Institut für Regelungs- und Automatisierungstechnik, TU Graz

Schriftliche Prüfung aus Mess- und Regelungstechnik 1 bzw. Regelungstechnik I am 14.3.2011

Name:

Kenn - u. Matr.Nr.:

Aufgabe	1	2	3	4	5	Σ
erreichbare Pkte.	7	5	3	7	2	24
erreichte Punkte						

Korrespondenz zur Laplace - Transformation:

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{(s-a)^n}\right\} = \frac{t^{n-1}}{(n-1)!}e^{at}$$

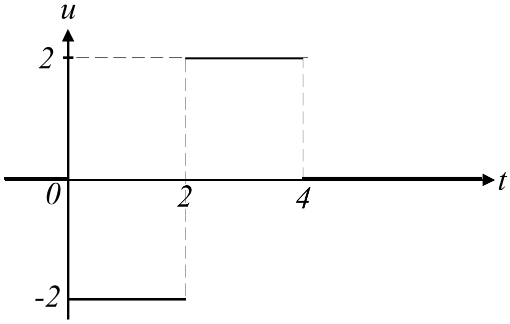
1. Vorgegeben sei das mathematische Modell eines Übertragungssystems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y

$$\ddot{y} + 7\dot{y} + 12y = 6u \ .$$

- Berechnen Sie die Antwort $y(t)$ des Systems für den Fall

$$y(0) = 1, \quad \dot{y}(0) = 1, \quad u(t) = 0 \ \text{ für } \ t \geq 0.$$

  Geben Sie auch eine **graphische Darstellung** der Lösungsfunktion an.
- Bestimmen Sie die Antwort $y(t)$ des Systems für $y(0) = 0, \dot{y}(0) = 0$ und die Eingangsfunktion $u(t) = \sigma(t)$ ($\sigma(t)\ldots$Einheitssprungfunktion).
- Wie lautet die Antwort $y(t)$ für $y(0) = 1, \dot{y}(0) = 1$ und die Eingangsfunktion $u(t)$, die im folgenden Bild dargestellt ist?



- Ermitteln Sie die Antwort $y(t)$ **im eingeschwungenen Zustand** für die Eingangsfunktion $u(t) = \sigma(t) + \frac{1}{2}\sin 2t$.

2. Von einem linearen zeitinvarianten Übertragungssystem 1.Ordnung mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y sind die beiden folgenden Eigenschaften bekannt:

   (I) Ausgehend von seinem Ruhezustand bei $t = 0$ antwortet das System auf die Eingangsfunktion $u(t) = t$ mit einer Zeitfunktion $y(t)$, für die gilt:

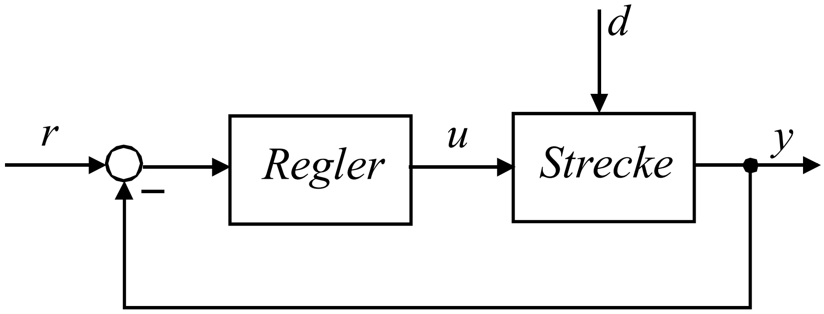
$$\lim_{t\to\infty} y(t) = 2.$$

   (II) Ausgehend vom Ruhezustand bei bei $t = 0$ antwortet das System auf die Eingangsfunktion $u(t) = \sigma(t)$ mit einer Zeitfunktion $y(t)$, für die gilt:

$$\lim_{t\to 0^+} y(t) = y(0) = 3.$$

   - Bestimmen Sie die zugehörige Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{u}(s)}$.
   - Zeichnen Sie die Frequenzgangsortskurve $G(j\omega)$ des Systems.
   - Geben Sie eine gerätetechnische Realisierung des Systems durch eine Operationsverstärkerschaltung an. Die Parameterwerte für die Bauelemente müssen dabei **nicht** ermittelt werden!

