

Aufgabe 1:

Es sei folgende Übertragungsfunktion eines linearen zeitinvarianten Übertragungssystems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y gegeben:

$$G(s) = \frac{s^2 + a}{(s + a)^2}$$

Dabei ist a ein reeller Parameter. Ermitteln Sie für die Eingangsgröße $u(t) = \sin t$ die Ausgangsgröße $y(t)$ des Systems *im eingeschwungenen Zustand* für folgende beide Werte des Parameters a :

i) $a = 1,$

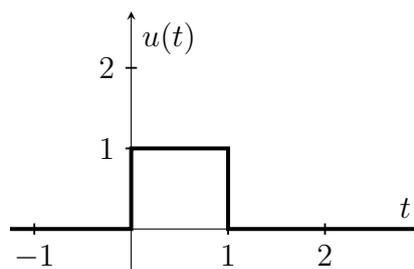
ii) $a = -1.$

Aufgabe 2:

Gegeben ist die Übertragungsfunktion eines *linearen zeitinvarianten* Systems:

$$G(s) = \frac{2}{s^2 + 7s + 12}.$$

Als Eingangsgröße $u(t)$ wird der folgende zeitliche Verlauf gewählt.



Ermitteln Sie den zeitlichen Verlauf der Ausgangsgröße $y(t)$.

Aufgabe 3:

Von einer gebrochen rationalen Übertragungsfunktion $G(s)$ *zweiter Ordnung* mit reellen Koeffizienten ist bekannt, dass Folgendes gilt:

$$G(2) = 0, \quad \lim_{s \rightarrow (1-j)} |G(s)| = \infty, \quad G(0) = 4.$$

Weiters ist bekannt, dass der Zählergrad von $G(s)$ kleiner ist als der Nennergrad von $G(s)$.

Ermitteln Sie $G(s)$.

Aufgabe 4:

Gegeben sind zwei in Serie geschaltene Zustandsmodelle.

System 1:

$$\begin{aligned}\dot{\hat{\mathbf{x}}} &= \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \hat{\mathbf{x}} + \begin{bmatrix} 0.5 \\ 1 \end{bmatrix} u \\ v &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}\end{aligned}$$

System 2:

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{x}} &= 2\tilde{x} + 4v \\ y &= \tilde{x}\end{aligned}$$

Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion des Gesamtsystems mit der Eingangsgröße $u(t)$ und der Ausgangsgröße $y(t)$.

Ist das Gesamtsystem *BIBO-stabil*? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

Aufgabe 5:

Gegeben sei folgendes nichtlineares Zustandsraummodell mit den Zuständen x_1 und x_2 , der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y :

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= 2x_1x_2 + \sin x_1, \\ \frac{dx_2}{dt} &= -x_2 + u^2, \\ y &= x_1x_2.\end{aligned}$$

Ermitteln sie für die Ruhelage

$$\mathbf{x}_R^T = [0 \quad 4]^T, \quad u_R = 2$$

das linearisierte Zustandsraummodell der Form

$$\begin{aligned}\frac{d\Delta\mathbf{x}}{dt} &= \mathbf{A}\Delta\mathbf{x} + \mathbf{b}\Delta u, \\ \Delta y &= \mathbf{c}^T \Delta\mathbf{x},\end{aligned}$$

wobei

$$\Delta\mathbf{x} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_R, \quad \Delta u = u - u_R \quad \text{und} \quad \Delta y = y - y_R$$

gilt.

Aufgabe 6:

Ermitteln Sie mit Hilfe des Routh-Schemas jeweils den größtmöglichen Wertebereich des reellen Parameters k , für den die einzelnen Polynome Hurwitzpolynome sind.

