Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik** am 01.12.2017

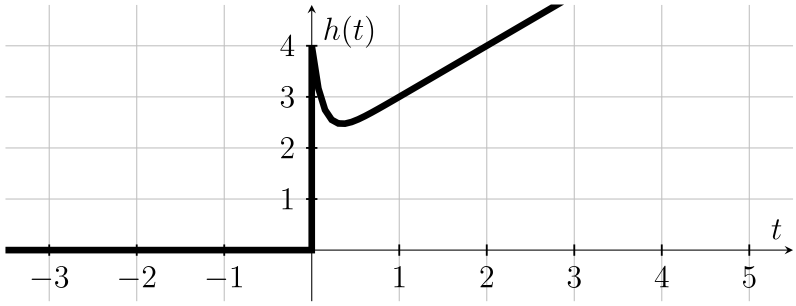
Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	2	3	2	3	3	2	3	3	21
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

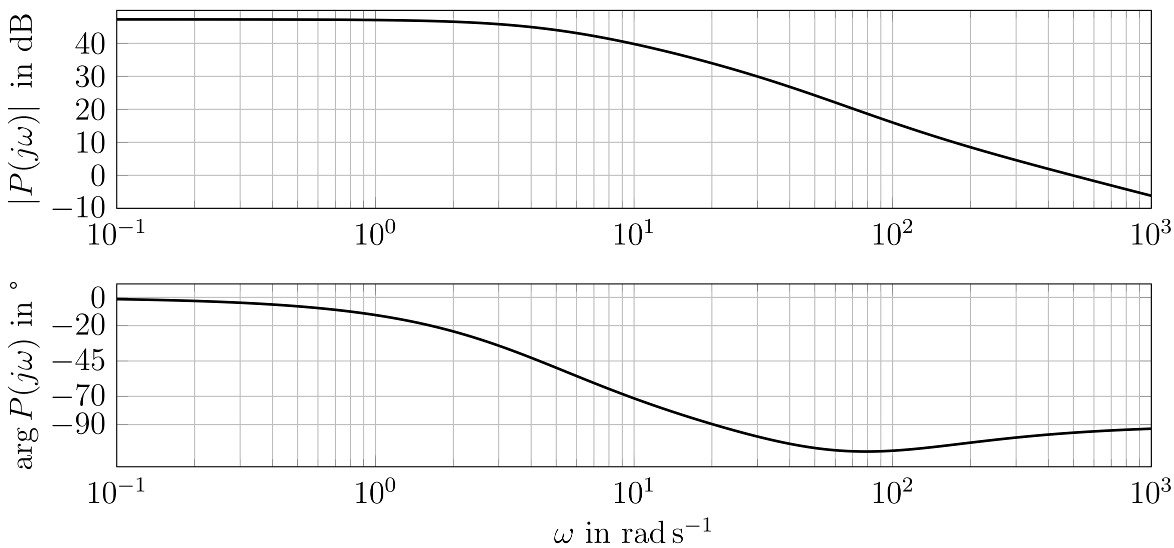
Gegeben sei folgende Sprungantwort eines realisierbaren PID-Reglers:



Es ist bekannt, dass die Realisierungszeitkonstante den Wert $T_\mathrm{R} = \frac{1}{3}$ hat. Lesen Sie den Proportionalbeiwert K_P, die Nachstellzeit T_N und die Vorhaltezeit T_V des PID-Reglers aus dem Diagramm ab und geben Sie die Übertragungsfunktion $R(s)$ des Reglers an.

Aufgabe 2:

Betrachten Sie einen Standardregelkreis bestehend aus einem Regler mit der Übertragungsfunktion $R(s)$ und einer Strecke mit der Übertragungsfunktion $P(s)$. Die Strecke $P(s)$ sei vom einfachen Typ. Ihr Frequenzgang ist graphisch in Form von BODE-Diagrammen gegeben:



Als Regler wird der I-Regler $R(s) = \frac{1}{10s}$ verwendet. Bestimmen Sie (näherungsweise) die zu erwartende Anstiegszeit t_r und die Überschwingweite M_p der Sprungantwort des geschlossenen Kreises.

