Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik** am 25.09.2014

Name / Vorname(n):

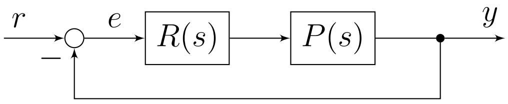
Matrikel-Nummer:

Bonuspunkte aus den MATLAB-Übungen: ◯ ja ◯ nein

	1	2	3
erreichbare Punkte	7	7	7
erreichte Punkte			

Aufgabe 1:

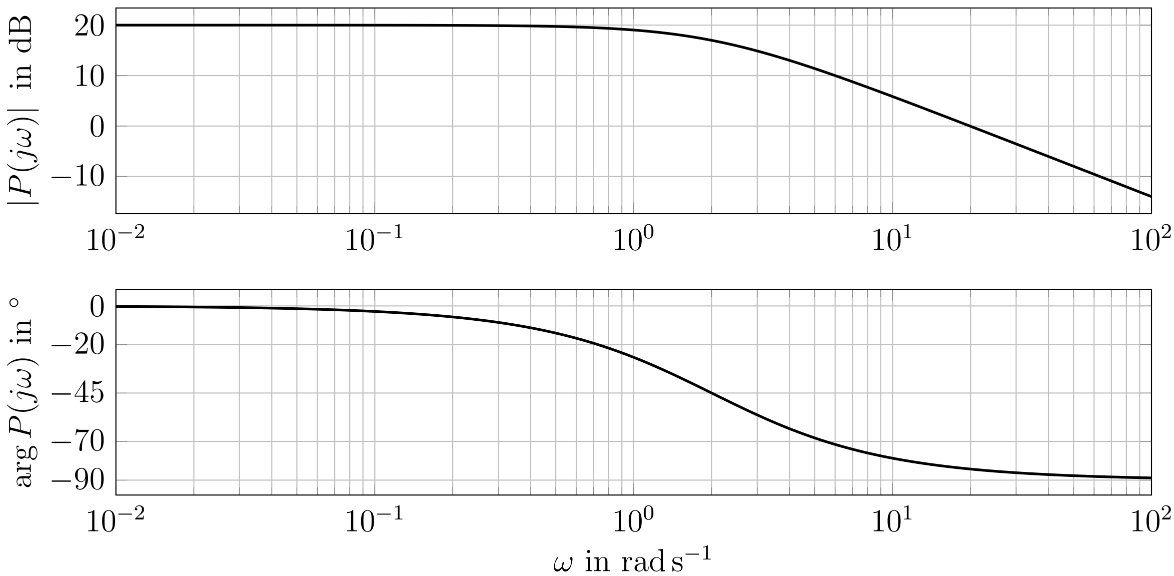
Gegeben sei das Blockschaltbild eines Standardregelkreises mit der Führungsgröße r, der Regelabweichung e und der Ausgangsgröße y:



Die Regelstrecke besitzt eine Übertragungsfunktion der Form:

$$P(s) = \frac{V}{sT+1}.$$

Hierbei sind V und T positive, reelle Parameter. Der Frequenzgang obiger Strecke wurde aufgezeichnet:



a) Bestimmen Sie die Werte der Parameter V und T.

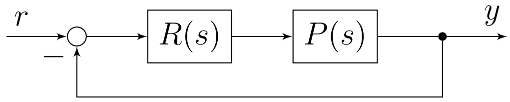
b) Es wird zunächst der P-Regler $R(s) = \frac{1}{\sqrt{10}}$ eingesetzt. Wie groß ist die bleibende Regelabweichung $e_\infty := \lim_{t\to\infty} e(t)$ der Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises? Ermitteln Sie näherungsweise die Überschwingweite M_p und die Anstiegszeit t_r dieser Sprungantwort.

c) Es soll nun ein Regler *erster Ordnung* so entworfen werden, dass keine bleibende Regelabweichung auftritt und die Anstiegszeit der Sprungantwort des geschlossenen Kreises näherungsweise $t_\mathrm{r} \approx 0{,}25\,\mathrm{s}$ beträgt. Dabei wird ein moderates Überschwingen von bis zu 5 % in Kauf genommen. Wählen Sie nachvollziehbar eine geeignete Übertragungsfunktion $R(s)$ und dimensionieren Sie diese.

x	2	3	4	5	6	8
$\arctan x$	63°	72°	76°	79°	81°	83°
$\lvert x\rvert_{\mathrm{dB}}$	6	9,5	12	14	15,5	18

Aufgabe 2:

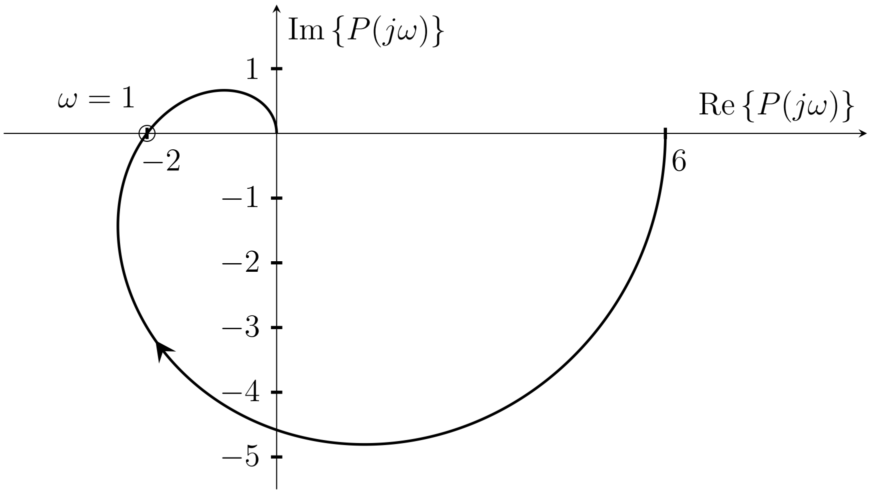
Gegeben sei folgendes Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Die Ortskurve $P(j\omega)$ der Regelstrecke

$$P(s) = \frac{b_1 s + b_0}{(s+a)^2}$$

mit dem *positiven reellen* Koeffizienten a und den *reellen* Koeffizienten b_0 und b_1 liegt für $0 \leq \omega < \infty$ graphisch vor:



a) Ist die Regelstrecke vom einfachen Typ?

b) Ermitteln Sie die Werte der Parameter a, b_0 und b_1.

c) Es wird ein Proportionalregler $R(s) = K$ eingesetzt (K ist hierbei ein reeller Parameter). Bestimmen Sie mit Hilfe des Nyquist-Kriteriums nachvollziehbar (mit Fallunterscheidung und Ermittlung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

d) Bei einem Experiment wurde im *eingeschwungenen* Zustand $y(t) = 15 - 9\sin(t)$ beobachtet. Für den Parameter K kommen folgende Werte in Frage:

i) $K = 0{,}25$ ii) $K = -0{,}25$.

Welcher der beiden Werte wurde bei dem Experiment für K gewählt? (*Geben Sie eine mathematische Begründung an!*) Berechnen Sie einen möglichen Verlauf der Führungsgröße $r(t)$.

Hinweis: $\Delta \operatorname{arc}\{1 + L(j\omega)\} = (n_\mathrm{a} + 2n_\mathrm{r})\frac{\pi}{2}$

$L(s)$ stellt dabei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.