- i) $p_1(s) = s^5 + 10s^4 + ks^3 + 2s^2 + 5$
- ii) $p_2(s) = ks^4 + 2s^3 + k^2s^2 - s + 2$
- iii) $p_3(s) = s^3 + 2s^2 + s + k$
- iv) $p_4(s) = 15s^2 + ks + 27$

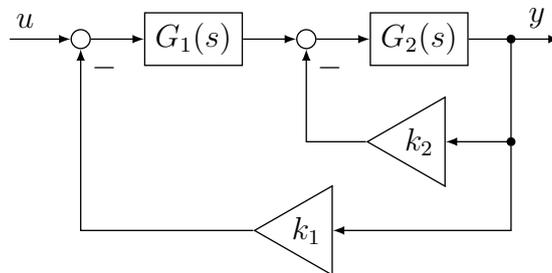
Aufgabe 7:

Gegeben sei eine Regelstrecke, an der gefahrlos verschiedenste Experimente durchgeführt werden können. Es soll ein *PID*-Regler zur Regelung dieser Strecke ausgelegt werden.

- Welche Methoden kennen Sie, um günstige Startwerte für die gesuchten Reglerparameter zu finden?
- Erklären Sie eine der Methoden im Detail!
- Worauf ist zu achten, falls eine Stellgrößenbeschränkung vorhanden ist?

Aufgabe 8:

Betrachten Sie folgende Zusammenschaltung zweier Übertragungssysteme mit den Übertragungsfunktionen $G_1(s)$ und $G_2(s)$:



Hierbei sind k_1 und k_2 reelle Parameter. Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$ des Gesamtsystems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y . Geben Sie $G(s)$ in einer Form ohne Doppel- bzw. Mehrfachbrüche an.

Aufgabe 1:

Es sei ein Polynom $p(s) = s^3 + s^2 + a_1s + a_0$ gegeben.

- Ermitteln Sie den größtmöglichen Wertebereich der reellen Parameter a_0 und a_1 , für den $p(s)$ ein Hurwitzpolynom ist und stellen Sie diesen grafisch dar.

Aufgabe 2:

Gegeben sei die Übertragungsfunktion eines *realen PID-Reglers*:

$$R(s) = 2 \left(1 + \frac{1}{2s} + \frac{s}{1 + 0.5s} \right).$$

- Zeichnen Sie die Sprungantwort des Reglers.

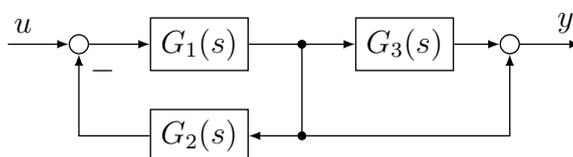
Aufgabe 3:

Geben Sie die *Definitionen* folgender Eigenschaften linearer zeitkontinuierlicher Systeme mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y an:

- Kausalität
- Linearität.

Aufgabe 4:

Betrachten Sie folgende Zusammenschaltung eines Übertragungssystems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y :



- Geben Sie die Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{u}(s)}$ an.

Aufgabe 5:

Gegeben sei das folgende nichtlineare zeitkontinuierliche System:

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} &= x_1^2 + 2x_1x_2 - \cos(x_2) \\ \frac{dx_3}{dt} &= x_1 + x_1^2u - \sqrt{x_3}. \end{aligned}$$

- Ermitteln Sie für $u = u_R = 1$ alle Ruhelagen des Systems.

Aufgabe 6:

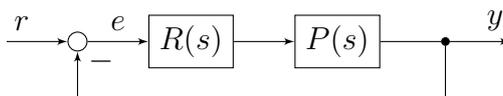
Gegeben sei die *Impulsantwort* eines linearen zeitkontinuierlichen zeitinvarianten Systems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y :

$$g(t) = e^{-3t} + 2e^t$$

- Ermitteln Sie die Ausgangsgröße $y(t)$ für $u(t) = \sigma(t)$.

Aufgabe 7:

Gegeben sei ein Standardregelkreis



mit der Regelstrecke

$$P(s) = \frac{1}{s - 5}.$$

Es soll ein Regler $R(s)$ so entworfen werden, dass die Gesamtübertragungsfunktion $T(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{r}(s)}$ *BIBO-stabil* ist.