3. Folgender Regelkreis sei vorgegeben.



   Das mathematische Modell der Strecke lautet:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -2x_1 - 3x_2 + u \\ y &= x_1 + d \end{aligned}$$

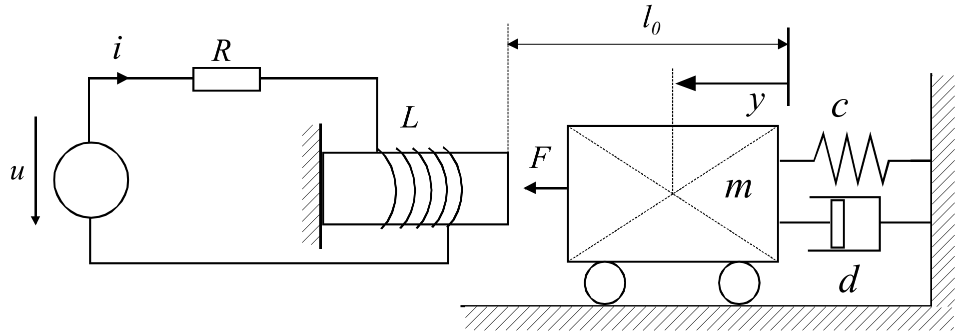
   - Berechnen Sie den Parameter eines Proportional-Reglers so, dass folgende Forderung an den **geschlossenen** Regelkreis erfüllt wird:

$$S(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{d}(s)} \text{ für } r(t) = 0 \text{ besitzt Polstellen bei } s_{1,2} = -\frac{3}{2} \pm j\frac{3}{2}$$

   - Wie groß ist mit dem eben berechneten Regler der Grenzwert

$$\lim_{t\to\infty} y(t) \quad \text{für} \quad r(t) = \sigma(t) \text{ und } d(t) = 0?$$

4. Betrachten Sie das folgende elektromechanische System, bei dem ein feststehender Elektromagnet eine Kraft F auf eine horizontal bewegliche Masse m ausübt. Der Elektromagnet ist an eine Spannungsquelle mit der Quellenspannung u angeschlossen und er besitzt den ohmschen Widerstand R und die (konstante) Induktivität L. Die Masse m ist über ein Feder-Dämpfersystem (Federkonstante c, Dämpfungskonstante d) mit einer feststehenden Wand verbunden. Es wird angenommen, dass die Federkraft proportional zur Längenänderung der Feder und die Dämpfungskraft proportional zur Geschwindigkeit ist.



Die horizontale Auslenkung der Masse wird mit y bezeichnet, wobei angenommen wird, dass sie von der Gleichgewichtslage für $F = 0$ aus gemessen wird, d.h. für $y = 0$ ist die Feder entspannt und der Abstand zwischen dem Eisenkern und dem Wagen ist dabei l_0. Für die Kraftwirkung gilt die Beziehung

$$F = k\frac{i^2}{(l_0 - y)^2},$$

wobei mit i der Strom durch die Spule bezeichnet wird und k eine positive reelle Konstante ist. Es wird angenommen, dass im Betrieb des Systems stets $y < l_0$ gilt.

- Bestimmen Sie das zugehörige mathematische Modell in der Form eines **Systems von gewöhnlichen Differentialgleichungen 1.Ordnung.**
- Berechnen Sie den Wert der konstanten Quellenspannung $u(t) = u_R$, damit das System eine Ruhelage mit der Eigenschaft $y_R = \frac{l_0}{2}$ besitzt. Wie groß ist dabei der konstante Spulenstrom i_R?
- Linearisieren Sie das mathematische Modell für kleine Abweichungen der Größen von ihren Werten in der Ruhelage.
- Zeichnen Sie das Strukturbild das **linearisierten** Modells.

5. Wie lautet das mathematische Modell eines **idealen PID-Systems** im Zeitbereich? Welche Probleme gibt es bei der gerätetechnischen Realisierung dieses Systems und wie lautet die Übertragungsfunktion einer realisierbaren Näherung des PID-Systems?