemein in Abhängigkeit der Übertragungsfunktionen $G_1(s)$, $G_2(s)$ und $G_3(s)$.

b) Zeigen Sie, dass für

$$G_1(s) = \frac{1}{s+3}, \qquad G_2(s) = \frac{k}{s+1}, \qquad G_3(s) = \frac{1}{s+1}$$

die Übertragungsfunktion $G(s)$ durch

$$G(s) = \frac{s+2}{s^2 + 4s + 3 + k}$$

gegeben ist. Hierbei ist k ein *reeller* Parameter.

c) Bestimmen Sie den größtmöglichen Wertebereich des Parameters k, für den die Übertragungsfunktion $G(s)$ die BIBO-Eigenschaft besitzt.

Aufgabe 3:

Gegeben sei das folgende nichtlineare System mit der Eingangsgröße u und dem Zustandsvektor $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{bmatrix}^T$:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} x_1 x_2 \\ 4 - x_1 \\ x_3 x_2^4 + x_3^2 + u x_1 \end{bmatrix}.$$

Ermitteln Sie *alle* Ruhelagen des Systems für die konstante Eingangsgröße $u = u_R = -1$, sowie die dazugehörigen um die Ruhelagen linearisierten Zustandsmodelle

$$\frac{d\Delta\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\Delta\mathbf{x} + \mathbf{b}\Delta u$$

mit $\Delta\mathbf{x} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_R$ und $\Delta u = u - u_R$.

Aufgabe 4:

Gegeben sei das Polynom

$$p(s) = (-1)s^4 + \alpha s^3 + 2\beta s^2 + \alpha s + \beta - 1.$$

Ermitteln Sie mit Hilfe des Routh-Schemas Bedingungen für die reellen Parameter α und β, welche notwendig und hinreichend dafür sind, dass $p(s)$ ein Hurwitzpolynom ist.

Aufgabe 5:

Von einem linearen zeitkontinuierlichen zeitinvarianten Zustandsmodell der Form

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x}, \qquad\qquad y = c^T\mathbf{x}$$

sind für unterschiedliche Werte des Anfangszustandes $\mathbf{x}_0$ die Verläufe der Ausgangsgröße $y(t)$ für $t \geq 0$ bekannt:

- für $\mathbf{x}_0^{(1)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}^T$ ergibt sich die Ausgangsgröße $y^{(1)}(t) = 1$,
- für $\mathbf{x}_0^{(2)} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix}^T$ ergibt sich die Ausgangsgröße $y^{(2)}(t) = 1 + e^{-t}$.

Ermitteln Sie den Verlauf der Ausgangsgröße $y(t)$ für den Anfangszustand $\mathbf{x}_0 = \begin{bmatrix} 3 & 4 \end{bmatrix}^T$.

Aufgabe 6:

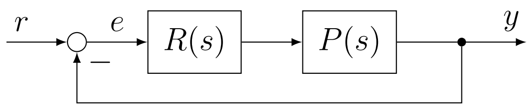
Gegeben sei das folgende lineare zeitkontinuierliche zeitinvariante Zustandsmodell zweiter Ordnung mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$, der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} \alpha \\ -1 \end{bmatrix} u,$$
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}.$$

Ermitteln sie α so, dass die zugehörige Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{u}(s)}$ *BIBO*-stabil ist.

Aufgabe 7:

Gegeben sei folgendes Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r, der Regelfehler e und der Ausgangsgröße y:



Die Regelstrecke und der Regler sind als Übertragungsfunktionen

$$P(s) = \frac{k}{1 + s\tau}, \qquad \text{und } R(s) = \frac{k_p s + k_I}{s}.$$

gegeben, wobei τ, k, k_p und k_I positive Parameter sind.

a) Berechnen Sie die Führungsübertragungsfunktion $T(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{r}(s)}$ des geschlossenen Regelkreises.

b) Zeigen Sie in mathematisch nachvollziehbarer Weise, dass für $r(t) = \sigma(t)$