- Welcher der folgenden Regler kann dafür eingesetzt werden? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

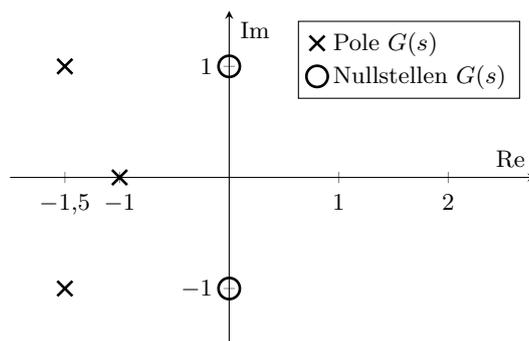
i) $R(s) = \frac{s - 5}{s + 2}$

ii) $R(s) = s + 4$

iii) $R(s) = 7$

Aufgabe 8:

Betrachten Sie den folgenden PN-Plan der Übertragungsfunktion $G(s)$ eines linearen zeitkontinuierlichen Systems.



Es gilt $G(0) = 1$.

- Ermitteln Sie $G(s)$.

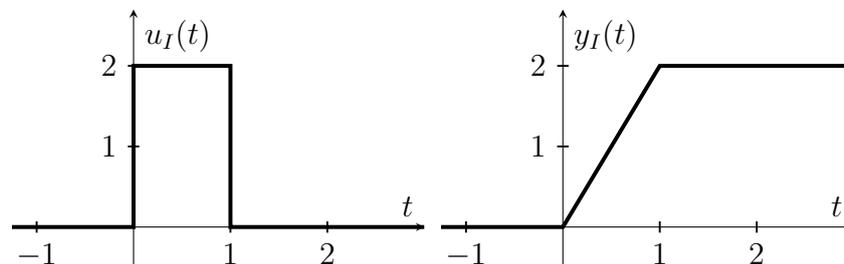
Aufgabe 1:

Geben Sie die *Definitionen* folgender Eigenschaften eines linearen zeitkontinuierlichen Systems mit der Eingangsgröße u , der Ausgangsgröße y und dem Zustandsvektor \mathbf{x} an:

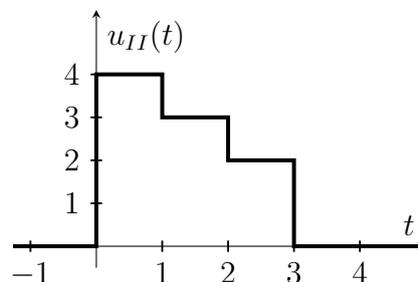
- a) Linearität;
- b) BIBO-Stabilität.

Aufgabe 2:

Es wird ein zeitkontinuierliches System mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y betrachtet. Im Rahmen eines Experimentes wurde für die im Folgenden dargestellte Zeitfunktion $u_I(t)$ der nebenstehend abgebildete Ausgangsgrößenverlauf $y_I(t)$ erhalten.



In einem zweiten Experiment soll nun die folgende Zeitfunktion als Eingangsgröße dienen:



Wie muss die Ausgangsgröße $y_{II}(t)$ des Systems im zweiten Experiment für den Fall aussehen, dass es sich um ein *lineares, zeitinvariantes* System handelt.

Aufgabe 3:

Geben Sie zu den folgenden linearen zeitinvarianten Übertragungsgliedern jeweils die Differentialgleichung und die dazugehörige Sprungantwort $h(t)$ an:

- a) Verzögerungsglied erster Ordnung (PT1-Glied)
- b) Integrator (I-Glied)

Aufgabe 4:

Gegeben sei ein zeitkontinuierliches lineares zeitvariantes System mit der Eingangsgröße u , der Ausgangsgröße y und dem Zustandsvektor \mathbf{x} :

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -3 & 3 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

$$y = [1 \quad 0] \mathbf{x}.$$

Ermitteln Sie den zeitlichen Verlauf der Ausgangsgröße $y(t)$ für $\mathbf{x}(0) = [0 \quad 1]^T$.

