

Aufgabe 1:

Gegeben sei das folgende lineare zeitkontinuierliche zeitinvariante Zustandsmodell zweiter Ordnung mit dem Zustandsvektor \mathbf{x} , der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y :

$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{x}}{dt} &= \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} \alpha \\ -1 \end{bmatrix} u, \\ y &= [1 \quad 0] \mathbf{x}.\end{aligned}$$

Ermitteln sie α so, dass die zugehörige Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{\tilde{y}(s)}{\tilde{u}(s)}$ BIBO-stabil ist.

Aufgabe 2:

Gegeben sei die *Impulsantwort* eines linearen zeitkontinuierlichen zeitinvarianten Systems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y :

$$g(t) = 2(1 - e^{-2t}).$$

Ermitteln sie die Ausgangsgröße $y(t)$ für $u(t) = \sigma(t) + \delta(t)$, wobei $\sigma(t)$ der Einheitssprung und $\delta(t)$ der Diracimpuls ist .

Aufgabe 3:

Gegeben sei das folgende nichtlineare System:

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} &= x_1^2 + 2x_1x_2 - \cos(x_2) \\ \frac{dx_3}{dt} &= x_1 + x_1^2u - \sqrt{x_3}.\end{aligned}$$

Ermitteln Sie für $u = u_R = 1$ alle Ruhelagen des Systems.

Aufgabe 4:

Es sei folgende Übertragungsfunktion eines linearen Systems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y gegeben:

$$G(s) = \frac{a}{s^2 + as + 6}.$$

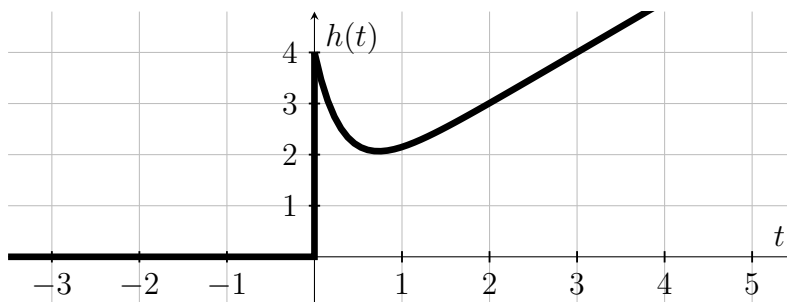
Dabei ist a ein reeller Parameter. Ermitteln Sie für die Eingangsgröße $u(t) = \sqrt{2}\sin(t)$ die Ausgangsgröße $y(t)$ des Systems *im eingeschwungenen Zustand* für folgende Werte des Parameters a :

i) $a = 5$,

ii) $a = -5$.

Aufgabe 5:

Gegeben sei folgende Sprungantwort eines realisierbaren PID-Reglers:



Es ist bekannt, dass die Realisierungszeitkonstante den Wert $T_R = \frac{1}{3}$ hat. Lesen Sie den Proportionalbeiwert K_P , die Nachstellzeit T_N und die Vorhaltezeit T_V des PID-Reglers aus dem Diagramm ab und geben Sie die Übertragungsfunktion $R(s)$ des Reglers an.

Aufgabe 6:

Betrachten Sie das System

$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{x}}{dt} &= \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix} u \\ y &= [1 \quad 1] \mathbf{x} - u\end{aligned}$$

mit der Eingangsgröße u , dem Zustandsvektor \mathbf{x} und der Ausgangsgröße y . Geben Sie alle Ruhelagen des Systems an, die zur Ausgangsgröße $y(t) = 4$ führen.

Aufgabe 7:

Gegeben sei das Polynom

$$p(s) = (-1)s^4 + \alpha s^3 + 2\beta s^2 + \alpha s + \beta - 1.$$

Ermitteln Sie mit Hilfe des Routh-Schemas Bedingungen für die Parameter α und β , welche notwendig und hinreichend dafür sind, dass $p(s)$ ein Hurwitzpolynom ist.

Aufgabe 8:

Von einem linearen zeitkontinuierlichen zeitinvarianten Zustandsmodell der Form

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x}, \quad y = \mathbf{c}^T \mathbf{x}$$

sind für unterschiedliche Werte des Anfangszustandes \mathbf{x}_0 die Verläufe der Ausgangsgröße $y(t)$ für $t \geq 0$ bekannt:

- für $\mathbf{x}_0^{(1)} = [1 \ 0]^T$ ergibt sich die Ausgangsgröße $y^{(1)}(t) = 1$,
- für $\mathbf{x}_0^{(2)} = [1 \ 2]^T$ ergibt sich die Ausgangsgröße $y^{(2)}(t) = 1 + e^{-t}$.