Aufgabe 3:

Gegeben sei ein Zustandsraummodell der Form

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u,$$

welches *nicht steuerbar* ist. Zeigen Sie, dass zumindest ein Eigenwert des Systems nicht durch ein Zustandsregelgesetz der Form $u = -\mathbf{k}^T\mathbf{x}$ verändert werden kann, d.h. dass zumindest ein Eigenwert der Matrix $\mathbf{A}$ auch ein Eigenwert der Systemmatrix des geschlossenen Kreises ist. (*Hinweis:* Gehen Sie dazu von dem Hautus-Kriterium für die Steuerbarkeit aus.)

Aufgabe 4:

Für eine in Form der Übertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{\mu(s)}{\nu(s)}$$

gegebene Regelstrecke *zweiter Ordnung* soll eine Führungsübertragungsfunktion $T(s)$ so bestimmt werden, dass für sprungförmige Führungsgröße $r(t)$ das Gütekriterium

$$J = \int_0^\infty [r(t) - y(t)]^2 + \delta\,[u(t) - u_\infty]^2\,\mathrm{d}t$$

minimiert wird. Dabei bezeichnet u_∞ den Grenzwert von $u(t)$ für $t \to \infty$. Leider gehen durch einen Festplattendefekt die Daten des Entwurfs verloren. Im Zuge einer Datenrettung kann lediglich rekonstruiert werden, dass

$$\delta\nu(s)\nu(-s) = -\mu(s)\mu(-s) \quad \text{für } s = 2 - j$$

und

$$\mu(s) = s - 4$$

gilt. Rekonstruieren Sie aus diesen Informationen die optimale Führungsübertragungsfunktion. (*Hinweis:* Es ist nicht notwendig und auch nicht möglich, $\nu(s)$ bzw. δ zu ermitteln.)

Aufgabe 5:

Es sei folgendes System zweiter Ordnung mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y gegeben:

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} &= \begin{bmatrix} -1 & 5 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix} u \\ y &= \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}\mathbf{x}.\end{aligned}$$

a) Ermitteln Sie den flachen Ausgang $z = \lambda^T\mathbf{x}$ des Systems.

b) Ein bereits entworfenes Zustandsregelgesetz $u = \mathbf{k}^T\mathbf{x}$ soll um eine Vorsteuerung

$$u = -\mathbf{k}^T(\mathbf{x} - \mathbf{x}_V) + u_V$$

erweitert werden. Bestimmen Sie die Zeitfunktionen $\mathbf{x}_V$ und u_V durch Planung einer polynomiellen Trajektorie für den flachen Ausgang z so, dass das System ausgehend von einer Ruhelage $\mathbf{x}_A$, u_A innerhalb der Zeit T_T in eine Ruhelage $\mathbf{x}_E$, u_E überführt wird. Die Ruhelagen lauten wie folgt:

$$\mathbf{x}_A = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix},\ u_A = -6 \qquad\qquad \mathbf{x}_E = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix},\ u_E = 3.$$

Hinweis: Benutzen Sie die gegebene Tabelle.

Aufgabe 6:

Gegeben sei das Modell einer Regelstrecke in Form der Übertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{s-3}{s(s+1)}$$

Für den zu entwerfenden Regelkreis (erweiterte Regelkreisstruktur) wurde die Führungsübertragungsfunktion

$$T(s) = \frac{\mu_\mathrm{T}(s)}{(s+2)^3}$$

gewählt, wobei $\mu_\mathrm{T}(s)$ das Zählerpolynom repräsentiert.

a) Geben Sie Bedingungen für $\mu_\mathrm{T}(s)$ an, sodass $T(s)$ implementierbar ist.

b) Wählen Sie ein Polynom $\mu_\mathrm{T}(s)$ *möglichst niedrigen Grades*, das die Bedingungen
   i) $T(s)$ ist implementierbar
   ii) stationäre Genauigkeit, d.h. $\lim_{t\to\infty} y(t) = 1$ für $r(t) = \sigma(t)$

   erfüllt.