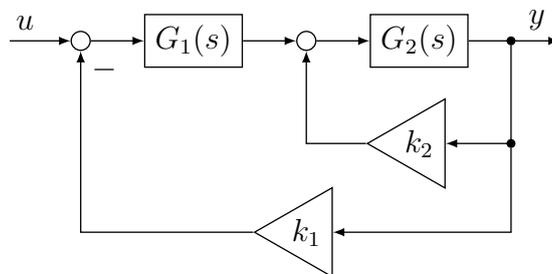
Aufgabe 5:

Gegeben sei eine Regelstrecke, an der gefahrlos verschiedenste Experimente durchgeführt werden können. Es soll ein *PID*-Regler zur Regelung dieser Strecke ausgelegt werden.

- Welche Methoden kennen Sie, um günstige Startwerte für die gesuchten Reglerparameter zu finden?
- Erklären Sie eine der Methoden im Detail!
- Worauf ist zu achten, falls eine Stellgrößenbeschränkung vorhanden ist?

Aufgabe 6:

Betrachten Sie folgende Zusammenschaltung zweier Übertragungssysteme mit den Übertragungsfunktionen $G_1(s)$ und $G_2(s)$:



- a) Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G(s) := \left. \frac{\bar{y}(s)}{\bar{u}(s)} \right|_{AW=0}$ allgemein in Abhängigkeit der Übertragungsfunktionen $G_1(s)$, $G_2(s)$, k_1 und k_2 .

- b) Zeigen Sie, dass für

$$G_1(s) = \frac{1}{s-1}, \quad G_2(s) = \frac{1}{s+1}$$

die Übertragungsfunktion $G(s)$ durch

$$G(s) = \frac{1}{s^2 - k_2 s + k_1 + k_2 - 1}$$

gegeben ist. Hierbei sind k_1 und k_2 *reelle* Parameter.

- c) Bestimmen Sie den größtmöglichen Wertebereich der Parameter k_1 und k_2 , für den die Übertragungsfunktion $G(s)$ die BIBO-Eigenschaft besitzt.

Aufgabe 7:

Gegeben sei folgendes nichtlineares Zustandsmodell mit den Zuständen x_1, x_2, x_3 , der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y :

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= x_1 u \\ \frac{dx_2}{dt} &= x_1^2 + x_2^3 + u \\ \frac{dx_3}{dt} &= x_3 \cos x_1 + x_2 \\ y &= x_3^2 u^2.\end{aligned}$$

Ermitteln die Ruhelage für $u = u_R = 1$, sowie das dazugehörige linearisierte Zustandsmodell der Form

$$\begin{aligned}\frac{d\Delta\mathbf{x}}{dt} &= \mathbf{A}\Delta\mathbf{x} + \mathbf{b}\Delta u, \\ \Delta y &= \mathbf{c}^T \Delta\mathbf{x} + d\Delta u,\end{aligned}$$

wobei

$$\Delta\mathbf{x} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_R, \quad \Delta u = u - u_R \quad \text{und} \quad \Delta y = y - y_R$$

gilt.

Aufgabe 8:

Gegeben sei das Polynom

$$p(s) = (-1)s^4 + \alpha s^3 + 2\beta s^2 + \alpha s + \beta - 1.$$

Ermitteln Sie mit Hilfe des Routh-Schemas Bedingungen für die Parameter α und β , welche notwendig und hinreichend dafür sind, dass $p(s)$ ein Hurwitzpolynom ist.

Aufgabe 1:

Geben Sie die *Definitionen* folgender systemtheoretischer Begriffe an:

- a) Zustandsgrößen,
- b) Zeitinvarianz.

Aufgabe 2:

Gegeben sei ein zeitkontinuierliches lineares zeitinvariantes System mit dem Zustandsvektor \mathbf{x} und der Ausgangsgröße y :

$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{x}}{dt} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \mathbf{x}, \\ y &= [1 \quad 1] \mathbf{x}.\end{aligned}$$

Ermitteln Sie den zeitlichen Verlauf der Ausgangsgröße $y(t)$ für $\mathbf{x}(0) = [1 \quad 0]^T$.

