Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik** am 24.09.2015

Name / Vorname(n):

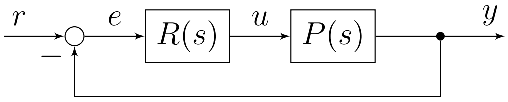
Matrikel-Nummer:

Bonuspunkte aus den MATLAB-Übungen: ◯ ja ◯ nein

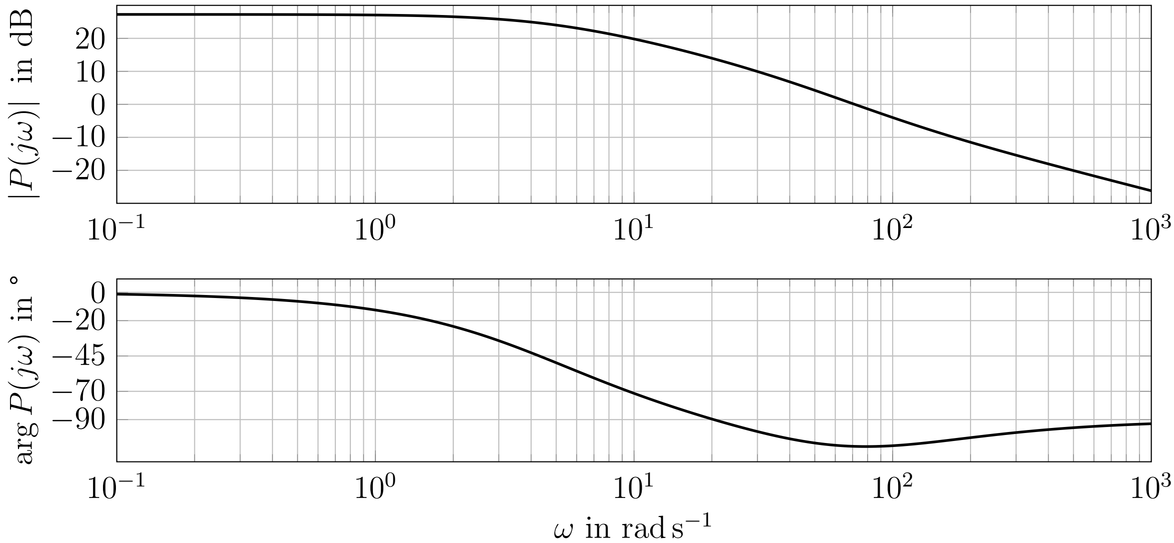
	1	2	3
erreichbare Punkte	6	7	8
erreichte Punkte			

Aufgabe 1:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Standardregelkreises mit der Führungsgröße r, der Regelabweichung e und der Ausgangsgröße y:



Die Strecke $P(s)$ sei vom einfachen Typ. Ihr Frequenzgang ist graphisch in Form von Bode-Diagrammen gegeben:



a) Es wird zunächst ein I-Regler $R(s) = \frac{1}{s}$ verwendet. Bestimmen Sie (näherungsweise) die zu erwartende Anstiegszeit t_{r}, die Überschwingweite M_{p} und die bleibende Regelabweichung e_∞ der Sprungantwort des geschlossenen Kreises.

b) Dimensionieren Sie nun einen Regler der Form

$$R(s) = \frac{K}{s}\frac{1 + {}^{s}/_{\omega_{\mathrm{Z}}}}{1 + {}^{s}/_{\omega_{\mathrm{N}}}}$$

mit den positiven Parametern K, ω_{Z} und ω_{N} so, dass die Sprungantwort des geschlossenen Kreises näherungsweise eine Anstiegszeit von $t_{\mathrm{r}} = 0{,}15\,\mathrm{s}$ und ein Überschwingen von 13 % aufweist.

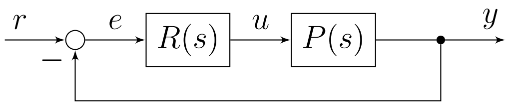
c) In einem Experiment soll für eine sinusförmige Führungsgröße die Ausgangsgröße *im eingeschwungenen Zustand* ermittelt werden. Es wird jedoch versehentlich nur die *Stellgröße* $u(t) = \frac{1}{20}\cos(20t)$ gemessen. Ermitteln Sie daraus den Verlauf von $y(t)$ im eingeschwungenen Zustand.

m	2	3	4	5	6	8	10
$\arcsin\frac{m-1}{m+1}$	19°	30°	37°	42°	46°	51°	55°
$\arctan m$	63°	72°	74°	79°	81°	83°	84°
$\lvert m\rvert_{\mathrm{dB}}$	6	9,5	12	14	15,5	18	20

Hinweis: $\arctan\frac{1}{m} = 90° - \arctan m$

Aufgabe 2:

Gegeben sei folgendes Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r, der Regelabweichung e und der Ausgangsgröße y:



Die Übertragungsfunktion der Regelstrecke lautet

$$P(s) = \frac{8}{s(s+2)^2}.$$

Als Regler wird zunächst ein P-Regler

$$R(s) = K$$

mit dem reellen Parameter K verwendet.

a) Skizzieren Sie für $\omega \geq 0$ die Ortskurve des Frequenzgangs $P(j\omega)$ in der komplexen Ebene. Ermitteln Sie rechnerisch deren Schnittpunkte mit der reellen Achse.

b) Bestimmen Sie mit Hilfe des Nyquist-Kriteriums nachvollziehbar (mit Fallunterscheidung und Ermittlung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

Es kommt nun ein PI-Regler

$$R(s) = K_\mathrm{P}\left(1 + \frac{1}{sT_\mathrm{N}}\right)$$

mit den reellen Parametern K_P und T_N zum Einsatz.

c) Dimensionieren Sie den PI-Regler mit Hilfe der *Closed-Loop* Methode nach Ziegler-Nichols. (*Hinweis:* Mit der kritischen Verstärkung K_k und der zugehörigen Periodendauer T_k lauten die Einstellregeln für einen PI-Regler nach der Closed-Loop Methode: $K_\mathrm{P} = 0{,}4 \cdot K_\mathrm{k}$; $T_\mathrm{N} = 0{,}8 \cdot T_\mathrm{k}$.)

d) Ermitteln Sie mit der Methode nach Tustin eine zeitdiskrete Approximation $R(z)$ des Reglers aus Punkt c) für die Abtastzeit $T_\mathrm{d} = \frac{\pi}{5}$. Geben Sie in Form einer Differenzengleichung das zugehörige Regelgesetz zur Ermittlung der Stellfolge (u_k) aus der Regelfehlerfolge (e_k) an.