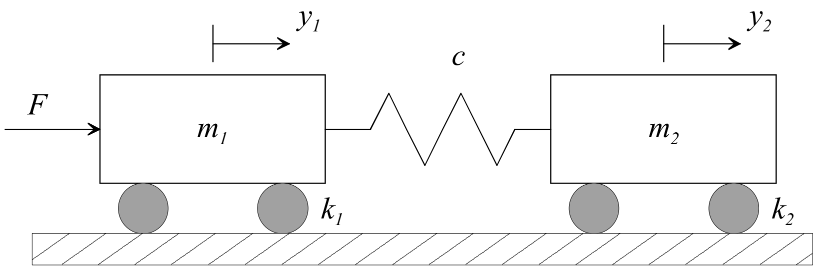
$$y_\infty = \lim_{t \to \infty} y(t) = 1$$

gilt.

c) Wählen Sie nun die Paramter $k = \tau = k_p = k_I = 1$. Ermitteln Sie für $r(t) = \sin(t)$ die Ausgangsgröße y des Regelkreises *im eingeschwungenen Zustand.*

Aufgabe 8:

Betrachten Sie folgenden schematischen Aufbau eines Zwei-Massen-Systems,



wobei die beiden Massen durch eine Feder mit der linearen Federkennlinie $F_c = c(y_1 - y_2)$ gekoppelt sind. Auf beide Massen wirken geschwindigkeitsproportionale Reibkräfte $F_{Ri} = \dot{y}_i k_i$. Auf die Masse m_1 wirkt zusätzlich die Kraft F.
Fassen Sie den Aufbau als ein System mit der Eingangsgröße $u := F$ und der Ausgangsgröße $y := y_2$ auf. Ermitteln Sie ein lineares zeitinvariantes mathematisches Modell der Form

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u, \qquad y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du.$$

Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik 1** am 28.10.2020

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

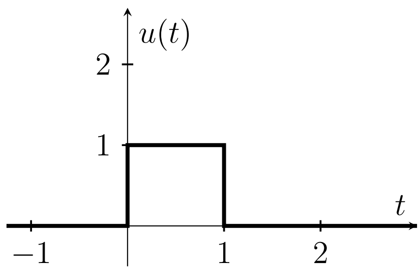
Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	2	3	3	2	2	2	3	2	19
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Gegeben ist die Übertragungsfunktion eines *linearen zeitinvarianten* Systems:

$$G(s) = \frac{2}{s^2 + 7s + 12}.$$

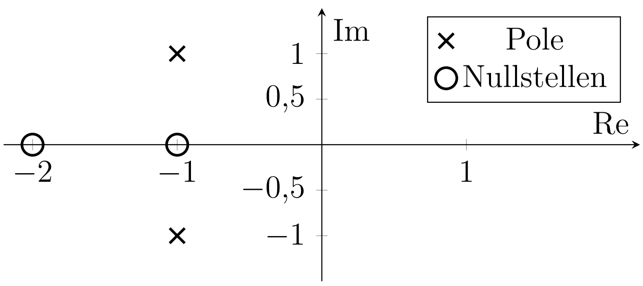
Als Eingangsgröße $u(t)$ wird der folgende zeitliche Verlauf gewählt.



Ermitteln Sie den zeitlichen Verlauf der Ausgangsgröße $y(t)$.

Aufgabe 2:

Betrachten Sie folgenden PN-Plan der Übertragungsfunktion $G(s)$ eines zeitkontinuierlichen linearen zeitinvarianten Übertragungssystems (alle eingezeichneten Pole und Nullstellen haben Vielfachheit eins).



Ferner ist bekannt, dass die Ausgangsgröße $y(t)$ für die Eingangsgröße $u(t) = \sigma(t)$ (d.h. für einen Einheitssprung) die Relation

$$\lim_{t\to\infty} y(t) = 2$$

erfüllt. Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$.