Aufgabe 3:

Gegeben sei ein nichtlineares Zustandsmodell mit den Zustandsvektor $\mathbf{x} = [x_1 \quad x_2 \quad x_3]^T$, der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y :

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= x_1 x_2 x_3, \\ \frac{dx_2}{dt} &= x_1^2 + x_2 + x_3 u^2, \\ \frac{dx_3}{dt} &= \sin u, \\ y &= \sin(x_3) u^2 + x_1.\end{aligned}$$

Ermitteln Sie das um die Ruhelage $u_R = 0$ und $\mathbf{x}_R = [2 \quad -4 \quad 0]^T$ linearisierte Zustandsmodell

$$\begin{aligned}\frac{d\Delta\mathbf{x}}{dt} &= \mathbf{A}\Delta\mathbf{x} + \mathbf{b}\Delta u, \\ \Delta y &= \mathbf{c}^T \Delta\mathbf{x} + d\Delta u\end{aligned}$$

mit

$$\Delta\mathbf{x} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_R, \quad \Delta u = u - u_R \quad \text{und} \quad \Delta y = y - y_R.$$

Aufgabe 4:

Ermitteln sie mit Hilfe des Routh-Schemas jeweils den größtmöglichen Wertebereich des reellen Parameters k , für den die einzelnen Polynome Hurwitzpolynome sind.

$$i) \quad p_1(s) = s^4 + (1 - k)s^3 + (k - 1)s^2 + s + 1$$

$$ii) \quad p_2(s) = ks^4 + 4s^3 + 6s^2 + 4s + 1$$

$$iii) \quad p_3(s) = s^4 + k^2s^3 + ks^2 + 1$$

$$iv) \quad p_4(s) = s^2 + 5s + k^2$$

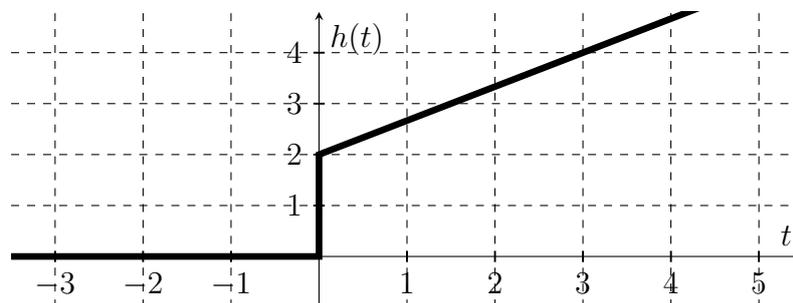
Aufgabe 5:

Geben Sie zu den folgenden linearen zeitinvarianten Übertragungsgliedern jeweils die Übertragungsfunktion an und skizzieren sie deren Sprungantworten.

- Verzögerungsglied erster Ordnung (PT1-Glied)
- Vorhalteglied (DT1-Glied)

Aufgabe 6:

Gegeben sei folgende Sprungantwort eines PI-Reglers:



Lesen Sie den Proportionalbeiwert K_P und die Nachstellzeit T_N des PI-Reglers aus dem Diagramm ab und geben Sie die Übertragungsfunktion $R(s)$ des Reglers an.

Aufgabe 1:

Von einer gebrochen rationalen Übertragungsfunktion $G(s)$ *zweiter Ordnung* mit reellen Koeffizienten ist bekannt, dass Folgendes gilt:

$$\lim_{s \rightarrow -1-j} |G(s)| = \infty, \quad G(0) = 2.$$

Weiters ist bekannt, dass im eingeschwungenen Zustand $y(t) = 0$ für $t \gg$ gilt, wenn $u(t) = \sin(t)$ gewählt wird.

Ermitteln Sie $G(s)$.