Aufgabe 3:

Gegeben sei folgendes zeitdiskrete Zustandsraummodell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}\mathbf{x}_k + \mathbf{b}u_k = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} u_k$$
$$y_k = \mathbf{c}^T \mathbf{x}_k = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k.$$

Zur Regelung dieser Strecke soll ein Zustandsregelgesetz der Form

$$u_k = -\mathbf{k}^T \mathbf{x}_k + V r_k = -\begin{bmatrix} k_1 & k_2 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + V r_k$$

verwendet werden.

a) Ist die Regelstrecke *steuerbar*? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

b) Geben Sie notwendige und hinreichende Bedingungen für die reellen Parameter k_1 und k_2 an, damit der geschlossene Regelkreis asymptotisch stabil ist. Stellen Sie den zulässigen Bereich graphisch in der k_1-k_2-Ebene dar.

c) Aufgrund einer fehlerhaften Reglersoftware stehen nur Regler mit folgenden zwei Parametervektoren zur Verfügung:

i) $\mathbf{k}^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}$ ii) $\mathbf{k}^T = \begin{bmatrix} 3 & -1 \end{bmatrix}$

Wählen Sie den Parametervektor $\mathbf{k}$ so, dass der geschlossene Regelkreis asymptotisch stabil ist. (*Begründen Sie Ihre Wahl!*)

d) Ermitteln Sie die Führungsübertragungsfunktion $T(z)$ des geschlossenen Regelkreises.

e) Dimensionieren Sie den Parameter V so, dass der Regelkreis stationär genau ist, dass also für dessen Sprungantwort h_k gilt

$$\lim_{k\to\infty} h_k = 1.$$

f) Stellen Sie die Sprungantwort h_k des geschlossenen Kreises für $0 \leq k \leq 5$ graphisch dar.

Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik** am 24.11.2015

Name / Vorname(n):

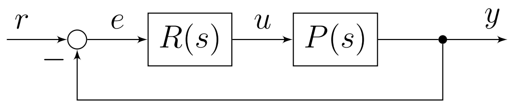
Matrikel-Nummer:

Bonuspunkte aus den MATLAB-Übungen: ◯ ja ◯ nein

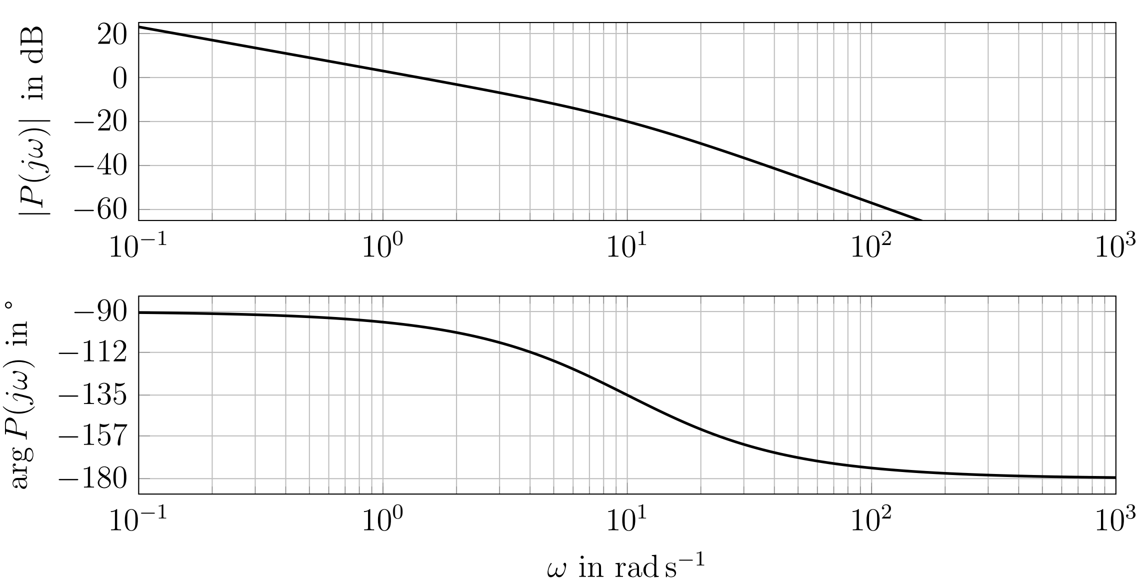
	1	2	3
erreichbare Punkte	5	8	8
erreichte Punkte			

Aufgabe 1:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Standardregelkreises mit der Führungsgröße r, der Regelabweichung e und der Ausgangsgröße y:



Die Strecke $P(s)$ sei vom einfachen Typ. Ihr Frequenzgang ist graphisch in Form von Bode-Diagrammen gegeben:



a) Die Sprungantwort des geschlossenen Kreises soll die Anstiegszeit $t_\mathrm{r} = 0{,}15\,\mathrm{s}$ und die Überschwingweite $M_\mathrm{p} = 1{,}06$ aufweisen. Wählen Sie eine dafür geeignete Reglerübertragungsfunktion (*Begründen Sie Ihre Wahl!*) und dimensionieren Sie deren Parameter mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens so, dass obige Anforderungen näherungsweise erfüllt werden.

b) Zusätzlich zu den Anforderungen aus Punkt a) soll nun bei der rampenförmigen Führungsgröße $r(t) = t$ für die bleibende Regelabweichung gelten:

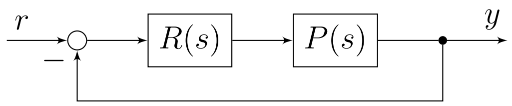
$$\left|\lim_{t\to\infty} e(t)\right| = \frac{1}{2}.$$

(Eine Veränderung des prozentualen Überschwingens um nicht mehr als 5 % wird dabei toleriert.) Erweitern Sie die zuvor gewählte Reglerstruktur in geeigneter Weise (*Geben Sie die gesamte Reglerübertragungsfunktion und eine Begründung an!*) und dimensionieren Sie die Reglerparameter mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens so, dass die Anforderungen näherungsweise erfüllt werden.

m	2	3	4	5	6	8	10
$\arcsin \frac{m-1}{m+1}$	19°	30°	37°	42°	46°	51°	55°
$\arctan m$	63°	72°	74°	79°	81°	83°	84°
$\lvert m\rvert_\mathrm{dB}$	6	9,5	12	14	15,5	18	20
Hinweis: $\arctan \frac{1}{m} = 90° - \arctan m$							

Aufgabe 2:

Gegeben sei folgendes Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Die Streckenübertragungsfunktion lautet

$$P(s) = \frac{s-2}{s+2}.$$

Als Regler kommt der integrierende Regler

$$R(s) = \frac{K}{s}$$

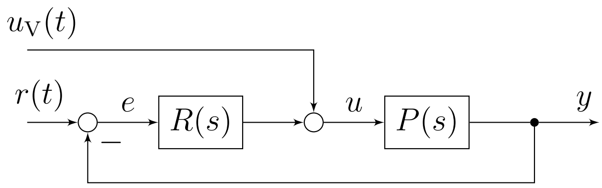
mit dem reellen Parameter K zum Einsatz.

a) Skizzieren Sie die Ortskurve des offenen Kreises $L(s) = R(s)P(s)$ für den Parameterwert $K = 1$. Ermitteln Sie deren Schnittpunkte mit der *reellen* Achse.

b) Bestimmen Sie mit Hilfe des Nyquist-Kriteriums nachvollziehbar (d.h. mit Fallunterscheidung und Ermittlung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

c) Bestimmen Sie den Parameter K so, dass der geschlossene Kreis die BIBO-Eigenschaft besitzt und dessen Sprungantwort näherungsweise eine Anstiegszeit von $t_\mathrm{r} = 1{,}5\,\mathrm{s}$ aufweist.
Hinweis: Beachten Sie die besondere Struktur der Übertragungsfunktion $P(s)$; skizzieren Sie ggf. deren Betragsgang.

d) Der Regelkreis wird nun in folgender Weise um eine Vorsteuerung erweitert:



Das System soll ausgehend vom Anfangswert $y_0 = 2$ in der Zeit $T = 3\,\mathrm{s}$ in den Endwert $y(T) = 0$ übergeführt werden, wobei es sich für für $t < 0$ und für $t > T$ in Ruhe befinden soll. Ermitteln Sie dafür geeignete stückweise polynomielle Funktionen $r(t)$ und $u_\mathrm{V}(t)$ (mit *Fallunterscheidung* für $t < 0$, $0 \le t \le T$ und $t > T$).
Hinweis: Mitunter ist das Polynom $p(x) = -2x^3 + 3x^2$ hilfreich; dieses erfüllt $p(0) = \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}x}(0) = \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}x}(1) = 0$ sowie $p(1) = 1$.

Aufgabe 3:

Gegeben sei folgendes Zustandsraummodell einer Regelstrecke erster Ordnung mit der Eingangsgröße u, dem Zustand x und der Ausgangsgröße y:

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = ax + bu = 3x + 2u,$$
$$y = cx = x.$$

Zur Regelung der Strecke kommt zunächst ein Zustandsregler mit dem Regelgesetz

$$u = -kx + Vr$$

zum Einsatz. Dabei sind V und k reellwertige Parameter.

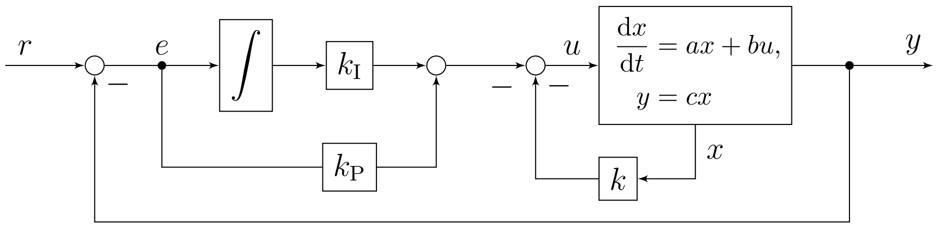
a) Ist die Regelstrecke *steuer-* bzw. *beobachtbar*? (*Begründen Sie Ihre Antworten!*)

b) Ermitteln Sie die Reglerparameter so, dass die Führungsübertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises durch

$$T(s) = \frac{1}{s+1}$$

gegeben ist.

Der Zustandsregler wird nun in folgender Weise um einen PI-Regler erweitert:



c) Bestimmen Sie die Reglerparameter k, k_I und k_P des PI-Zustandsreglers so, dass zumindest ein Eigenwert des geregelten Systems bei $s = -2$ liegt und sich dieselbe Führungsübertragungsfunktion wie in Punkt b) ergibt.