Aufgabe 3:

Gegeben sei folgendes Zustandsraummodell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y:

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix} u$$
$$y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}.$$

Zur Regelung dieser Strecke wird ein Zustandsregler der Form

$$u = -\mathbf{k}^T\mathbf{x} + Vr$$

eingesetzt. Die Sprungantwort des geschlossenen Kreises soll dabei

$$y(t=1) = 1 - e^{-3} \approx 0{,}95$$

sowie

$$\lim_{t\to\infty} y(t) = 1$$

erfüllen.

a) Ermitteln Sie die Streckenübertragungsfunktion

$$P(s) = \left.\frac{y(s)}{u(s)}\right|_{\mathbf{x}_0=\mathbf{0}}.$$

Besitzt das System die BIBO-Eigenschaft? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

b) Ermitteln Sie eine Führungsübertragungsfunktion $T(s)$ *erster Ordnung*, welche obige Anforderungen erfüllt.

c) Berechnen Sie den Vektor $\mathbf{k}$ sowie den Verstärkungsfaktor V so, dass der geschlossene Regelkreis die gewählte Führungsübertragungsfunktion $T(s)$ besitzt.

d) Da der Zustandsvektor $\mathbf{x}$ messtechnisch nicht erfassbar ist, wird als Beobachter

$$\frac{\mathrm{d}\hat{\mathbf{x}}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \tilde{\mathbf{b}}u, \qquad \tilde{\mathbf{b}} = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix} \neq \mathbf{b}$$

vorgeschlagen. Ermitteln Sie die Differentialgleichung des Schätzfehlers $\mathbf{e} := \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$. Klingt der Schätzfehler unabhängig von Anfangswert $\mathbf{e}(t=0)$ und Eingangsgrößenverlauf $u(t)$ für $t \to \infty$ ab? (*Begründen Sie Ihre Antwort!)*

e) Ist es bei dieser Strecke *prinzipiell* möglich, bei einem Beobachter der Form

$$\frac{\mathrm{d}\hat{\mathbf{x}}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \tilde{\mathbf{b}}u + \hat{\mathbf{b}}\left(y - \mathbf{c}^T\hat{\mathbf{x}}\right)$$

durch geeignete Wahl der konstanten, reellen Vektoren $\tilde{\mathbf{b}}$ und $\hat{\mathbf{b}}$ die Eigenwerte der Fehlerdynamik *beliebig* vorzugeben? *Begründen Sie Ihre Antwort mathematisch!*

Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik** am 26.11.2014

Name / Vorname(n):

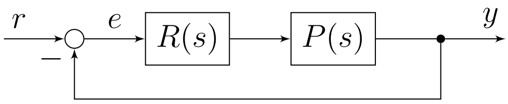
Matrikel-Nummer:

Bonuspunkte aus den MATLAB-Übungen: ◯ ja ◯ nein

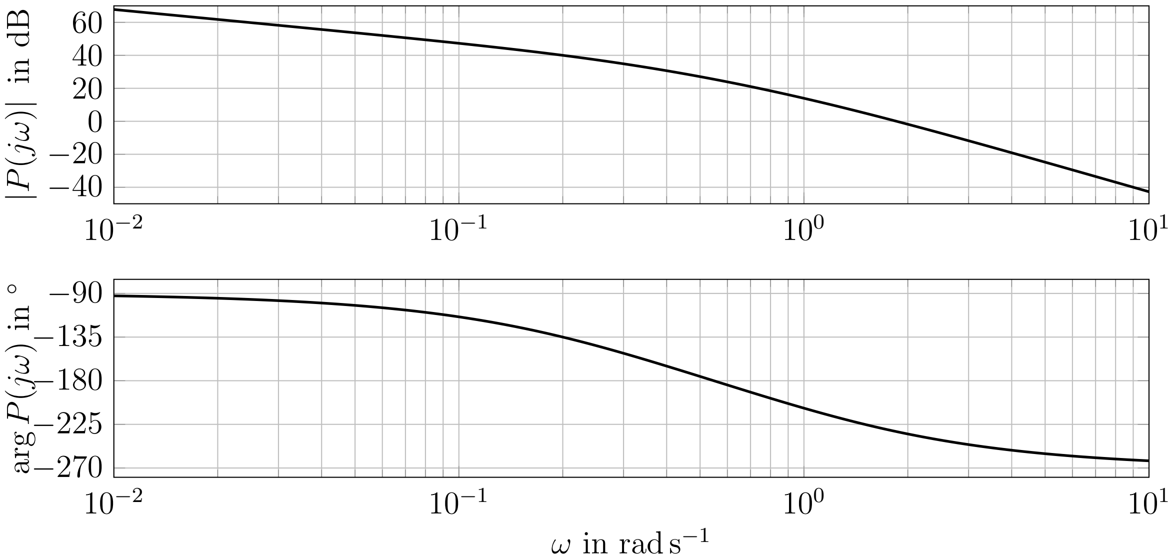
	1	2	3
erreichbare Punkte	6	8	7
erreichte Punkte			

Aufgabe 1:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Standardregelkreises mit der Führungsgröße r, der Regelabweichung e und der Ausgangsgröße y:



Die Regelstrecke $P(s)$ sei vom einfachen Typ. Ihr Frequenzgang $P(j\omega)$ ist graphisch in Form von Bode-Diagrammen gegeben:



a) Die Sprungantwort des geschlossenen Kreises soll eine Anstiegszeit von *näherungsweise* $t_\mathrm{r} \approx 7{,}5\,\mathrm{s}$ und keine bleibende Regelabweichung aufweisen. Dazu stehen drei verschiedene Regler zur Auswahl (K und ω_0 sind dabei positive reelle Parameter):

$$R_1(s) = \frac{K}{s}, \qquad R_2(s) = \frac{Ks}{s^2 + \omega_0}, \qquad R_3(s) = K.$$

Wählen Sie in nachvollziehbarer Weise einen Regler aus, mit dem Sie obige Anforderungen erfüllen können. (*Begründen Sie Ihre Wahl!*)

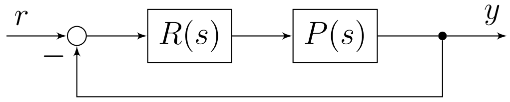
b) Dimensionieren Sie *mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens* den in Punkt a) gewählten Regler so, dass obige Forderungen erfüllt werden. Wie groß ist näherungsweise die Überschwingweite M_p der Sprungantwort des geschlossenen Kreises?

c) Es soll nun bei gleichbleibender Anstiegszeit und Regelabweichung ein prozentuales Überschwingen von etwa 6 % erreicht werden. Wählen Sie in nachvollziehbarer Weise einen dazu geeigneten Regler $R(s)$ und dimensionieren Sie diesen.