Aufgabe 2:

Gegeben sind zwei in Serie geschaltene Zustandsmodelle.

System 1:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\mathbf{x}}} &= \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \hat{\mathbf{x}} + \begin{bmatrix} 0.5 \\ 1 \end{bmatrix} u \\ v &= [1 \ 0] \hat{\mathbf{x}} \end{aligned}$$

System 2:

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}} &= 2\tilde{x} + 4v \\ y &= \tilde{x} \end{aligned}$$

Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion des Gesamtsystems mit der Eingangsgröße $u(t)$ und der Ausgangsgröße $y(t)$.

Ist das Gesamtsystem *BIBO-stabil*? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

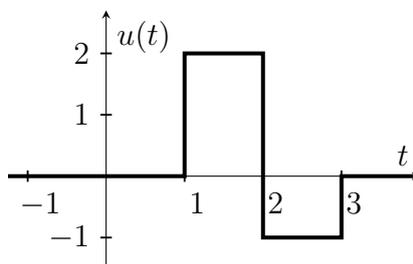
Aufgabe 3:

Gegeben sei ein lineares zeitinvariantes System mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y , das durch die *Sprungantwort*

$$h(t) = (2 + 3e^{-5t} - 5e^{-t}) \sigma(t)$$

beschrieben wird.

- Ermitteln Sie den exakten zeitlichen Verlauf der Ausgangsgröße $y(t)$ für die folgende Eingangsgröße:



Aufgabe 4:

Es sei ein Polynom

$$p(s) = a_3 s^3 - a_2 s^2 + s + 1$$

gegeben.

- a) Ermitteln Sie den *größtmöglichen* Wertebereich der reellen Parameter a_3 und a_2 , für den $p(s)$ ein Hurwitzpolynom ist.
- a) Stellen Sie den Bereich grafisch in der (a_2, a_3) -Ebene dar.

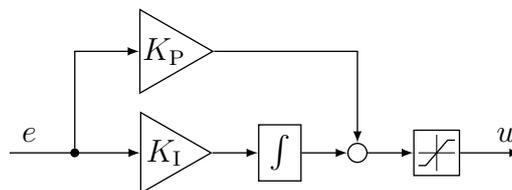
Aufgabe 5:

Geben Sie die *Definitionen* folgender Eigenschaften eines linearen zeitkontinuierlichen Systems mit der Eingangsgröße u , der Ausgangsgröße y und dem Zustandsvektor \mathbf{x} an:

- a) Linearität
- b) BIBO-Stabilität.

Aufgabe 6:

Betrachten Sie folgendes Strukturbild eines PI-Reglers:



Erweitern Sie das Strukturbild um eine Anti-Windup Maßnahme. Warum ist diese Maßnahme notwendig (Welcher Effekt spielt hier eine Rolle, bzw. warum tritt dieser auf)?

Aufgabe 7:

Gegeben sei ein nichtlineares Zustandsmodell zweiter Ordnung mit den Zustandsvariablen x_1 und x_2 , der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y :

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= 2x_1x_2 + \sin x_1, \\ \frac{dx_2}{dt} &= -x_2 + u^2, \\ y &= x_1x_2. \end{aligned}$$

Ermitteln sie für die konstante Eingangsgröße $u_R = 2$ die Ruhelage \mathbf{x}_R des Systems, sowie das linearisierte Zustandsmodell

$$\begin{aligned}\frac{d\Delta\mathbf{x}}{dt} &= \mathbf{A}\Delta\mathbf{x} + \mathbf{b}\Delta u, \\ \Delta y &= \mathbf{c}^T \Delta\mathbf{x},\end{aligned}$$

wobei

$$\Delta\mathbf{x} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_R, \quad \Delta u = u - u_R \quad \text{und} \quad \Delta y = y - y_R$$

gilt.