In der Praxis wird der Zustandsgröße x bei der Messung eine (sinusförmige) Störgröße v überlagert, d.h. die Ausgangsgleichung lautet zum Unterschied von obigem Modell

$$y = cx + v = x + v.$$

Um den Einfluss dieser Störung zu reduzieren, wird ein Beobachter der Form

$$\frac{\mathrm{d}\hat{x}}{\mathrm{d}t} = a\hat{x} + bu + \hat{b}(y - c\hat{x})$$

eingesetzt.

d) Ermitteln Sie die Differentialgleichung des Beobachterfehlers $e = x - \hat{x}$.

e) Dimensionieren Sie den Parameter $\hat{b}$ so, dass für $v(t) = \sin(3\sqrt{7}\,t)$ im eingeschwungenen Zustand (d.h. für große Werte des Zeitparameters t) gilt

$$|e(t)| \leq \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik** am 28.01.2016

Name / Vorname(n):

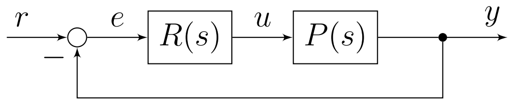
Matrikel-Nummer:

Bonuspunkte aus den MATLAB-Übungen: ◯ ja ◯ nein

	1	2	3
erreichbare Punkte	6	7	8
erreichte Punkte			

Aufgabe 1:

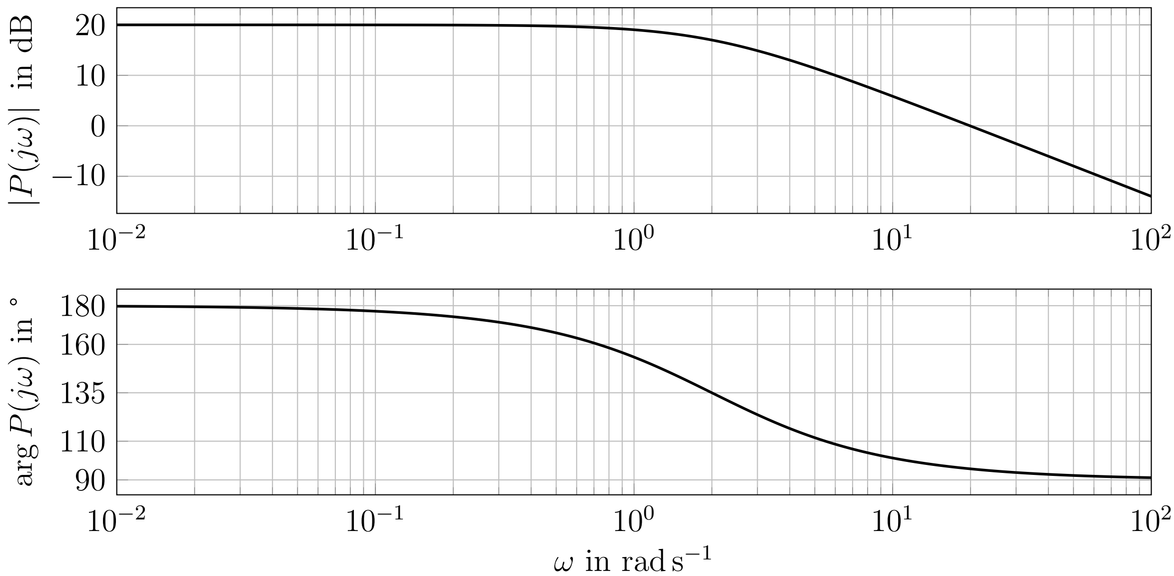
Gegeben sei das Blockschaltbild eines Standardregelkreises mit der Führungsgröße r, der Regelabweichung e und der Ausgangsgröße y:



Die Regelstrecke besitzt eine Übertragungsfunktion der Form

$$P(s) = \frac{K}{s+\alpha}.$$

Der Frequenzgang $P(j\omega)$ liegt in Form von Bode-Diagrammen vor:



a) Bestimmen Sie den *reellen* Parameter K und den *positiven reellen* Parameter α.

b) Es wird vorausgesetzt, dass der Regler $R(s)$ einen monoton fallenden Betragsgang aufweist. Welche Eigenschaften muss $R(s)$ besitzen, damit der *offene Kreis* $L(s)$ vom einfachen Typ ist? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

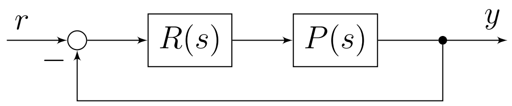
c) Es soll ein Regler *erster Ordnung* so entworfen werden, dass die Sprungantwort des geschlossenen Kreises keine bleibende Regelabweichung aufweist und ihre Anstiegszeit näherungsweise $t_\mathrm{r} \approx 0{,}25\,\mathrm{s}$ beträgt. Dabei wird ein moderates Überschwingen von bis zu 5 % in Kauf genommen. Wählen Sie nachvollziehbar eine geeignete Übertragungsfunktion $R(s)$ und dimensionieren Sie diese.

d) Als Führungsgröße wird $r(t) = \cos(\frac{t}{100})$ gewählt. Ermitteln Sie näherungsweise die Amplitude des Regelfehlers $e(t)$ des geschlossenen Kreises im eingeschwungenen Zustand, d.h. den Maximalwert von $|e(t)|$ für sehr große Werte des Zeitparameters t.

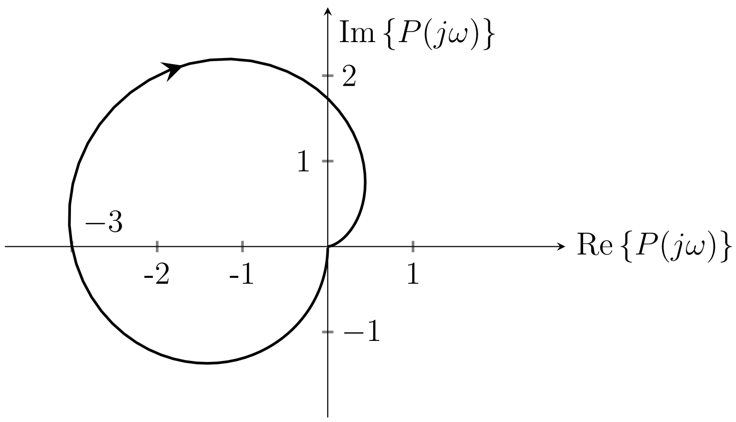
m	2	3	4	5	6	8	10
$\arcsin \frac{m-1}{m+1}$	19°	30°	37°	42°	46°	51°	55°
$\arctan m$	63°	72°	74°	79°	81°	83°	84°
$\lvert m\rvert_{\mathrm{dB}}$	6	9,5	12	14	15,5	18	20
Hinweis: $\arctan \frac{1}{m} = 90° - \arctan m$							