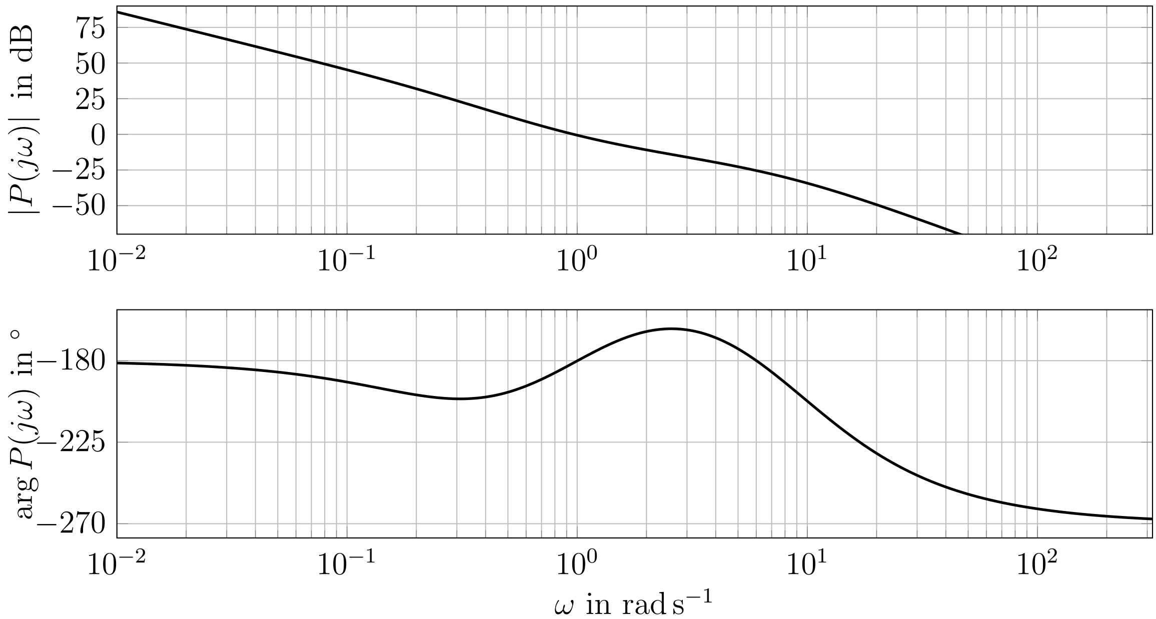
m	2	3	4	5	6	8	10
$\Delta\varphi = \arcsin \frac{m-1}{m+1}$	19°	30°	37°	42°	46°	51°	55°
$\lvert m \rvert_\mathrm{dB}$	6	9,5	12	14	15,5	18	20

Aufgabe 2:

Gegeben sei folgendes Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Die Übertragungsfunktion der Regelstrecke $P(s)$ weist *keine Polstellen mit positivem Realteil* auf. Ihr Frequenzgang $P(j\omega)$ liegt graphisch in Form von BODE-Diagrammen vor:



a) Ist die Regelstrecke vom einfachen Typ? *Begründen Sie Ihre Antwort!*

b) Skizzieren Sie den prinzipiellen Verlauf der Ortskurve von $P(j\omega)$ für $0 \leq \omega \leq \infty$. Ermitteln Sie deren Schnittpunkte mit der reellen Achse.

c) Es wird ein Proportionalregler $R(s) = K$ eingesetzt (K ist hierbei ein reeller Parameter). Bestimmen Sie mit Hilfe des NYQUIST-Kriteriums nachvollziehbar (mit Fallunterscheidung und Ermittlung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

d) Die Führungsgröße sei durch $r(t) = 14\cos(t) + 11t$ gegeben. Berechnen Sie den Verlauf des Regelfehlers $e(t)$ im *eingeschwungenen Zustand* für folgende Werte des Reglerparameters K:

$$\text{i) } K = \tfrac{20}{13}, \quad \text{ii) } K = \tfrac{10}{13}.$$

Hinweis: $\Delta \operatorname{arc}\{1 + L(j\omega)\} = (n_\mathrm{a} + 2n_\mathrm{r})\dfrac{\pi}{2}$

$L(s)$ stellt dabei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.

Aufgabe 3:

Gegeben sei folgendes Zustandsraummodell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y:

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}.$$

Zur Regelung der Strecke soll ein einfacher Zustandsregler der Form

$$u = -\mathbf{k}^T\mathbf{x} + r = -\begin{bmatrix} \alpha & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} + r$$

mit reellem Parameter α zum Einsatz kommen.

a) Ermitteln Sie die Streckenübertragungsfunktion

$$P(s) = \left.\frac{y(s)}{u(s)}\right|_{\mathbf{x}_0=\mathbf{0}}.$$

Ist das System steuer- bzw. beobachtbar? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

b) Da der Zustandsvektor $\mathbf{x}$ messtechnisch nicht erfassbar ist soll zunächst ein asymptotischer Zustandsbeobachter der Form

$$\frac{\mathrm{d}\hat{\mathbf{x}}}{\mathrm{d}t} = \hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \hat{\mathbf{b}}y$$

entworfen werden. Ermitteln Sie die Matrix $\hat{\mathbf{A}}$ und den Vektor $\hat{\mathbf{b}}$ so, dass alle Eigenwerte der Fehlerdynamik bei $\lambda_{1,2,3} = -1$ liegen.

c) Ermitteln Sie den größtmöglichen Wertebereich des Reglerparameters α, sodass der geschlossene Regelkreis asymptotisch stabil ist.

d) Wählen Sie den Parameter α in obigem Regelgesetz so, dass sich eine Führungsübertragungsfunktion $T(s)$ *erster Ordnung* ergibt. Geben Sie die resultierende Führungsübertragungsfunktion $T(s)$ an. Wie groß ist die Überschwingweite M_p der Sprungantwort des geschlossenen Kreises?

Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik** am 30.01.2015

Name / Vorname(n):

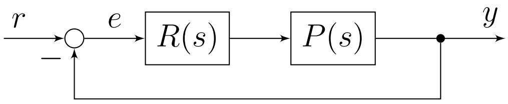
Matrikel-Nummer:

Bonuspunkte aus den MATLAB-Übungen: ◯ ja ◯ nein

	1	2	3
erreichbare Punkte	7	7	7
erreichte Punkte			

Aufgabe 1:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Standardregelkreises mit der Führungsgröße r, der Regelabweichung e und der Ausgangsgröße y:



Die Übertragungsfunktion der Strecke lautet

$$P(s) = \frac{1}{10} \frac{(s+10)^2}{(s+1)^2}.$$

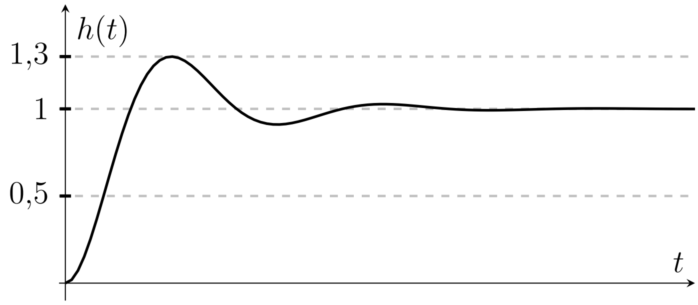
a) Skizzieren Sie die Bode-Diagramme des Frequenzgangs $P(j\omega)$. (*Hinweis:* Vergleichen Sie die Strecke mit einem Lead- bzw. Lag-Glied.)

b) Es wird zunächst der Proportionalregler $R(s) = 1$ eingesetzt. Ermitteln Sie *näherungsweise* Anstiegszeit t_r und Überschwingweite M_p der Sprungantwort des geschlossenen Kreises. Wie groß ist die bleibende Regelabweichung e_∞?

c) Es soll nun ein Regler mit der Übertragungsfunktion

$$R(s) = \frac{K}{s} \cdot \frac{\left(1 + \frac{s}{\omega_\mathrm{Z}}\right)^p}{\left(1 + \frac{s}{\omega_\mathrm{N}}\right)^p}$$