Aufgabe 7:

Es sei eine Regelstrecke mit der Übertragungsfunktion $P(s)$ gegeben:

$$P(s) = \frac{s^2 - 4s + 20}{s^3 + 1}$$

Geben Sie zu dieser Streckenübertragungsfunktion jeweils, sofern möglich, ein Beispiel für eine *implementierbare* Führungsübertragungsfunktion

- 1. Ordnung,
- 2. Ordnung,
- 3. Ordnung,
- 4. Ordnung

an. (*Begründen Sie jeweils Ihre Antwort!*)

Aufgabe 8:

Gegeben sei ein lineares zeitkontinuierliches System mit der Eingangsgröße u, der Ausgangsgröße y und der Zustandsgröße x:

$$\frac{dx}{dt} = -5x - 2u,$$
$$y = x.$$

Entwerfen Sie einen *PI-Zustandsregler*

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = r - y$$
$$u = -kx - k_i\varepsilon - k_p(r - y)$$

mit dem Proportionalbeiwert $k_p = -4$. Berechnen Sie die Werte der Parameter k und k_i so, dass der geschlossene Regelkreis eine Dynamikmatrix mit den Eigenwerten $s_1 = s_2 = -3$ aufweist.

Formeln und Tabellen

Koeffizienten einer Solltrajektorie der Ordnung $p = 2n + 1$

n	$\tilde{\gamma}_{n+1}$	$\tilde{\gamma}_{n+2}$	$\tilde{\gamma}_{n+3}$	$\tilde{\gamma}_{n+4}$	$\tilde{\gamma}_{n+5}$	$\tilde{\gamma}_{n+6}$
1	3	-2				
2	10	-15	6			
3	35	-84	70	-20		
4	126	-420	540	-315	70	
5	462	-1980	3465	-3080	1386	-252

Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik** am 27.09.2017

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	3	2	3	3	3	2	2	3	21
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Die Übertragungsfunktion eines *offenen* Regelkreises

$$L(s) = R(s)P(s) = \frac{100}{s^2 + 10s}$$

sei gegeben. Hierbei ist $R(s)$ die Reglerübertragungsfunktion und $P(s)$ die Übertragungsfunktion der Strecke.

a) Stellen Sie den Frequenzgang $L(j\omega)$ in Form von BODE-Diagrammen dar.

b) Ermitteln Sie näherungsweise die zu erwartende Anstiegszeit t_r und die Überschwingweite M_p der Sprungantwort des *geschlossenen* Kreises.

c) Wird mit dieser Konfiguration stationäre Genauigkeit für konstante Führungsgrößen erreicht?

Begründen Sie Ihre Antwort!

Aufgabe 2:

Betrachten Sie das System

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} &= \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix} u \\ y &= \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x} - u \end{aligned}$$

mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y. Geben Sie alle Ruhelagen des Systems an, die zur Ausgangsgröße $y(t) = 4$ führen.

Aufgabe 3:

Bei der analytischen Reglersynthese wird eine (implementierbare) Führungsübertragungsfunktion definiert und daraus der Regler berechnet.

a) Geben Sie die Definition der *Implementierbarkeit* an.

b) Ist jede implementierbare Führungsübertragungsfunktion in Form eines Standardregelkreises umsetzbar? *Begründen Sie Ihre Antwort!*

c) Zeichnen Sie eine Regelkreisstruktur mit der jede implementierbare Übertragungsfunktion realisiert werden kann.

Aufgabe 4:

Es ist folgende steuerbare und beobachtbare Regelstrecke mit der Eingangsgröße u, der Ausgangsgröße y und dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ gegeben:

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u \\ y &= \mathbf{c}^T\mathbf{x}.\end{aligned}$$

Als Regelgesetz wird ein Zustandsregler mit der Form

$$u = -\mathbf{k}^T\mathbf{x} + Vr$$

verwendet.
Zeigen Sie, dass für die Führungsübertragungsfunktion

$$T(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{r}(s)} = V\frac{\mu(s)}{w(s)}$$

gilt. Dabei symbolisiert $\mu(s)$ das Zählerpolynom der Übertragungsfunktion der Regelstrecke und $w(s)$ das charakteristische Polynom von $(\mathbf{A} - \mathbf{b}\mathbf{k}^T)$.