Ermitteln Sie den Verlauf der Ausgangsgröße $y(t)$ für den Anfangszustand $\mathbf{x}_0 = [3 \ 4]^T$.

Aufgabe 1:

Geben Sie für ein Zustandsmodell zweiter Ordnung mit Eingangsgröße u und Zustandsvektor \mathbf{x}

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u,$$

für $u = u_R = 1$ jeweils eine mögliche Dynamikmatrix \mathbf{A} und einen möglichen Eingangsvektor \mathbf{b} an, so dass das System

- a) eine Ruhelage
- b) keine Ruhelage
- c) unendlich viele Ruhelagen

besitzt.

Aufgabe 2:

Gegeben sei ein nichtlineares Zustandsmodell dritter Ordnung mit der Eingangsgröße u , der Ausgangsgröße y und dem Zustandsvektor $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T$:

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= x_1x_2x_3, \\ \frac{dx_2}{dt} &= -4u^2 + x_2^2, \\ \frac{dx_3}{dt} &= \cos(x_3), \\ y &= x_2x_3u.\end{aligned}$$

Ermitteln sie für die Ruhelage $u_R = 1$ und $\mathbf{x}_R = [0 \ 2 \ \frac{\pi}{2}]^T$ das linearisierte Zustandsmodell

$$\begin{aligned}\frac{d\Delta\mathbf{x}}{dt} &= \mathbf{A}\Delta\mathbf{x} + \mathbf{b}\Delta u, \\ \Delta y &= \mathbf{c}^T \Delta\mathbf{x},\end{aligned}$$

wobei

$$\Delta\mathbf{x} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_R, \quad \Delta u = u - u_R \quad \text{und} \quad \Delta y = y - y_R$$

gilt.

Aufgabe 3:

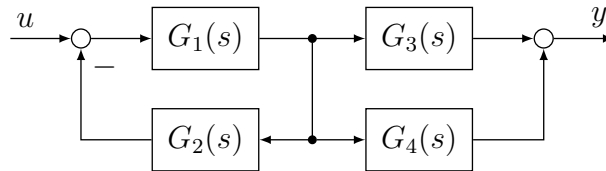
Gegeben sei ein lineares System mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y , welches durch die folgenden Differentialgleichung beschrieben werden kann:

$$\frac{d^4y}{dt^4} + 3\frac{d^3y}{dt^3} + 10\frac{d^2y}{dt^2} + \frac{dy}{dt} = \frac{d^2u}{dt^2} + \frac{du}{dt}.$$

Überprüfen Sie, ob das gegebene System *BIBO*-stabil ist.

Aufgabe 4:

Betrachten Sie folgende Zusammenschaltung eines Übertragungssystems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y :



Geben Sie die Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{u}(s)}$ an.

Aufgabe 5:

Erklären Sie ausführlich die folgenden Begriffe der Regelungstechnik:

- BIBO-Stabilität
- Frequenzgang

Aufgabe 6:

Ermitteln Sie mit Hilfe des Routh-Schemas jeweils den größtmöglichen Wertebereich des reellen Parameters k , für den die einzelnen Polynome Hurwitzpolynome sind.

- $p_1(s) = s^5 + 10s^4 + ks^3 + 2s^2 + (k+1)s$
- $p_2(s) = ks^4 + 2s^3 + k^2s^2 - s + 2$
- $p_3(s) = ks^3 + \frac{1}{k}s^2 + s + 1$
- $p_4(s) = 15s^2 + k^2s + 27$

Aufgabe 7:

Geben Sie zu den folgenden linearen zeitinvarianten Übertragungsgliedern jeweils die Differentialgleichung und die dazugehörige Übertragungsfunktion an:

- Verzögerungsglied erster Ordnung
- Verzögerungsglied zweiter Ordnung

Aufgabe 8:

Erklären Sie ausführlich die *Stabilitätsrand-Methode* zur Ermittlung der Parameter eines *PID-Reglers*.

Aufgabe 1:

Gegeben sei die Übertragungsfunktion eines *PID-Reglers*:

$$R(s) = 2 \left(1 + \frac{1}{2s} + \frac{s}{1 + 0.5s} \right).$$

Zeichnen Sie die Sprungantwort des Reglers.

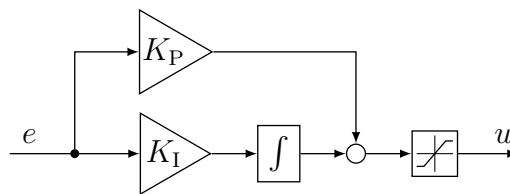
Aufgabe 2:

Geben Sie zu den folgenden linearen zeitinvarianten Übertragungsgliedern jeweils die Differentialgleichung und die dazugehörige Übertragungsfunktion an:

- Verzögerungsglied erster Ordnung
- Vorhalteglied

Aufgabe 3:

Betrachten Sie folgendes Strukturbild eines PI-Reglers mit dem Regelfehler e und der Stellgröße u :



Erweitern Sie das Strukturbild um eine Anti-Windup Maßnahme. Erklären Sie ausführlich, warum diese Maßnahme notwendig ist.