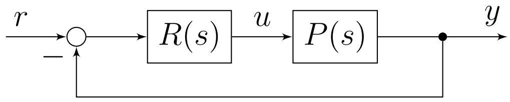
eingesetzt werden. Dabei sind K, ω_Z und ω_N positive reelle Parameter und p ein positiver ganzzahliger Parameter. Dimensionieren Sie diesen Regler mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens so, dass die in Punkt b) ermittelte Anstiegszeit t_r *näherungsweise* unverändert bleibt und die Sprungantwort $h(t)$ des geschlossenen Kreises *näherungsweise* folgenden Verlauf aufweist:



m	2	3	4	5	6	8	10
$\Delta\varphi = \arcsin \frac{m-1}{m+1}$	19°	30°	37°	42°	46°	51°	55°
$\lvert m \rvert_\mathrm{dB}$	6	9,5	12	14	15,5	18	20

Aufgabe 2:

Gegeben sei folgendes Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r, der Stellgröße u und der Ausgangsgröße y:



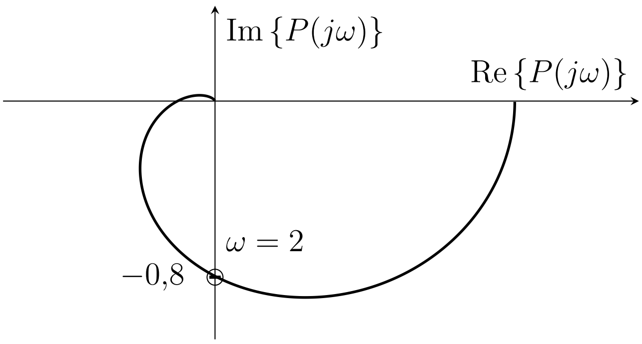
In einem Laborversuch wurde das Übertragungsverhalten der Strecke $P(s)$ *ohne Regler* untersucht. Dabei wurde für die Stellgröße

$$u(t) = 2\cos(3t) + \sin(7t) + 1$$

für *große Werte des Zeitparameters* t der Ausgangsverlauf

$$y(t) = \cos(3t - \frac{3\pi}{4}) - \frac{1}{6}\sin(7t) + 3$$

beobachtet. Außerdem wurde die prinzipielle Form der Frequenzgangsortskurve $P(j\omega)$ für $0 \leq \omega < \infty$ bestimmt (diese ist *nicht* maßstabsgetreu!):



a) Ermitteln Sie alle Schnittpunkte der Ortskurve $P(j\omega)$ mit der reellen Achse. Zeichnen Sie außerdem in obiger Abbildung die Richtung der Ortskurve ein.

b) Als Regler wird zunächst der Proportionalregler $R(s) = 2$ vorgeschlagen. Ist der offene Kreis in diesem Fall vom einfachen Typ? Wie groß sind Phasenreserve Φ_r und Durchtrittsfrequenz ω_c? (*Begründen Sie Ihre Antworten!*)

c) Es wird nun ein Proportionalregler $R(s) = K$ mit dem reellen Parameter K eingesetzt. Bestimmen Sie mit Hilfe des Nyquist-Kriteriums nachvollziehbar (mit Fallunterscheidung und Ermittlung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

d) Die Führungsgröße sei durch $r(t) = 2\cos(2t)$ gegeben. Berechnen Sie den Verlauf des Regelfehlers $e(t)$ im *eingeschwungenen Zustand* für folgende Werte des Reglerparameters K:

$$\text{i) } K = 9, \quad \text{ii) } K = \tfrac{5}{4}.$$

Hinweis: $\Delta \operatorname{arc}\{1 + L(j\omega)\} = (n_a + 2n_r)\frac{\pi}{2}$

$L(s)$ stellt dabei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.

Aufgabe 3:

Gegeben sei folgendes Zustandsraummodell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y:

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} u$$
$$y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}.$$

a) Bestimmen Sie eine reguläre Zustandstransformation der Form $\mathbf{z} = \mathbf{T}\mathbf{x}$ so, dass das System bezüglich $\mathbf{z}$ in *Steuerbarkeitsnormalform* vorliegt. Geben Sie das transformierte System an und ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $P(s)$ des Systems.

b) Ist die Strecke steuer- bzw. beobachtbar? (*Begründen Sie Ihre Antworten!*)

c) Ermitteln Sie ein Regelgesetz der Form $u = -\mathbf{k}^T\mathbf{x} + r$ so, dass die Eigenwerte des geregelten Systems bei $\lambda_1 = \lambda_2 = -2$ liegen.

d) Berechnen Sie die Führungsübertragungsfunktion $T(s) = \frac{y(s)}{r(s)}$.

e) Ermitteln Sie für einen Zustandsbeobachter der Form

$$\frac{\mathrm{d}\hat{\mathbf{x}}}{\mathrm{d}t} = (\mathbf{A} - \hat{\mathbf{b}}\mathbf{c}^T)\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \hat{\mathbf{b}}y$$

mit dem Parametervektor $\hat{\mathbf{b}} = \begin{bmatrix} \hat{b}_1 & \hat{b}_2 \end{bmatrix}^T$ den größtmöglichen Wertebereich der Parameter $\hat{b}_1$ und $\hat{b}_2$, sodass sich eine asymptotisch stabile Beobachterfehlerdynamik ergibt. Geben Sie, sofern möglich, *eine* für diesen Zweck geeignete Wahl für $\hat{\mathbf{b}}$ an.

Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik** am 17.04.2015

Name / Vorname(n):

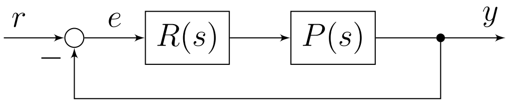
Matrikel-Nummer:

Bonuspunkte aus den MATLAB-Übungen: ◯ ja ◯ nein

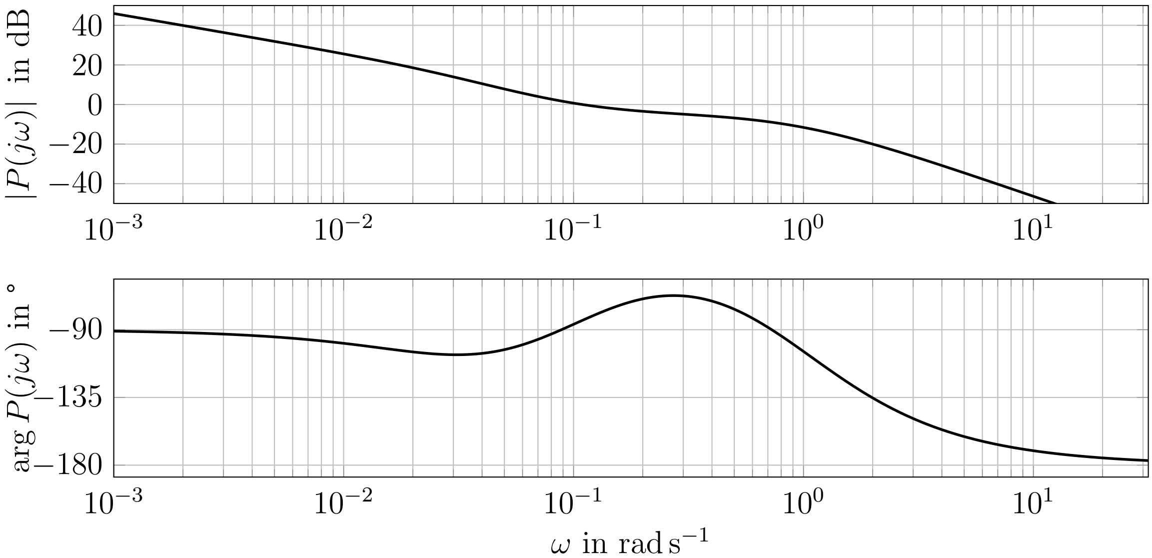
	1	2	3	4	
erreichbare Punkte	6	7	5	3	
erreichte Punkte					