Aufgabe 3:

Gegeben sei das folgende nichtlineare System:

$$\begin{aligned}
\frac{dx_1}{dt} &= -x_2 - \frac{\pi}{2} \\
\frac{dx_2}{dt} &= x_1^2 + 2x_1x_2 - cos(x_2) \\
\frac{dx_3}{dt} &= x_1 + x_1^2 u - x_3^2 \\
y &= x_1^2 + u^2
\end{aligned}$$

Ermitteln Sie für die Ruhelage

$$\mathbf{x}_R^T = \begin{bmatrix} \pi & -\frac{\pi}{2} & 0 \end{bmatrix}^T, \quad u_R = -\frac{1}{\pi}$$

das linearisierte Zustandsraummodell der Form

$$\begin{aligned}
\frac{d\Delta\mathbf{x}}{dt} &= \mathbf{A}\Delta\mathbf{x} + \mathbf{b}\Delta u, \\
\Delta y &= \mathbf{c}^T\Delta\mathbf{x} + d\Delta u,
\end{aligned}$$

wobei

$$\Delta\mathbf{x} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_R, \quad \Delta u = u - u_R \quad \text{und} \quad \Delta y = y - y_R$$

gilt.

Aufgabe 4:

Es sei ein Polynom $p(s) = a_3s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0$ gegeben.

a) Ermitteln Sie den größtmöglichen Wertebereich der reellen Parameter a_0, a_1, a_2 und a_3, für den $p(s)$ ein Hurzwitzpolynom ist.

b) Skizzieren Sie anschließend für die festen Parameterwerte $a_2 = a_3 = 1$ den Bereich der Parameterwerte a_0 und a_1, für welchen sich ein Hurwitzpolynom ergibt, in der a_0-a_1-Ebene.

Aufgabe 5:

Es sei folgende Übertragungsfunktion eines linearen zeitinvarianten Übertragungssystems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y gegeben:

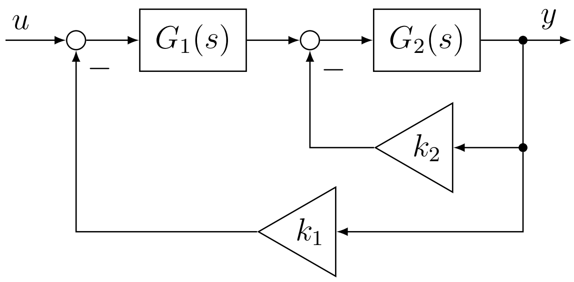
$$G(s) = \frac{s^2 + a}{(s + a)^2}$$

Dabei ist a ein reeller Parameter. Ermitteln Sie für die Eingangsgröße $u(t) = \sin t$ die Ausgangsgröße $y(t)$ des Systems *im eingeschwungenen Zustand* für folgende beide Werte des Parameters a:

i) $a = 1$, ii) $a = -1$.

Aufgabe 6:

Betrachten Sie folgende Zusammenschaltung zweier Übertragungssysteme mit den Übertragungsfunktionen $G_1(s)$, $G_2(s)$:



Hierbei sind k_1 und k_2 reelle Parameter. Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$ des Gesamtsystems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y.

Aufgabe 7:

Geben Sie zu folgenden linearen zeitinvarianten Übertragungsgliedern jeweils die Übertragungsfunktion $G(s)$ an und skizzieren Sie jeweils eine typische Sprungantwort $h(t)$:

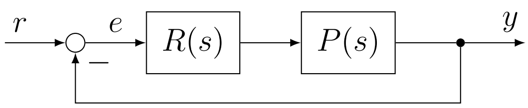
a) Integrierer;

b) Verzögerungsglied erster Ordnung (PT_1-Glied);

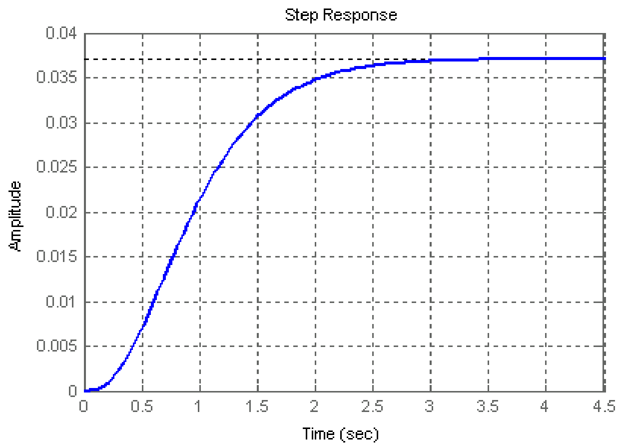
c) Vorhalteglied (DT_1-Glied).