Aufgabe 5:

Gegeben sei die Übertragungsfunktion einer Regelstrecke.

$$P(s) = \frac{1}{s^3 + 3s + 1}$$

Es soll nun ein Standardregelkreis so ausgelegt werden, dass seine Führungsübertragungsfunktion $T(s)$ das vorgegebene Nennerpolynom

$$\nu_T(s) = (s+1)^5 = s^5 + 5s^4 + 10s^3 + 10s^2 + 5s + 1.$$

besitzt.

a) Ermitteln Sie die Parameter des Reglers

$$R(s) = \frac{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}$$

über die Methode der Polvorgabe.

b) Geben Sie eine Realisierung der Reglerübertragungsfunktion $R(s)$ in der Form

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}y \\ u &= \mathbf{c}^T\mathbf{x} + dy\end{aligned}$$

an.

Aufgabe 6:

Es sei folgendes System zweiter Ordnung mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y gegeben:

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{bmatrix} -1 & 5 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}.$$

a) Ermitteln Sie den flachen Ausgang $z = \lambda^T \mathbf{x}$ des Systems.

b) Ein bereits entworfenes Zustandsregelgesetz $u = \mathbf{k}^T \mathbf{x}$ soll um eine Vorsteuerung

$$u = -\mathbf{k}^T (\mathbf{x} - \mathbf{x}_V) + u_V$$

erweitert werden. Bestimmen Sie die Zeitfunktionen $\mathbf{x}_V$ und u_V durch Planung einer polynomiellen Trajektorie für den flachen Ausgang z so, dass das System ausgehend von einer Ruhelage $\mathbf{x}_A$, u_A innerhalb der Zeit T_T in eine Ruhelage $\mathbf{x}_E$, u_E überführt wird. Die Ruhelagen lauten wie folgt:

$$\mathbf{x}_A = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix}, \; u_A = -6 \qquad \mathbf{x}_E = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \; u_E = 3.$$

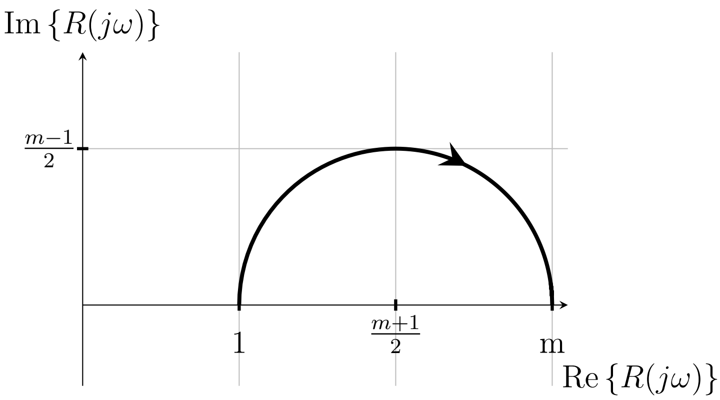
Hinweis: Benutzen Sie die umseitige Tabelle.

Aufgabe 7:

Zeigen Sie mathematisch, dass die Ortskurve eines Lead-Gliedes mit der Übertragungsfunktion

$$R(s) = \frac{1 + \frac{s}{\omega_Z}}{1 + \frac{s}{\omega_N}} \quad \text{mit } m = \frac{\omega_N}{\omega_Z} > 1$$

einen Halbkreis



mit Radius $\frac{m-1}{2}$ und Mittelpunkt bei $\frac{m+1}{2}$ bildet.
Hinweis: Betrachten Sie die Übertragungsfunktion $G(s) = R(s) - \frac{m+1}{2}$

Aufgabe 8:

Durch einen Computerfehler wurden die Daten eines Reglerentwurfs für einen Standardregelkreis bestehend aus einem Regler mit der Übertragungsfunktion $R(s)$ und einem Streckenmodell mit der Übertragungsfunktion $P(s)$ gelöscht. Ein Mitarbeiter konnte sich allerdings an den Zähler $\mu(s) = -2(s-3)$ von $P(s)$ erinnern.