Aufgabe 1:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Standardregelkreises mit der Führungsgröße r, der Regelabweichung e und der Ausgangsgröße y:



Die Strecke $P(s)$ sei vom einfachen Typ. Ihr Frequenzgang ist graphisch in Form von Bode-Diagrammen gegeben:



a) Der Regler $R(s)$ soll so entworfen werden, dass die Sprungantwort des geschlossenen Kreises keine bleibende Regelabweichung sowie (näherungsweise) eine Anstiegszeit von $t_\mathrm{r} \approx 0{,}75\,\mathrm{s}$ und eine Überschwingweite von $M_\mathrm{p} \approx 1{,}06$ aufweist. Wählen Sie aus folgenden Übertragungsfunktionen mit den reellen Parametern K, ω_Z und ω_N eine dazu geeignete Reglerübertragungsfunktion $R(s)$ aus. (*Begründen Sie Ihre Wahl!*)

$$\text{i) } R_1(s) = K\frac{1 + {}^{s}\!/\!{}_{\omega_\mathrm{Z}}}{s + {}^{s^2}\!/\!{}_{\omega_\mathrm{N}}} \qquad \text{ii) } R_2(s) = K\frac{1}{\left(1 + {}^{s}\!/\!{}_{\omega_\mathrm{N}}\right)^2} \qquad \text{iii) } R_3(s) = K\frac{1 + {}^{s}\!/\!{}_{\omega_\mathrm{Z}}}{1 + {}^{s}\!/\!{}_{\omega_\mathrm{N}}}$$

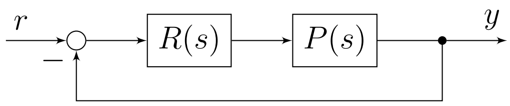
b) Dimensionieren Sie den in Punkt a) gewählten Regler *mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens* so, dass der geschlossene Kreis obige Anforderungen erfüllt.

c) Als Führungsgröße wird nun $r(t) = \sqrt{2} \cdot t$ gewählt. Ermitteln Sie die in diesem Fall auftretende bleibende Regelabweichung $e_\infty := \lim_{t\to\infty} e(t)$. Mittels welcher Reglerübertragungsfunktion(en) aus Punkt a) kann für diese Führungsgröße *prinzipiell* $e_\infty = 0$ erreicht werden? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

m	2	3	4	5	6	8	10
$\Delta\varphi = \arcsin\frac{m-1}{m+1}$	19°	30°	37°	42°	46°	51°	55°
$\lvert m\rvert_\mathrm{dB}$	6	9,5	12	14	15,5	18	20

Aufgabe 2:

Gegeben sei folgendes Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Die Streckenübertragungsfunktion lautet

$$P(s) = \frac{-2s + 10}{s + 1}.$$

Als Regler kommt zunächst der Proportionalregler

$$R(s) = K_{\mathrm{P}}$$

mit dem reellen Parameter K_{P} zum Einsatz.

a) Skizzieren Sie die Ortskurve des Frequenzgangs $P(j\omega)$. *Berechnen* Sie deren Schnittpunkte mit der *reellen* und der *imaginären* Achse.

b) Bestimmen Sie mit Hilfe des Nyquist-Kriteriums nachvollziehbar (d.h. mit Fallunterscheidung und Ermittlung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K_{P}, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

Der Proportionalregler wird nun durch den integrierenden Regler

$$R(s) = \frac{K_{\mathrm{I}}}{s}$$

mit dem reellen Parameter K_{I} ersetzt.

c) Skizzieren Sie für diesen Fall die Ortskurve des offenen Kreises $L(s) = R(s)P(s)$ für den Parameterwert $K_{\mathrm{I}} = 1$. Ermitteln Sie deren Schnittpunkte mit der *reellen* und der *imaginären* Achse.

d) Bestimmen Sie mit Hilfe des Nyquist-Kriteriums nachvollziehbar (d.h. mit Fallunterscheidung und Ermittlung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K_{I}, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

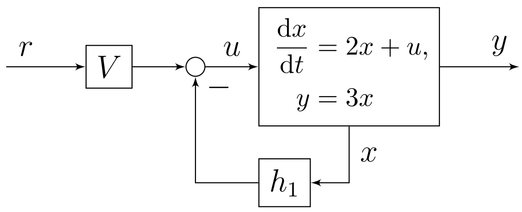
Hinweis: $\Delta \operatorname{arc}\{1 + L(j\omega)\} = (n_{\mathrm{a}} + 2n_{\mathrm{r}})\frac{\pi}{2}$
$L(s)$ stellt dabei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.

Aufgabe 3:

Gegeben sei folgendes Zustandsraummodell einer Regelstrecke erster Ordnung mit der Eingangsgröße u, dem Zustand x und der Ausgangsgröße y:

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} &= 2x + u,\\ y &= 3x\end{aligned}$$

Zur Regelung der Strecke wird ein Zustandsregler mit den reellwertigen Parametern V und h_1 gemäß folgender Abbildung eingesetzt.

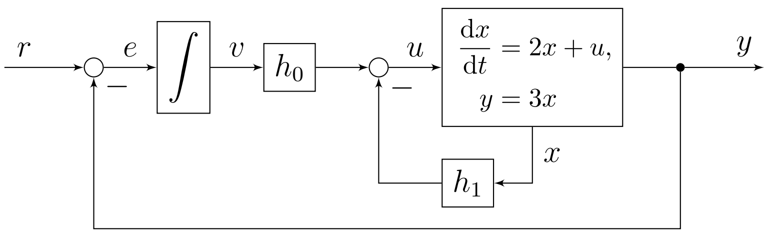


a) Ermitteln Sie die Reglerparameter so, dass die Führungsübertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises durch

$$T(s) = \frac{12}{s + 15}$$

gegeben ist.

Der Zustandsregler wird nun in folgender Weise um einen Integrierer erweitert:



b) Beschreiben Sie kurz die Vorteile dieser Struktur gegenüber der Zustandsreglerstruktur ohne Integrierer.

c) Bestimmen Sie die Reglerparameter h_0 und h_1 des integrierenden Zustandsreglers so, dass die Eigenwerte des geschlossenen Regelkreises bei $\lambda_{1,2} = -2 \pm j$ liegen. (*Hinweis:* Erweitern Sie dazu das Zustandsraummodell um den Zustand des Integrierers.)