Aufgabe 8:

Gegeben sei folgender Regelkreis mit der Führungsgröße r, dem Regelfehler e und der Ausgangsgröße y:



Die Antwort der Strecke auf die Eingangsgröße $u(t) = \sigma(t)$ wurde messtechnisch ermittelt:



Zur Regelung wird ein PI-Regler mit der Übertragungsfunktion

$$R(s) = K_{\mathrm{P}}\left(1 + \frac{1}{sT_{\mathrm{N}}}\right).$$

eingesetzt.

a) Ermitteln Sie die Paramter K_P und T_N des PI-Reglers mit Hilfe einer passenden Einstellregel für PID-Regler.

b) Zeichnen Sie das Strukturbild des PI-Reglers und erweitern Sie dieses um eine Anti-Windup Maßnahme.

Reglertyp	K_P	T_N	T_V
P-Regler	$\frac{T_g}{K_S T_\nu}$	∞	0
PI-Regler	$0.9\frac{T_g}{K_S T_\nu}$	$3.33T_\nu$	0
PID-Regler	$1.2\frac{T_g}{K_S T_\nu}$	$2T_\nu$	$0.5T_\nu$

Tabelle 1: Reglerparameter, Wendetangenten - Methode

Reglertyp	K_P	T_N	T_V
P-Regler	$0.5K_k$	∞	0
PI-Regler	$0.4K_k$	$0.8T_k$	0
PID-Regler	$0.6K_k$	$0.5T_k$	$0.12T_k$

Tabelle 2: Reglerparameter, Stabilitätsrand - Methode

Reglertyp	K_P	T_N	T_V
P-Regler	$\frac{1}{K_S}$	∞	0
PI-Regler	$\frac{1}{2K_S}$	$0.5T_\Sigma$	0
PD-Regler	$\frac{1}{K_S}$	∞	$0.33T_\Sigma$
PID-Regler	$\frac{1}{K_S}$	$0.66T_\Sigma$	$0.17T_\Sigma$

Tabelle 3: Reglerparameter, T-Summen Regel

Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik 1** am 09.12.2020

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	2	2	3	2	3	2	3	2	19
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Es sei folgende Übertragungsfunktion eines linearen zeitinvarianten Übertragungssystems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y gegeben:

$$G(s) = \frac{1 + \frac{s}{a}}{(1 - \frac{s}{a})^2}$$

Dabei ist a ein reeller Parameter. Ermitteln Sie für die Eingangsgröße $u(t) = \sin(5t)$ die Ausgangsgröße $y(t)$ des Systems *im eingeschwungenen Zustand* für folgende beide Werte des Parameters a:

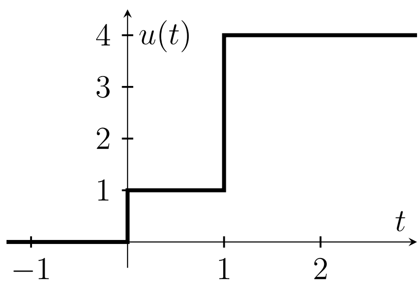
i) $a = 5$, ii) $a = -5$.

Aufgabe 2:

Gegeben ist die Übertragungsfunktion eines *linearen zeitinvarianten* Systems:

$$G(s) = \frac{s}{s^2 + 30s + 200}.$$

Als Eingangsgröße $u(t)$ wird der folgende zeitliche Verlauf gewählt.



Ermitteln Sie den zeitlichen Verlauf der Ausgangsgröße $y(t)$.

