Institut für Regelungs- und Automatisierungstechnik, TU Graz

Schriftliche Prüfung aus Mess- und Regelungstechnik 1 bzw. Regelungstechnik I am 30.8.2010

Name:

Kenn - u. Matr.Nr.:

Aufgabe	1	2	3	4		Σ
erreichbare Pkte.	5	6	6	7		24
erreichte Punkte						

Korrespondenz zur Laplace - Transformation:

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{(s-a)^n}\right\} = \frac{t^{n-1}}{(n-1)!}e^{at}$$

1. Vorgegeben sei das mathematische Modell eines Übertragungssystems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2\\ \dot{x}_2 &= -4x_1 - 5x_2 + u\\ y &= 4x_1\end{aligned}$$

- Berechnen Sie die Antwort $y(t)$ des Systems für den Fall

  $$x_1(0) = 1, \qquad x_2(0) = 0, \qquad u(t) = \sigma(t) \;\; \text{(Einheitssprungfunktion).}$$

  Geben Sie auch eine **graphische Darstellung** der Lösungsfunktion $y(t)$ an. Berücksichtigen Sie dabei besonders die Werte $y(0)$,$\dot{y}(0)$ und $\lim\limits_{t\to\infty} y(t)$.

- Ermitteln Sie die Antwort $y(t)$ im **eingeschwungenen Zustand** für den Fall

  $$x_1(0) = 0, \qquad x_2(0) = 0, \qquad u(t) = 2\sigma(t) + 3\cos t.$$

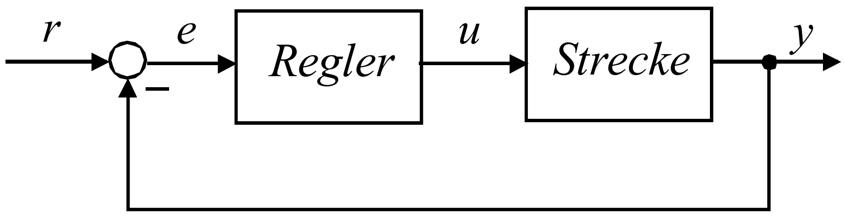
2. Beantworten Sie folgende Fragen.

   - Was versteht man unter dem Begriff *Tiefpass*?
   - Wie lautet das mathematische Modell eines *verzögernden Differenzierers* mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y? Geben Sie auch eine Operationsverstärkerschaltung zur Realisierung dieses Systems an.
   - Vorgegeben sei das mathematische Modell eines Übertragungssystems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y

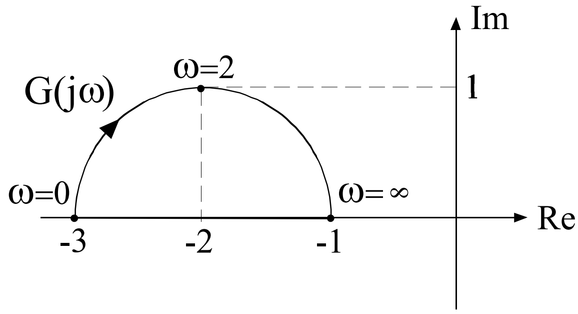
     $$\dddot{y} + 2\ddot{y} + 3\dot{y} + 4y = 5u.$$

     Geben Sie dazu ein gleichwertiges Modell in der Form eines *Systems von Differentialgleichungen 1. Ordnung* an und zeichnen Sie das zugehörige *Strukturbild*.

3. Folgender Regelkreis sei vorgegeben.



Von der Strecke ist bekannt, dass sie ein lineares zeitinvariantes System 1.Ordnung ist. Die zugehörige Frequenzgangsortskurve $G(j\omega)$ wurde durch Messung ermittelt.



   - Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$ der Strecke.
   - Für den Regler wird nun ein **PI-System** gewählt. Dabei wird die Nachstellzeit mit

     $$T_N = \frac{1}{2}$$

     festgelegt. Welcher Wert muss für den Proportionalbeiwert K_P des Reglers gewählt werden, damit die Übertagungsfunktion

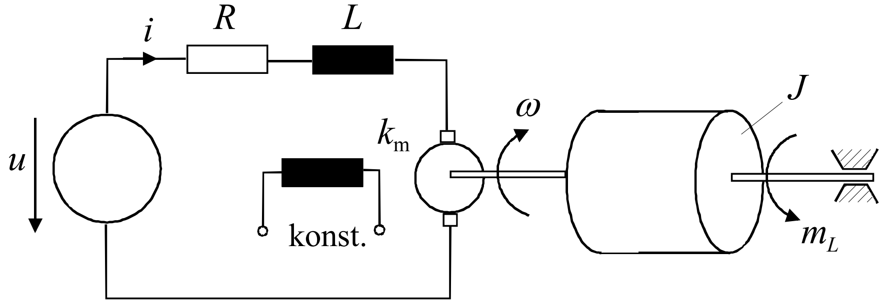
     $$T(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{r}(s)}$$

     des Regelkreises eine Polstelle bei $s = -1$ besitzt? Wie lautet damit die Übertragungsfunktion $R(s)$ des Reglers?
   - Wie groß ist (mit dem berechneten Regler) der Grenzwert

     $$\lim_{t\to\infty} e(t) \quad \text{für} \quad r(t) = t\sigma(t) \text{ ?}$$

     im Regelkreis?

4. Betrachten Sie eine fremderregte Gleichstrommaschine mit einer mechanischen Last. Fassen Sie die Spannung u der Spannungsquelle als Eingangsgröße und die Winkelgeschwindigkeit ω der Motorwelle als Ausgangsgröße auf. Die Größe m_L stellt ein Lastmoment (Störgröße) dar. Der Parameter k_m ist die Motorkonstante und mit J wird das Trägheitsmoment des Rotors bezeichnet.



- Berechnen Sie das zugehörige mathematische Modell in der Form **eines Systems von gewöhnlichen Differentialgleichungen erster Ordnung** unter der Annahme, dass sich der Rotor reibungsfrei drehen kann.
- Nehmen Sie nun an, dass für das Lastmoment gilt

$$m_L = k_L \omega^3,$$

wobei k_L eine positive reelle Konstante ist. Setzen Sie für die Paramter $R = L = J = k_L = 1$ bzw. $k_m = 0.5$ und bestimmen Sie den Wert für eine konstante Spannung $u = u_R$ so, dass sich im Gleichgewichtszustand (Ruhelage) des Systems eine konstante Winkelgeschwindigkeit $\omega_R = 1\,[rad/s]$ einstellt.
- Geben Sie ein **lineares** mathematisches Modell für kleine Abweichungen vom berechneten Gleichgewichtszustand an und ermitteln Sie die zugehörige Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{\Delta\bar{\omega}(s)}{\Delta\bar{u}(s)}.$$