Aufgabe 4:

Betrachten Sie folgendes Zustandsraummodell mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y:

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u,$$
$$y = \mathbf{c}^T \mathbf{x} = \begin{bmatrix} \gamma & 2+\gamma \end{bmatrix} \mathbf{x}.$$

Es soll ein asymptotischer Zustandsbeobachter, d.h. $\lim_{t\to\infty} [\mathbf{x}(t) - \hat{\mathbf{x}}(t)] = \mathbf{0}$, in folgender Form ermittelt werden:

$$\frac{\mathrm{d}\hat{\mathbf{x}}}{\mathrm{d}t} = \hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \hat{\mathbf{b}}y.$$

a) Für welche Werte des reellen Parameters γ ist es *prinzipiell* möglich, einen asymptotischen Beobachter zu ermitteln?

b) Berechnen Sie, sofern möglich, den Vektor $\hat{\mathbf{b}}$ und die Matrix $\hat{\mathbf{A}}$ des obigen asymptotischen Beobachters für die Fälle

i) $\gamma = 0$ ii) $\gamma = -1$

so, dass alle Eigenwerte der Matrix $\hat{\mathbf{A}}$ bei $s = -3$ liegen.

Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik** am 18.05.2015

Name / Vorname(n):

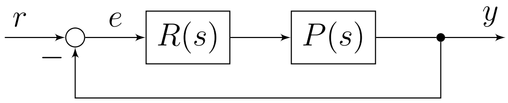
Matrikel-Nummer:

Bonuspunkte aus den MATLAB-Übungen: ◯ ja ◯ nein

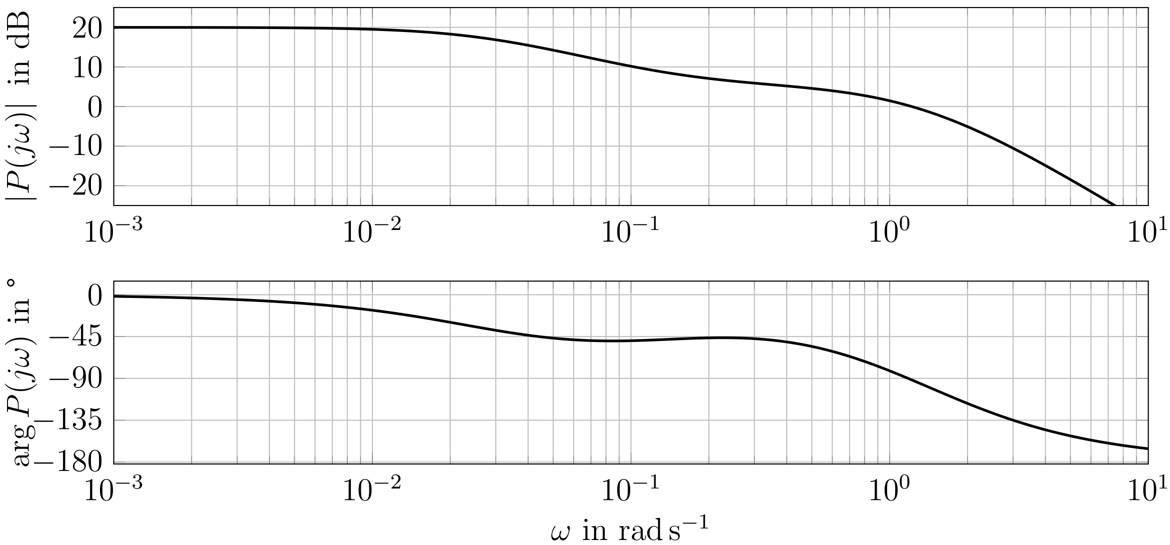
	1	2	3
erreichbare Punkte	6	7	8
erreichte Punkte			

Aufgabe 1:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Standardregelkreises mit der Führungsgröße r, der Regelabweichung e und der Ausgangsgröße y:



Die Strecke $P(s)$ sei vom einfachen Typ. Ihr Frequenzgang ist graphisch in Form von BODE-Diagrammen gegeben:



a) Aufgrund von Budgetkürzungen stehen zunächst nur ein P-Regler und drei I-Regler mit unterschiedlichen Verstärkungen

$$\text{i) } R_1(s) = \sqrt{10}, \quad \text{ii) } R_2(s) = \frac{1/\sqrt{10}}{s}, \quad \text{iii) } R_3(s) = \frac{\sqrt{2}}{s}, \quad \text{iv) } R_4(s) = \frac{\sqrt{10}}{s}$$

zur Auswahl. Wählen sie einen Regler so aus, dass die Sprungantwort des geschlossenen Kreises eine möglichst kleine Anstiegszeit t_r und keine bleibende Regelabweichung aufweist. Wie groß ist die bleibende Regelabweichung bei der *rampenförmigen* Führungsgröße $r(t) = 3t$? (*Begründen Sie Ihre Antworten!*)

b) Im Zuge einer zweistündigen Projektbesprechung können Sie Ihren Chef dazu bewegen, die Anschaffung eines Reglers mit der Übertragungsfunktion

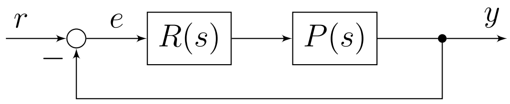
$$R(s) = \frac{K}{s}\left(\frac{1 + s/\omega_\mathrm{Z}}{1 + s/\omega_\mathrm{N}}\right)^2$$

in Betracht zu ziehen. (Dabei sind K, ω_Z und ω_N positive reelle Parameter.) Dimensionieren Sie diesen *näherungsweise* mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens so, dass die Sprungantwort des geschlossenen Kreises eine Anstiegszeit von $t_\mathrm{r} = 0{,}5\,\mathrm{s}$ und ein Überschwingen von $9\,\%$ aufweist.

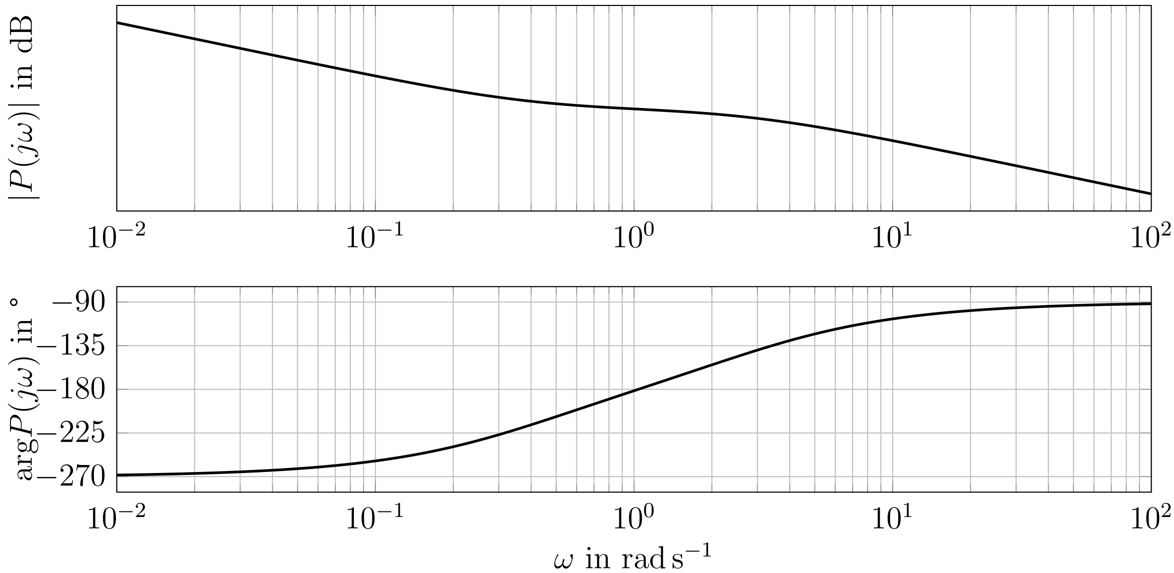
m	2	3	4	5	6	9	10
$\Delta\varphi = \arcsin \frac{m-1}{m+1}$	19°	30°	37°	42°	46°	53°	55°
$\lvert m\rvert_\mathrm{dB}$	6	9,5	12	14	15,5	19	20