Zusätzlich ist bekannt, dass für die *nicht sprungfähige, implementierbare* Führungsübertragungsfunktion $T(s)$ *zweiter Ordnung* folgendes gegolten hat:

$$\lim_{s \to (-3-3j)} |T(s)| = \infty \qquad\qquad T(0) = \frac{1}{3}$$

Die Reglerübertragungsfunktion

$$R(s) = \frac{1}{s+2}$$

konnte komplett rekonstruiert werden.

a) Wie lautet die Führungsübertragungsfunktion $T(s)$?

b) Wie lautet die Übertragungsfunktion des offenen Kreises $L(s)$?

c) Wie lautet die Streckenübertragungsfunktion $P(s)$?

Hinweis: Berücksichtigen Sie die Implementierbarkeitsbedingungen.

Formeln und Tabellen

Koeffizienten einer Solltrajektorie der Ordnung $p = 2n + 1$

n	$\tilde{\gamma}_{n+1}$	$\tilde{\gamma}_{n+2}$	$\tilde{\gamma}_{n+3}$	$\tilde{\gamma}_{n+4}$	$\tilde{\gamma}_{n+5}$	$\tilde{\gamma}_{n+6}$
1	3	-2				
2	10	-15	6			
3	35	-84	70	-20		
4	126	-420	540	-315	70	
5	462	-1980	3465	-3080	1386	-252

Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik** am 30.06.2017

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	2	3	3	3	2	3	3	2	21
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Es ist folgende steuerbare und beobachtbare Regelstrecke mit der Eingangsgröße u, der Ausgangsgröße y und dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ gegeben:

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u \\ y &= \mathbf{c}^T\mathbf{x}.\end{aligned}$$

Zeigen Sie in nachvollziehbarer Weise, dass die Eigenwerte der Dynamikmatrix des geschlossenen Regelkreises, bestehend aus der Regelstrecke, dem Zustandsregler der Form $u = -\mathbf{k}^T\hat{\mathbf{x}}$ und einem Zustandsbeobachter der Form

$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \mathbf{l}\left(y - \mathbf{c}^T\hat{\mathbf{x}}\right)$$

beliebig vorgegeben werden kann.
Hinweis: Betrachten Sie die Dynamik des geschlossenen Regelkreises mit dem Zustandsvektor $\begin{bmatrix}\mathbf{x} & \mathbf{e}\end{bmatrix}^T$.
Hinweis: Für Matrizen $\mathbf{M}_1$, $\mathbf{M}_2$, $\mathbf{M}_3$ passender Dimensionen gilt

$$\det\begin{bmatrix}\mathbf{M}_1 & \mathbf{M}_2 \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_3\end{bmatrix} = \det\mathbf{M}_1 \cdot \det\mathbf{M}_3.$$

Aufgabe 2:

Gegeben sei ein lineares zeitkontinuierliches System mit der Eingangsgröße u, der Ausgangsgröße y und der Zustandsgröße x:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= -3x + u, \\ y &= x.\end{aligned}$$

a) Entwerfen Sie einen *PI-Zustandsregler*

$$\begin{aligned}\frac{d\varepsilon}{dt} &= r - y \\ u &= -kx - k_i\varepsilon - k_p(r - y)\end{aligned}$$

mit $k_p = -3$. Berechnen Sie die Werte der Parameter k und k_i so, dass der geschlossene Regelkreis eine Dynamikmatrix mit den Eigenwerten $s_1 = s_2 = -5$ aufweist.

b) Welchen Hauptvorteil bietet der PI-Zustandsregler im Vergleich zum klassischen Zustandsregler?