Aufgabe 2:

Gegeben sei folgendes Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Die Ortskurve des Frequenzgangs $P(j\omega)$ der Strecke für $0 \leq \omega < \infty$ ist gegeben:



a) Welcher der folgenden Übertragungsfunktionen weist obigen Verlauf $P(j\omega)$ auf? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

$$\text{i) } P(s) = \frac{2-2s}{(s+1)(s+2)}, \qquad \text{ii) } P(s) = \frac{-2s}{\left(s+\frac{1}{2}\right)^3},$$

$$\text{iii) } P(s) = \frac{-2s}{(s+1)(s+2)}, \qquad \text{iv) } P(s) = \frac{2-2s}{s(s-2)(s+3)}.$$

b) Es wird nun ein Proportionalregler $R(s) = K$ eingesetzt (K ist hierbei ein reeller Parameter). Bestimmen Sie mit Hilfe des Nyquist-Kriteriums nachvollziehbar (d.h. mit Fallunterscheidung und Ermittlung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

c) Als Führungsgröße wird nun die Rampenfunktion $r(t) = t\sigma(t)$ gewählt. Ermitteln Sie den Wert $y_\infty = \lim_{t\to\infty} y(t)$ für folgende Werte des Reglerparameters K:

$$\text{i) } K = 1, \qquad \text{ii) } K = -1.$$

d) Die Vorschrift für einen Proportionalregler nach der *closed loop*-Methode von Ziegler und Nichols lautet $K = K_\mathrm{k}/2$, wobei K_k die sogenannte kritische Verstärkung symbolisiert. Ist diese Vorschrift im vorliegenden Fall sinnvoll einsetzbar? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

Aufgabe 3:

Es sei folgendes Zustandsraummodell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y gegeben:

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}.$$

a) Ermitteln Sie den flachen Ausgang $z = \boldsymbol{\lambda}^T \mathbf{x}$ des Systems.

Zur Regelung dieser Strecke wird ein Zustandsregler verwendet. Für diese Strecke soll ein Zustandsregler

$$u = -\mathbf{k}^T \mathbf{x} + Vr$$

so entworfen werden, dass der geschlossene Kreis asymptotisch stabil ist und die Führungsübertragungsfunktion $T(s)$ durch eine der drei folgenden Übertragungsfunktionen gegeben ist:

$$\text{i) } T(s) = \frac{2}{s+2} \qquad \text{ii) } T(s) = \frac{2s-4}{(s+2)^2} \qquad \text{iii) } T(s) = \frac{8}{(s+2)^3}$$

b) Wählen Sie die einzig mögliche Führungsübertragungsfunktion aus. (*Begründen Sie, weshalb die beiden nicht gewählten Übertragungsfunktionen nicht als Führungsübertragungsfunktion in Frage kommen!*)

c) Bestimmen Sie die Größen $\mathbf{k}^T$ und V so, dass der geschlossene Kreis die gewählte Führungsübertragungsfunktion aufweist.

d) Der Zustandsregler wird nun in folgender Weise um eine Vorsteuerung erweitert:

$$u = -\mathbf{k}^T (\mathbf{x} - \mathbf{x}_\mathrm{V}) + u_\mathrm{V}.$$

Das System soll ausgehend vom Anfangswert $y_0 = 0$ in der Zeit $T = 2\,\mathrm{s}$ in den Endwert $y(T) = 4$ übergeführt werden, wobei es sich für für $t < 0$ und für $t > T$ in Ruhe befinden soll. Ermitteln Sie dafür geeignete stückweise polynomielle Funktionen $\mathbf{x}_\mathrm{V}(t)$ und $u_\mathrm{V}(t)$ (mit *Fallunterscheidung* für $t < 0$, $0 \leq t \leq T$ und $t > T$).
Hinweis: Mitunter ist das Polynom $p(x) = -2x^3 + 3x^2$ hilfreich; dieses erfüllt $p(0) = \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}x}(0) = \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}x}(1) = 0$ sowie $p(1) = 1$.

Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik** am 14.03.2016

Name / Vorname(n):

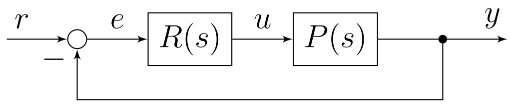
Matrikel-Nummer:

Bonuspunkte aus den MATLAB-Übungen: ◯ ja ◯ nein

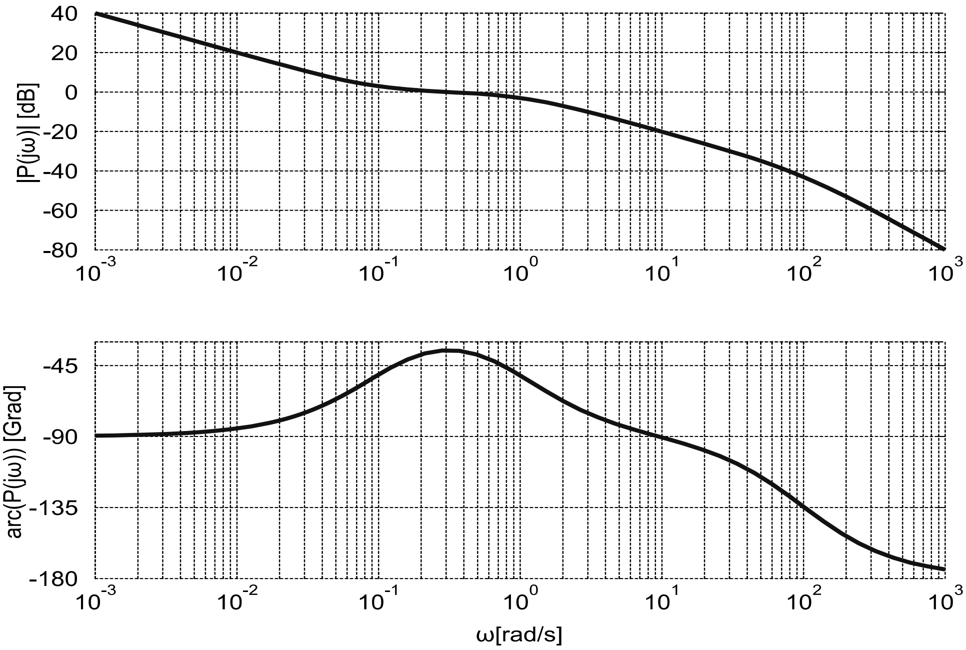
	1	2	3
erreichbare Punkte	6	7	8
erreichte Punkte			