Aufgabe 2:

Gegeben sei folgendes Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r, der Regelabweichung e und der Ausgangsgröße y:



Der Frequenzgang $P(j\omega)$ der Regelstrecke liegt graphisch in Form von BODE-Diagrammen vor, aufgrund eines fehlerhaften Matlab-Skripts ging jedoch die Skalierung der Betragskennlinie verloren:



In einem Experiment stellte sich bei Verwendung des Proportionalreglers $R(s) = 20$ für die Führungsgröße $r(t) = \cos(t)$ ein eingeschwungener Zustand ein. Dabei wurde für große Werte von t die Regelabweichung $e(t) = -\cos(t)$ beobachtet.

a) Skizzieren Sie die Ortskurve des Frequenzgangs $P(j\omega)$. Ermitteln Sie deren Schnittpunkte mit der reellen Achse sowie den Wert $n_a + 2n_r$. (*Hinweis:* Es ist nicht nötig n_a und n_r getrennt voneinander zu bestimmen.)

b) Es wird ein Proportionalregler $R(s) = K$ mit dem reellen Parameter K eingesetzt. Bestimmen Sie mit Hilfe des NYQUIST-Kriteriums nachvollziehbar (mit Fallunterscheidung und Ermittlung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

c) Als Führungsgröße wird $r(t) = 1 + 2\cos(t)$ gewählt. Ermitteln Sie die Ausgangsgröße $y(t)$ für hinreichend große Werte t für folgende Fälle:

i) $K = 5$, ii) $K = 15$

Hinweis: $\Delta \operatorname{arc}\{1 + L(j\omega)\} = (n_\mathrm{a} + 2n_\mathrm{r})\dfrac{\pi}{2}$

$L(s)$ stellt dabei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.

Aufgabe 3:

Gegeben sei folgendes Zustandsraummodell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y:

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \mathbf{c}^T \mathbf{x} + du = \begin{bmatrix} 0 & 1/3 \end{bmatrix} \mathbf{x}.$$

Zur Regelung dieser Strecke wird ein Zustandsregler der Form

$$u = -\mathbf{k}^T \mathbf{x} + Vr$$

eingesetzt. Die Sprungantwort $h(t)$ des geschlossenen Kreises soll dabei

$$h(t) = 1 - e^{-6t}$$

betragen.

a) Ermitteln Sie die Streckenübertragungsfunktion

$$P(s) = \left.\frac{y(s)}{u(s)}\right|_{\mathbf{x}_0=\mathbf{0}}.$$

Besitzt das System die BIBO-Eigenschaft? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

b) Berechnen Sie den Vektor $\mathbf{k}$ sowie den Verstärkungsfaktor V so, dass der geschlossene Regelkreis die oben angegebene Sprungantwort aufweist.

c) Da der Zustandsvektor $\mathbf{x}$ messtechnisch nicht erfassbar ist, wird als Beobachter

$$\frac{\mathrm{d}\hat{\mathbf{x}}}{\mathrm{d}t} = \hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{x}} + \tilde{\mathbf{b}}u + \hat{\mathbf{b}}y$$

eingesetzt. Wie müssen die Matrix $\hat{\mathbf{A}}$ und der Vektor $\tilde{\mathbf{b}}$ gewählt werden, damit der zeitliche Verlauf des Beobachterfehlers $\mathbf{e} := \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$ nur von dessen Anfangszustand $\mathbf{e}(t = 0)$, nicht aber von $\mathbf{x}(t = 0)$ oder $u(t)$ abhängt? Geben Sie die resultierende Differentialgleichung für $\mathbf{e}$ an. (*Begründen Sie Ihre Antwort!)*

d) Bestimmen Sie für $\hat{\mathbf{b}} = \begin{bmatrix} \hat{b}_1 & \hat{b}_2 \end{bmatrix}^T$ den größtmöglichen Wertebereich der reellen Parameter $\hat{b}_1$ und $\hat{b}_2$, sodass die Beobachterfehlerdynamik asymptotisch stabil ist. Stellen Sie diesen Bereich graphisch in der $\hat{b}_1$-$\hat{b}_2$-Ebene dar.

e) Für das Regelgesetz wird nun der Schätzwert $\hat{\mathbf{x}}$ anstelle von $\mathbf{x}$ herangezogen, d.h. $u = -\mathbf{k}^T\hat{\mathbf{x}} + Vr$. Ermitteln Sie für $\mathbf{k} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}^T$, $V = 1$ und $\hat{\mathbf{b}} = \begin{bmatrix} 9 & 9 \end{bmatrix}^T$ die Zustandsdifferentialgleichung

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{z}}{\mathrm{d}t} = \overline{\mathbf{A}}\mathbf{z} + \overline{\mathbf{b}}r \qquad \text{mit } \mathbf{z} = \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{e} \end{bmatrix}$$

der Zusammenschaltung von Zustandsregler, Beobachter und Regelstrecke. (Geben Sie Zahlenwerte für $\overline{\mathbf{A}}$ und $\overline{\mathbf{b}}$ an.) Ist dieses System asymptotisch stabil? (*Begründen Sie Ihre Antwort!)*

Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik** am 26.06.2015

Name / Vorname(n):

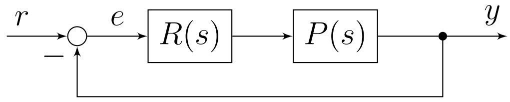
Matrikel-Nummer:

Bonuspunkte aus den MATLAB-Übungen: ◯ ja ◯ nein

	1	2	3
erreichbare Punkte	8	6	7
erreichte Punkte			

Aufgabe 1:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Standardregelkreises mit der Führungsgröße r, der Regelabweichung e und der Ausgangsgröße y:



Die Übertragungsfunktion der Regelstrecke ist durch

$$P(s) = 1 - \frac{s-90}{s+10}$$

gegeben.

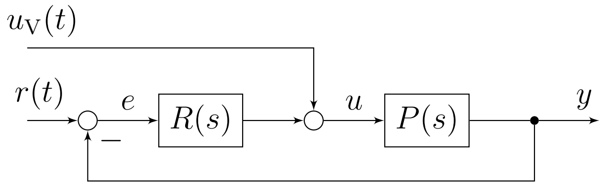
a) Skizzieren Sie die Bode-Diagramme des Frequenzgangs der Strecke $P(j\omega)$.

b) Die Sprungantwort des geschlossenen Kreises soll keine bleibende Regelabweichung sowie näherungsweise eine Anstiegszeit von $t_\mathrm{r} \approx 0{,}15\,\mathrm{s}$ bei $14\,\%$ Überschwingen aufweisen. Welche der folgenden Reglerübertragungsfunktionen mit den reellen Parametern K und ω_Z sind prinzipiell geeignet, diese Anforderungen zu erfüllen? (*Begründen Sie Ihre Antworten!*)

$$\text{i) } R_1(s) = K, \qquad \text{ii) } R_2(s) = \frac{K}{s}, \qquad \text{iii) } R_3(s) = K\frac{1 + {}^{s}\!/\!{}_{\omega_\mathrm{Z}}}{s}$$

c) Wählen Sie den einfachsten der geeigneten Regler aus und dimensionieren Sie diesen *mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens* so, dass der geschlossene Kreis obige Anforderungen erfüllt.

d) Der Regelkreis wird nun in folgender Weise um eine Vorsteuerung erweitert:



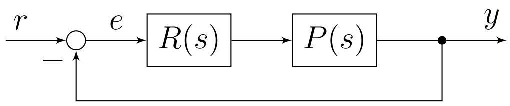
Das System soll ausgehend vom Anfangswert $y_0 = 10$ in der Zeit $T = 1\,\mathrm{s}$ in den Endwert $y(T) = 0$ übergeführt werden, wobei es sich für für $t < 0$ und für $t > T$ in Ruhe befinden soll. Ermitteln Sie dafür geeignete stückweise polynomielle Funktionen $r(t)$ und $u_\mathrm{V}(t)$ (mit *Fallunterscheidung* für $t < 0$, $0 \leq t \leq T$ und $t > T$).