Aufgabe 4:

Von einer gebrochen rationalen Übertragungsfunktion $G(s)$ *zweiter Ordnung* mit reellen Koeffizienten ist bekannt, dass Folgendes gilt:

$$\lim_{s \rightarrow -1-j} |G(s)| = \infty, \quad G(0) = 2.$$

Weiters ist bekannt, dass für $u(t) = \sin(t)$ im eingeschwungenen Zustand $y(t) = 0$ gilt.

Ermitteln Sie $G(s)$.

Aufgabe 5:

Es sei ein Polynom

$$p(s) = a_4 s^4 + s^3 + a_2 s^2 + s + 1$$

gegeben. Ermitteln sie den *größtmöglichen* Wertebereich der reellen Parameter a_4 und a_2 , für den $p(s)$ ein Hurwitzpolynom ist.

Aufgabe 6:

Gegeben sei ein nichtlineares Zustandsmodell mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T$, der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y :

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= x_1 x_2 x_3 \\ \frac{dx_2}{dt} &= x_1^2 + x_2 + x_3 u^2 \\ \frac{dx_3}{dt} &= \sin u \\ y &= \sin(x_3) u^2 + x_1.\end{aligned}$$

Ermitteln Sie das um die Ruhelage $u_R = 0$ und $\mathbf{x}_R = [2 \ -4 \ 0]^T$ linearisierte Zustandsmodell

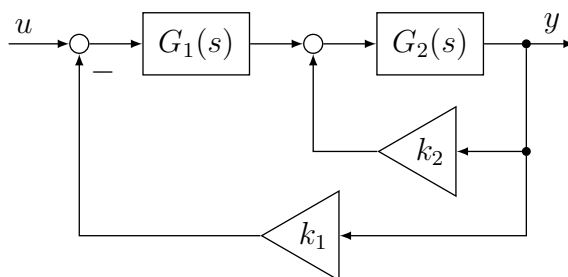
$$\begin{aligned}\frac{d\Delta\mathbf{x}}{dt} &= \mathbf{A}\Delta\mathbf{x} + \mathbf{b}\Delta u, \\ \Delta y &= \mathbf{c}^T \Delta\mathbf{x} + d\Delta u\end{aligned}$$

mit

$$\Delta\mathbf{x} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_R, \quad \Delta u = u - u_R \quad \text{und} \quad \Delta y = y - y_R.$$

Aufgabe 7:

Betrachten Sie folgende Zusammenschaltung von Übertragungssystemen:



- a) Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G(s) := \left. \frac{\bar{y}(s)}{\bar{u}(s)} \right|_{AW=0}$ allgemein in Abhängigkeit der Übertragungsfunktionen $G_1(s)$, $G_2(s)$ und der reellen Verstärkungsfaktoren k_1 und k_2 .

- b) Zeigen Sie, dass für

$$G_1(s) = \frac{1}{s-1}, \quad G_2(s) = \frac{1}{s+1}$$

die Übertragungsfunktion $G(s)$ durch

$$G(s) = \frac{1}{s^2 - k_2s + k_1 + k_2 - 1}$$

gegeben ist.

- c) Bestimmen Sie den größtmöglichen Wertebereich der Parameter k_1 und k_2 , für den die Übertragungsfunktion $G(s)$ die BIBO-Eigenschaft besitzt.

Aufgabe 8:

Geben Sie die *Definitionen* für folgende Eigenschaften eines linearen zeitkontinuierlichen Systems mit der Eingangsgröße u , der Ausgangsgröße y und dem Zustandsvektor \mathbf{x} an:

- a) Linearität;
- b) BIBO-Stabilität.

Aufgabe 1:

Gegeben sei ein lineares zeitinvariantes System mit dem Zustandsvektor \mathbf{x} , der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y :

$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{x}}{dt} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -6 & -5 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \\ y &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}.\end{aligned}$$

Berechnen Sie die Ausgangsgröße $y(t)$ für $t \geq 0$, $\mathbf{x}(0) = [1 \ 0]^T$ und $u(t) = e^{-t}$.

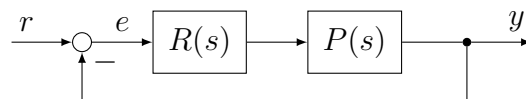
Aufgabe 2:

Gegeben sei eine Regelstrecke, an der gefahrlos verschiedenste Experimente durchgeführt werden können. Es soll ein *PID*-Regler zur Regelung dieser Strecke ausgelegt werden.