Aufgabe 1:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Standardregelkreises mit der Führungsgröße r, der Regelabweichung e und der Ausgangsgröße y:



Die zu regelnde Strecke mit der Übertragungsfunktion $P(s)$ sei „vom einfachen Typ". Der Frequenzgang $P(j\omega)$ ist in Form von Bode-Diagrammen dargestellt:



a) Zur Regelung der Strecke stehen prinzipiell folgende zwei Regler mit den reellen Parametern K_{P} und K_{I} zur Auswahl:

$$\text{i) } R(s) = K_{\mathrm{P}}, \quad \text{ii) } R(s) = K_{\mathrm{P}} + \tfrac{K_{\mathrm{I}}}{s}.$$

Die Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises soll keine bleibende Regelabweichung und eine Anstiegszeit von $t_{\mathrm{r}} = 0{,}015\,\mathrm{s}$ aufweisen. Wählen Sie einen beiden Regler aus und begründen Sie Ihre Wahl!

b) Dimensionieren Sie mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens den unter Punkt a) ausgewählten Regler so, dass obige Anforderungen *näherungsweise* erfüllt werden. Wie groß ist die zu erwartende Überschwingweite M_{p}?

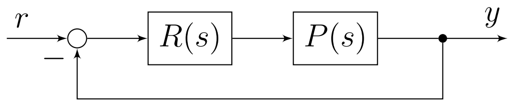
c) Ermitteln Sie für *beide* in Punkt a) gegebenen Regler mit der Methode nach Tustin eine zeitdiskrete Approximation $R(z)$ in Abhängigkeit der Abtastzeit T_{d} und der Reglerparameter. Geben Sie jeweils das zugehörige Regelgesetz zur Ermittlung der Stellfolge (u_k) aus der Regelfehlerfolge (e_k) in Form einer Differenzengleichung an.

m	2	3	4	5	6	8	10
$\arcsin \frac{m-1}{m+1}$	19°	30°	37°	42°	46°	51°	55°
$\arctan m$	63°	72°	74°	79°	81°	83°	84°
$\lvert m\rvert_{\mathrm{dB}}$	6	9,5	12	14	15,5	18	20

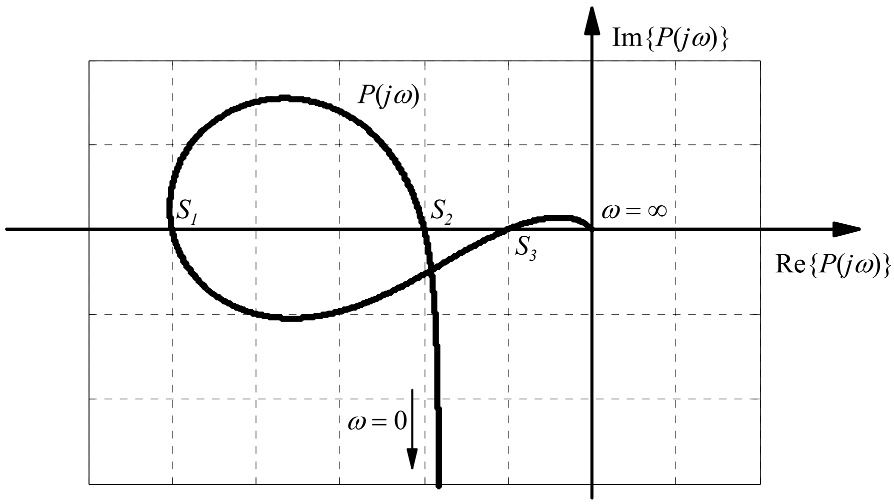
Hinweis: $\arctan \frac{1}{m} = 90° - \arctan m$

Aufgabe 2:

Gegeben sei folgendes Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Die Streckenübertragungsfunktion $P(s)$ besitzt *keine Pole mit positivem Realteil.* Als Regler soll ein Proportionalregler $R(s) = K$ mit dem reellen Parameter K verwendet werden. Die Ortskurve des Frequenzgangs $P(j\omega)$ der Strecke für $0 \leq \omega < \infty$ ist maßstabsgetreu, aber ohne Beschriftung gegeben.



Für drei Werte des Reglerparameters K zeigt die Sprungantwort eine Dauerschwingung, deren Periodendauer T ermittelt wurde: für $K = 2$ beträgt die Periodendauer $T = 2\pi$, für $K = 5$ beträgt sie $T = 4\pi$ und für $K = 10$ beträgt sie $T = \pi$.

a) Ermitteln Sie die Schnittpunkte S_1, S_2 und S_3 der Ortskurve mit der reellen Achse.

b) Bestimmen Sie mit Hilfe des NYQUIST-Kriteriums nachvollziehbar (mit Fallunterscheidung und Ermittlung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

c) Als Führungsgröße wird $r(t) = 14 + 2\cos(t)$ gewählt. Ermitteln Sie die Ausgangsgröße $y(t)$ für hinreichend große Werte t für folgende Fälle:

$$\text{i) } K = 4, \quad \text{ii) } K = 6.$$

Aufgabe 3:

Es sei folgendes Zustandsraummodell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y gegeben:

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} 5 & 11 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}u$$
$$y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du = \begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix}\mathbf{x} + u.$$