Hinweis: Mitunter ist das Polynom $p(x) = -2x^3 + 3x^2$ hilfreich; dieses erfüllt $p(0) = \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}x}(0) = \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}x}(1) = 0$ sowie $p(1) = 1$.

m	2	3	4	5	6	8	10
$\arcsin\frac{m-1}{m+1}$	19°	30°	37°	42°	46°	51°	55°
$\arctan m$	63°	72°	74°	79°	81°	83°	84°
$\lvert m\rvert_\mathrm{dB}$	6	9,5	12	14	15,5	18	20
Hinweis: $\arctan\frac{1}{m} = 90° - \arctan m$							

Aufgabe 2:

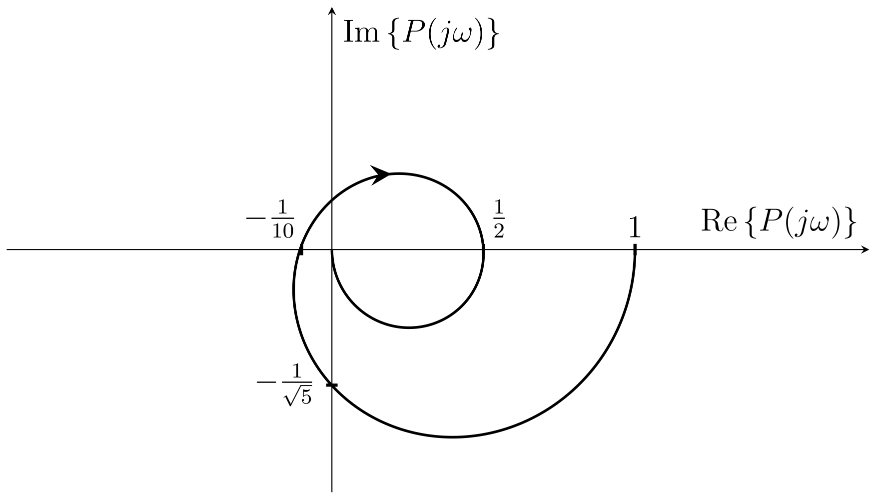
Gegeben sei folgendes Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r, der Regelabweichung e und der Ausgangsgröße y:



Es ist bekannt, dass $P(s)$ die BIBO-Eigenschaft besitzt und dass

$$\mathrm{Re}\{P(j4\pi)\} = \mathrm{Im}\{P(j16\pi)\} = \mathrm{Im}\{P(j25\pi)\} = 0$$

gilt. Weiterhin liegt die Ortskurve des Frequenzgangs $P(j\omega)$ für $0 \leq \omega < \infty$ vor:



a) Es wird zunächst ein Proportionalregler $R(s) = K$ mit dem reellen Parameter K eingesetzt. Bestimmen Sie mit Hilfe des NYQUIST-Kriteriums nachvollziehbar (mit Fallunterscheidung und Ermittlung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

b) Als Führungsgröße wird $r(t) = 2\cos(4\pi t + \frac{\pi}{4})$ gewählt. Ermitteln Sie die Ausgangsgröße $y(t)$ für hinreichend große Werte t für folgende Fälle:

$$\text{i) } K = \sqrt{5}, \quad \text{ii) } K = 10\sqrt{5}$$

c) Es kommt nun ein PI-Regler

$$R(s) = K_\mathrm{P}\left(1 + \frac{1}{sT_\mathrm{N}}\right)$$

mit den reellen Parametern K_P und T_N zum Einsatz. Dimensionieren Sie diesen mit Hilfe der *Closed-Loop* Methode nach Ziegler-Nichols. (*Hinweis:* Mit der kritischen Verstärkung K_k und der zugehörigen Periodendauer T_k lauten die Einstellregeln für einen PI-Regler nach der Closed-Loop Methode: $K_\mathrm{P} = 0{,}4 \cdot K_\mathrm{k}$; $T_\mathrm{N} = 0{,}8 \cdot T_\mathrm{k}$.)

Aufgabe 3:

Gegeben sei folgendes Zustandsraummodell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y:

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} -11 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u$$
$$y = \mathbf{c}^T \mathbf{x} = \begin{bmatrix} -2 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{x}.$$

Zur Regelung dieser Strecke soll ein Zustandsregelgesetz der Form

$$u = -\mathbf{k}^T \mathbf{x} + Vr$$

verwendet werden.

a) Bestimmen Sie den flachen Ausgang $z = \boldsymbol{\lambda}^T \mathbf{x}$ des Systems.

b) Ist die Regelstrecke beobachtbar? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

c) Ermitteln Sie den Vektor $\mathbf{k}^T$ des Zustandsreglers so, dass die Eigenwerte des geschlossenen Kreises bei $s_{1,2} = -8 \pm j6$ liegen

d) Bestimmen Sie die Führungsübertragungsfunktion $T(s)$. Ermitteln Sie daraus V so, dass der Regelkreis stationär genau ist, d.h., dass bei $r(t) = 1$ für die Ausgangsgröße $\lim_{t\to\infty} y(t) = 1$ gilt.

e) Wie groß sind *näherungsweise* Anstiegszeit t_r und Überschwingweite M_p der Sprungantwort des geschlossenen Kreises? (*Hinweis:* Benutzen Sie ggf. die untenstehende Tabelle.)

f) Da der Zustandsvektor $\mathbf{x}$ messtechnisch nicht erfassbar ist, wird ein Beobachter der Form

$$\frac{\mathrm{d}\hat{\mathbf{x}}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \mathbf{l}(y - \mathbf{c}^T \hat{\mathbf{x}})$$

eingesetzt. Ermitteln Sie den Parametervektor $\mathbf{l}$ so, dass alle Eigenwerte der Dynamikmatrix des Beobachterfehlers bei $\lambda = -11$ liegen. (*Hinweis:* Eventuell ist es hilfreich λ zunächst mit den Eigenwerten von $\mathbf{A}$ zu vergleichen.)

d	0,22	0,28	0,36	0,4	0,46	0,51	0,6	0,68	0,78	0,9
M_p	1,5	1,4	1,3	1,25	1,2	1,15	1,1	1,05	1,025	1
$\omega_\mathrm{n} t_\mathrm{r}$	1,4	1,5	1,6	1,65	1,75	1,85	2,05	2,2	2,5	2,9