Aufgabe 3:

Gegeben sei die Übertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{1}{s^3 + s + 1}$$

einer Regelstrecke. Es soll nun ein Standardregelkreis so ausgelegt werden, dass seine Führungsübertragungsfunktion

$$T(s) = \frac{\mu_T(s)}{\nu_T(s)} = \frac{R(s)P(s)}{1 + R(s)P(s)}.$$

das vorgegebene Nennerpolynom

$$\nu_T(s) = (s+1)^4(s+2) = s^5 + 6s^4 + 14s^3 + 16s^2 + 9s + 2.$$

besitzt.

a) Ermitteln Sie die Parameter des Reglers

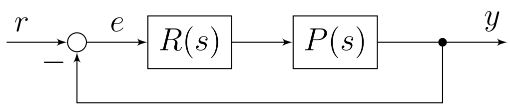
$$R(s) = \frac{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}$$

über die Methode der Polvorgabe.

b) Welches Zählerpolynom $\mu_T(s)$ ergibt sich mit diesem Regler?

Aufgabe 4:

Gegeben sei ein Standardregelkreis



mit der Regelstrecke

$$P(s) = \frac{s-1}{s(s-2)}$$

und der gewünschten Führungsübertragungsfunktion

$$T(s) = \frac{-2(s-1)}{s^2 + 3s + 2}.$$

a) Ist $T(s)$ implementierbar? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

b) Ermitteln Sie den Regler $R(s)$, der zur Übertragungsfunktion $T(s)$ führt, durch die direkte Reglerberechnung. Ist der Regelkreis intern stabil? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

Aufgabe 5:

Geben Sie den so genannten Luenberger-Beobachter in allgemeiner Form für eine Strecke

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u$$
$$y = \mathbf{c}^T\mathbf{x}$$

an. Bestimmen Sie ausgehend von den Differentialgleichungssystemen von Strecke und Beobachter die Dynamik des Schätzfehlers

$$\mathbf{e} = \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$$

wobei $\hat{\mathbf{x}}$ den geschätzten Zustandsvektor bezeichnet.

Aufgabe 6:

Es sei folgendes System zweiter Ordnung mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y gegeben:

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & -3 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}.$$

a) Ermitteln Sie den flachen Ausgang $z = \lambda^T\mathbf{x}$ des Systems.

b) Ein bereits entworfenes Zustandsregelgesetz $u = \mathbf{k}^T\mathbf{x}$ soll um eine Vorsteuerung

$$u = -\mathbf{k}^T(\mathbf{x} - \mathbf{x}_V) + u_V$$

erweitert werden. Bestimmen Sie die Zeitfunktionen $\mathbf{x}_V$ und u_V durch Planung einer polynomiellen Trajektorie für den flachen Ausgang so, dass das System in der Zeit $T_T = 2s$ ausgehend von einer Ruhelage $\mathbf{x}_A$, u_A in eine Ruhelage $\mathbf{x}_E$, u_E überführt wird. Die Ruhelagen lauten wie folgt:

$$\mathbf{x}_A = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \end{bmatrix} \qquad u_A = -6 \qquad \mathbf{x}_E = \begin{bmatrix} -3 \\ -2 \end{bmatrix} \qquad u_E = 3.$$

c) Welche Auswirkungen hat es, wenn für die Trajektorienplanung nur ein Polynom dritten Grades verwendet wird?

Hinweis: Benutzen Sie gegebenenfalls die umseitige Tabelle.

Aufgabe 7:

Das Frequenzkennlinienverfahren basiert darauf, dass die Übertragungsfunktion des offenen Kreises $L(s)$ vom einfachen Typ ist.

a) Was muss gelten, damit $L(s)$ vom einfachen Typ ist?

b) Warum muss für das Frequenzkennlinienverfahren vorausgesetzt werden, dass $L(s)$ vom einfachen Typ ist?

Aufgabe 8:

Betrachten Sie das System

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & -3 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y. Geben Sie alle Ruhelagen des Systems an, die zur Ausgangsgröße $y(t) = 5$ führen.

Formeln und Tabellen

Koeffizienten einer Solltrajektorie der Ordnung $p = 2n + 1$

n	$\tilde{\gamma}_{n+1}$	$\tilde{\gamma}_{n+2}$	$\tilde{\gamma}_{n+3}$	$\tilde{\gamma}_{n+4}$	$\tilde{\gamma}_{n+5}$	$\tilde{\gamma}_{n+6}$
1	3	-2				
2	10	-15	6			
3	35	-84	70	-20		
4	126	-420	540	-315	70	
5	462	-1980	3465	-3080	1386	-252