Zur Regelung dieser Strecke wird folgender Zustandsregler verwendet:

$$u = -\mathbf{k}^T\mathbf{x} + Vr = -\begin{bmatrix} k_1 & k_2 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \frac{5}{4}r.$$

a) Geben Sie notwendige und hinreichende Bedingungen für die reellen Parameter k_1 und k_2 an, damit der geschlossene Kreis asymptotisch stabil ist. Stellen Sie diesen zulässigen Bereich graphisch in der k_1-k_2-Ebene dar.

b) Berechnen Sie den Vektor $\mathbf{k}^T$ so, dass die Systemmatrix des geregelten Systems das konjugiert komplexe Eigenwertpaar $\lambda_{1,2} = -2 \pm j$ aufweist.

c) Als Führungsgröße wird $r(t) = \sigma(t)$ vorgegeben. Ermitteln Sie die bleibende Regelabweichung
$$e_\infty = \lim_{t\to\infty}\{r(t) - y(t)\}.$$
(*Hinweis*: Beachten Sie, dass $d \neq 0$ ist!)

d) Da der Zustandsvektor $\mathbf{x}$ messtechnisch nicht erfassbar ist, wird als Beobachter
$$\frac{\mathrm{d}\hat{\mathbf{x}}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u$$
vorgeschlagen. Ermitteln Sie die Differentialgleichung des Schätzfehlers $\mathbf{e} := \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$. Klingt der Schätzfehler ausgehend von einem beliebligen Anfangswert $\mathbf{e}(t = 0)$ für $t \to \infty$ ab? (*Begründen Sie Ihre Antwort!)*

Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik** am 13.05.2016

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

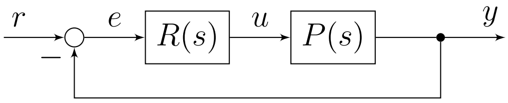
Bonuspunkte aus den MATLAB-Übungen: ◯ ja ◯ nein

Übungsabmeldung bei positiver Note: ◯ ja

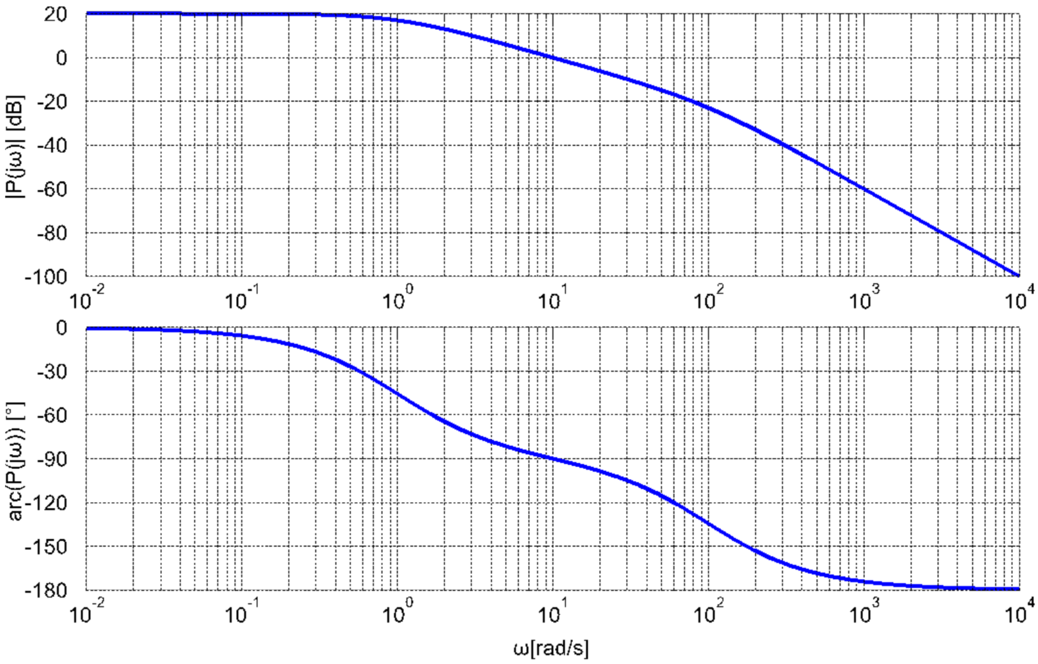
	1	2	3
erreichbare Punkte	7	6	8
erreichte Punkte			

Aufgabe 1:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Standardregelkreises mit der Führungsgröße r, der Regelabweichung e und der Ausgangsgröße y:



Die zu regelnde Strecke mit der Übertragungsfunktion $P(s)$ sei „vom einfachen Typ“. Der Frequenzgang $P(j\omega)$ ist in Form von Bode-Diagrammen dargestellt:



a) Es kommt zunächst ein P-Regler $R(s) = K$ mit dem reellen Parameter K zum Einsatz. Dimensionieren Sie diesen mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens so, dass für die Anstiegszeit näherungsweise $t_\mathrm{r} = 0{,}005\,\mathrm{s}$ gilt. Wie groß ist die zu erwartende Überschwingweite M_p der Sprungantwort des geschlossenen Kreises?

b) Ermittlen Sie die bleibende Regelabweichung

$$e_\infty = \lim_{t\to\infty} e(t),$$

welche sich bei Einsatz des im vorigen Punkt entworfenen Reglers ergibt, für folgende Führungsgrößen:

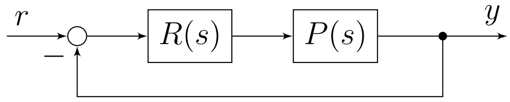
$$\text{i) } r(t) = \sigma(t), \quad \text{ii) } r(t) = 20\sigma(t-16), \quad \text{iii) } r(t) = \sqrt{5}t.$$

c) Entwerfen Sie nun einen Regler, der bei gegenüber Punkt a) gleichbleibender Anstiegszeit zu einem prozentualen Überschwingen von 13 % führt. Geben Sie die Reglerübertragungsfunktion an.