- Welche Methoden kennen Sie, um günstige Startwerte für die gesuchten Reglerparameter zu finden?
- Erklären Sie *einde* der Methoden im Detail!
- Worauf ist zu achten, falls eine Stellgrößenbeschränkung vorhanden ist?

Aufgabe 3:

Gegeben sei ein Standardregelkreis



mit der Regelstrecke

$$P(s) = \frac{1}{s - 5}.$$

Es soll ein Regler $R(s)$ so entworfen werden, dass die Gesamtübertragungsfunktion $T(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{r}(s)}$ *BIBO-stabil* ist.

- Welcher der folgenden Regler kann dafür eingesetzt werden? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

i) $R(s) = \frac{s - 5}{s + 2}$

ii) $R(s) = s + 4$

iii) $R(s) = 7$

Aufgabe 4:

Gegeben sei das Polynom

$$p(s) = (-1)s^4 + \alpha s^3 + 2\beta s^2 + \alpha s + \beta - 1.$$

Ermitteln Sie mit Hilfe des Routh-Schemas Bedingungen für die Parameter α und β , welche notwendig und hinreichend dafür sind, dass $p(s)$ ein Hurwitzpolynom ist.

Aufgabe 5:

Es sei folgende Übertragungsfunktion eines linearen zeitinvarianten Übertragungssystems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y gegeben:

$$G(s) = \frac{s^2 + a}{(s + a)^2}$$

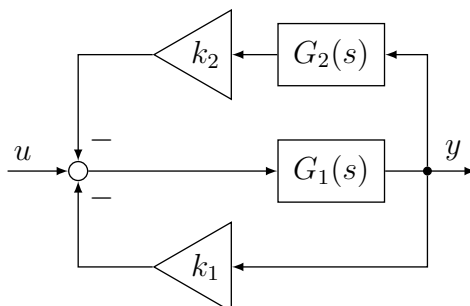
Dabei ist a ein reeller Parameter. Ermitteln Sie für die Eingangsgröße $u(t) = \sin 2t$ die Ausgangsgröße $y(t)$ des Systems *im eingeschwungenen Zustand* für folgende Werte des Parameters a :

i) $a = 2,$

ii) $a = 0.$

Aufgabe 6:

Betrachten Sie folgende Zusammenschaltung zweier Übertragungssysteme mit den Übertragungsfunktionen $G_1(s)$ und $G_2(s)$:



Hierbei sind k_1 und k_2 reelle Parameter. Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$ des Gesamtsystems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y . Geben Sie $G(s)$ in einer Form *ohne* Doppel- bzw. Mehrfachbrüche an.

Aufgabe 7:

Geben Sie ein nichtlineares autonomes System *erster* Ordnung mit den Ruhelagen

$$x_{R,1} = 1$$

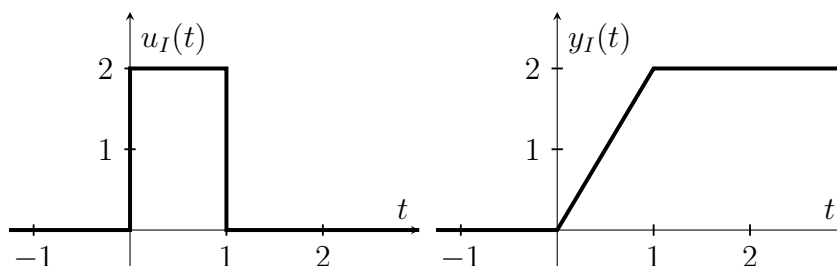
$$x_{R,2} = 2$$

$$x_{R,3} = 4$$

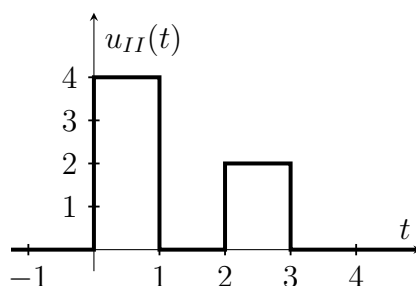
an.

Aufgabe 8:

Es wird ein zeitkontinuierliches System mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y betrachtet. Im Rahmen eines Experimentes wurde für die im dargestellte Zeitfunktion $u_I(t)$ der nebenstehend abgebildete Ausgangsgrößenverlauf $y_I(t)$ gemessen.



In einem zweiten Experiment soll nun die folgende Zeitfunktion als Eingangsgröße dienen:



Wie muss die Ausgangsgröße $y_{II}(t)$ des Systems im zweiten Experiment für den Fall aussehen, dass es sich um ein *lineares, zeitinvariantes* System handelt?