Aufgabe 3:

Von einer gebrochen rationalen Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{y(s)}{u(s)}$ *zweiter Ordnung* mit reellen Koeffizienten ist bekannt, dass Folgendes gilt:

$$\begin{aligned}
&\lim_{s\to-2} |G(s)| = \infty,\\
&\lim_{s\to-1} |G(s)| = \infty,\\
&\lim_{t\to\infty} y(t) = 1 \quad \text{für } u(t) = \sigma(t),\\
&\lim_{t\to\infty} y(t) = 0 \quad \text{für } u(t) = \sin(t),
\end{aligned}$$

Ermitteln Sie $G(s)$.

Aufgabe 4:

Gegeben sind zwei parallel geschaltene Zustandsmodelle.

System 1:

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \hat{\mathbf{x}} + \begin{bmatrix} 0.5 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}$$

System 2:

$$\dot{\tilde{x}} = 2\tilde{x} + 4u$$

$$y_2 = \tilde{x}$$

Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion des Gesamtsystems mit der Eingangsgröße $u(t)$ und der Ausgangsgröße $y(t) = y_1(t) + y_2(t)$.
Ist das Gesamtsystem *BIBO-stabil*? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

Aufgabe 5:

Gegeben sei folgendes nichtlineares Zustandsmodell mit den Zuständen x_1 und x_2, der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y:

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= (1 - e^{x_1})(1 + x_2)u, \\ \frac{dx_2}{dt} &= (2 + x_1)(1 - e^{x_2}), \\ y &= x_1 x_2. \end{aligned}$$

Ermitteln Sie für $u_R = 1$ alle Ruhelagen $\mathbf{x}_R$ des Systems und die dazugehörenden linearisierten Zustandsmodelle der Form

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta\mathbf{x}}{dt} &= \mathbf{A}\Delta\mathbf{x} + \mathbf{b}\Delta u, \\ \Delta y &= \mathbf{c}^T \Delta\mathbf{x}, \end{aligned}$$

wobei

$$\Delta\mathbf{x} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_R, \quad \Delta u = u - u_R \quad \text{und} \quad \Delta y = y - y_R$$

gilt.

Aufgabe 6:

Ermitteln Sie mit Hilfe des Routh-Schemas jeweils den größtmöglichen Wertebereich des reellen Parameters k, für den die einzelnen Polynome Hurwitzpolynome sind.

$$\begin{aligned} i)&\quad p_1(s) = s^4 + 3s^3 + s^2 - s + 10k \\ ii)&\quad p_2(s) = -s^5 - s^4 - s^3 - s^2 - ks - k \\ iii)&\quad p_3(s) = s^3 + 4s^2 + s + k \\ iv)&\quad p_4(s) = 15s^2 - ks + 27 \end{aligned}$$

Aufgabe 7:

Gegeben sei eine Regelstrecke, an der gefahrlos verschiedenste Experimente durchgeführt werden können. Es soll ein *PID*-Regler zur Regelung dieser Strecke ausgelegt werden.

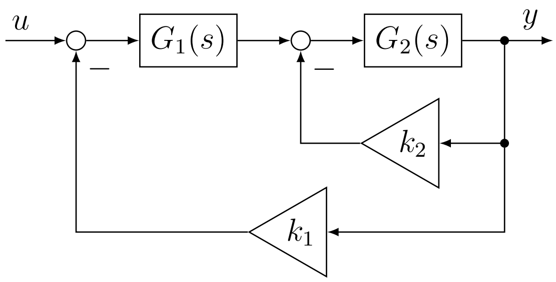
a) Welche Methoden kennen Sie, um günstige Startwerte für die gesuchten Reglerparameter zu finden?

b) Die untersuchte Regelstrecke weist integrierendes Verhalten auf. Welche der von Ihnen erwähnten Methoden kann für diese Regelstrecke angewandt werden? Erklären Sie diese im Detail.

c) Worauf ist zu achten, falls eine Stellgrößenbeschränkung vorhanden ist?

Aufgabe 8:

Betrachten Sie folgende Zusammenschaltung zweier Übertragungssysteme mit den Übertragungsfunktionen $G_1(s)$ und $G_2(s)$:



Hierbei sind k_1 und k_2 reelle Parameter. Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$ des Gesamtsystems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y. Geben Sie $G(s)$ in einer Form ohne Doppel- bzw. Mehrfachbrüche an.