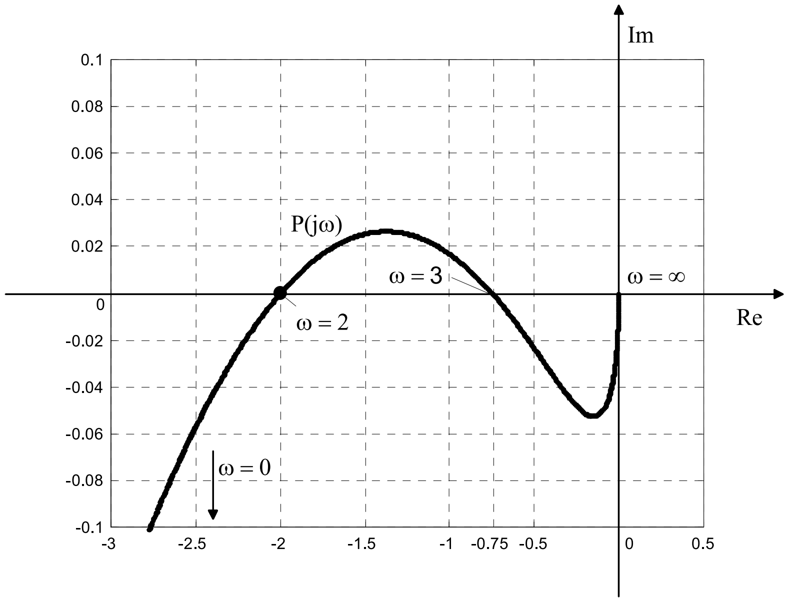
m	2	3	4	5	6	8	10
$\arcsin\frac{m-1}{m+1}$	19°	30°	37°	42°	46°	51°	55°
$\arctan m$	63°	72°	74°	79°	81°	83°	84°
$\lvert m\rvert_\mathrm{dB}$	6	9,5	12	14	15,5	18	20
Hinweis: $\arctan\frac{1}{m} = 90° - \arctan m$							

Aufgabe 2:

Gegeben sei folgendes Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Die Ortskurve des Frequenzgangs $P(j\omega)$ der Strecke für $0 \leq \omega < \infty$ ist gegeben:



a) Welche der folgenden Übertragungsfunktionen weist obigen Verlauf $P(j\omega)$ auf? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

$$\text{i) } P(s) = -\frac{(s+6)^2}{2s^2(s+1)}, \qquad \text{ii) } P(s) = \frac{5(s+6)^2}{10s^2(s+1)},$$

$$\text{iii) } P(s) = \frac{(s+6)^2}{s(s+1)}, \qquad \text{iv) } P(s) = \frac{(s+6)^2}{2s(s+1)^2}.$$

Hinweis: Es ist zur Lösung dieser Aufgabe **nicht notwendig** die Schnittpunkte der Ortskurven obiger Übertragungsfunktionen mit der reellen Achse zu ermitteln.

b) Es wird nun ein Proportionalregler $R(s) = K$ eingesetzt (K ist hierbei ein reeller Parameter). Bestimmen Sie mit Hilfe des Nyquist-Kriteriums nachvollziehbar (d.h. mit Fallunterscheidung und Ermittlung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

c) Ermitteln Sie alle Werte des Parameters K, für welche die Sprungantwort des geschlossenen Kreises eine Dauerschwingung aufweist. Geben Sie dazu jeweils die Periodendauer T der Schwingung an.

Aufgabe 3:

Gegeben sei folgendes Zustandsraummodell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y:

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -7 & -3 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$
$$y = \mathbf{c}^T \mathbf{x} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}.$$

Zur Regelung dieser Strecke wird ein Zustandsregler der Form

$$u = -\mathbf{k}^T \mathbf{x} + Vr$$

eingesetzt.

a) Der Regelfehler $e(t) = r(t) - y(t)$ soll für eine sprungförmige Führungsgröße $r(t) = \sigma(t)$ folgende Bedingungen erfüllen:
   - Es kommt zu keiner bleibenden Regelabweichung, d.h. $\lim\limits_{t\to\infty} e(t) = 0$.
   - Für $t \geq 0{,}75\,\mathrm{s}$ gilt $|e(t)| \leq \frac{1}{20}$.

   Ermitteln Sie eine Führungsübertragungsfunktion der Form

   $$T(s) = \left.\frac{\bar{y}(s)}{\bar{r}(s)}\right|_{\mathbf{x}_0 = \mathbf{0}} = \frac{\alpha_1}{s + \alpha_2},$$

   welche diese Anforderungen erfüllt.
   Hinweis: $\ln 20 \approx 3$

b) Berechnen Sie den Vektor $\mathbf{k}$ sowie den Verstärkungsfaktor V so, dass der geschlossene Regelkreis die Führungsübertragungsfunktion aus Punkt a) besitzt.

Da der Zustandsvektor $\mathbf{x}$ messtechnisch nicht erfassbar ist, wird ein Beobachter der Form

$$\frac{\mathrm{d}\hat{\mathbf{x}}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{h}u + \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{l}(y - \mathbf{c}^T\hat{\mathbf{x}})$$

vorgeschlagen. Dabei sind $\mathbf{h}$ und $\mathbf{l}$ reellwertige Parametervektoren.

c) Ermitteln Sie die Differentialgleichung des Beobachterfehlers $\mathbf{e} := \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$.

d) Für die Parametervektoren soll $\mathbf{l} = \begin{bmatrix} \beta_1 & 0 \end{bmatrix}^T$ und $\mathbf{h} = \begin{bmatrix} 0 & \beta_2 \end{bmatrix}^T$ gelten. Ermitteln Sie den größtmöglichen Bereich der reellwertigen Parameter β_1 und β_2, für die der Beobachterfehler $\mathbf{e} := \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$ unabhängig von Anfangswert $\mathbf{e}(t = 0)$ und Eingangsgrößenverlauf $u(t)$ für $t \to \infty$ zu null abklingt. Stellen Sie diesen Bereich graphisch in der β_1-β_2-Ebene dar.