Aufgabe 8:

Geben Sie zu den folgenden linearen zeitinvarianten Übertragungsgliedern jeweils die Differentialgleichung und die dazugehörige Sprungantwort $h(t)$ an:

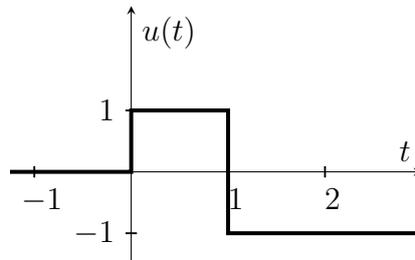
- a) Verzögerungsglied erster Ordnung (PT1-Glied)
- a) Integrator (I-Glied)

Aufgabe 1:

Gegeben ist die Übertragungsfunktion eines *linearen zeitinvarianten* Systems:

$$G(s) = \frac{2s + 8}{s^2 + 8s + 15}.$$

Als Eingangsgröße $u(t)$ wird der folgende zeitliche Verlauf gewählt:



- Ermitteln Sie den zeitlichen Verlauf der Ausgangsgröße $y(t)$.
- Ermitteln Sie den stationären Wert $y_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t)$.

Aufgabe 2:

Gegeben sei eine Regelstrecke, an der gefahrlos verschiedenste Experimente durchgeführt werden können. Es soll ein *PID*-Regler zur Regelung dieser Strecke ausgelegt werden.

- Welche Methoden kennen Sie, um günstige Startwerte für die gesuchten Reglerparameter zu finden?
- Erklären Sie eine der Methoden im Detail!
- Worauf ist zu achten, falls eine Stellgrößenbeschränkung vorhanden ist?

Aufgabe 3:

Gegeben sei die *Sprungantwort* eines linearen zeitkontinuierlichen zeitinvarianten Systems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y :

$$h(t) = \sigma(t) - \frac{1}{2}e^{-2t} - \frac{1}{2}e^{-3t}$$

Ermitteln Sie die *Impulsantwort* des Systems, d.h. die Reaktion des Systems auf $u(t) = \delta(t)$.

Aufgabe 4:

Gegeben sei ein zeitkontinuierliches lineares zeitinvariantes System mit der Eingangsgröße u , der Ausgangsgröße y und der Impulsantwort $g(t)$.

Zeigen Sie, dass das System *genau dann* BIBO-stabil ist, wenn seine Impulsantwort absolut integrierbar ist.

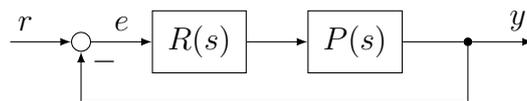
Aufgabe 5:

Geben Sie die *Definitionen* folgender Eigenschaften linearer zeitkontinuierlicher Systeme mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y an:

- a) Kausalität
- b) Linearität.

Aufgabe 6:

Gegeben sei ein Standardregelkreis



mit der Regelstrecke

$$P(s) = \frac{1}{s - 6}.$$

Es soll ein Regler $R(s)$ so entworfen werden, dass die Gesamtübertragungsfunktion $T(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{r}(s)}$ *BIBO-stabil* ist.

- a) Welcher der folgenden Regler kann dafür eingesetzt werden? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

- i) $R(s) = 5$
- ii) $R(s) = s + 7$
- iii) $R(s) = \frac{s - 6}{s + 4}$

Aufgabe 7:

Gegeben sei das Polynom

$$p(s) = (-1)s^4 + \alpha s^3 + 2\beta s^2 + \alpha s + \beta - 1.$$

Ermitteln Sie mit Hilfe des Routh-Schemas Bedingungen für die Parameter α und β , welche notwendig und hinreichend dafür sind, dass $p(s)$ ein Hurwitzpolynom ist.

Aufgabe 8:

Gegeben sei das folgende nichtlineare zeitkontinuierliche System:

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= x_1x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} &= -3x_1^2 + x_2 + u \\ \frac{dx_3}{dt} &= x_1x_2x_3 + x_3 + u.\end{aligned}$$

Ermitteln Sie für $u = u_R = 1$ *alle* Ruhelagen des Systems.