Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik** am 23.01.2014

Name / Vorname(n):

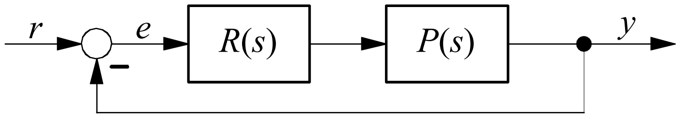
Kennzahl / Matrikel-Nummer:

Bonuspunkte aus den MATLAB-Übungen: O ja O nein

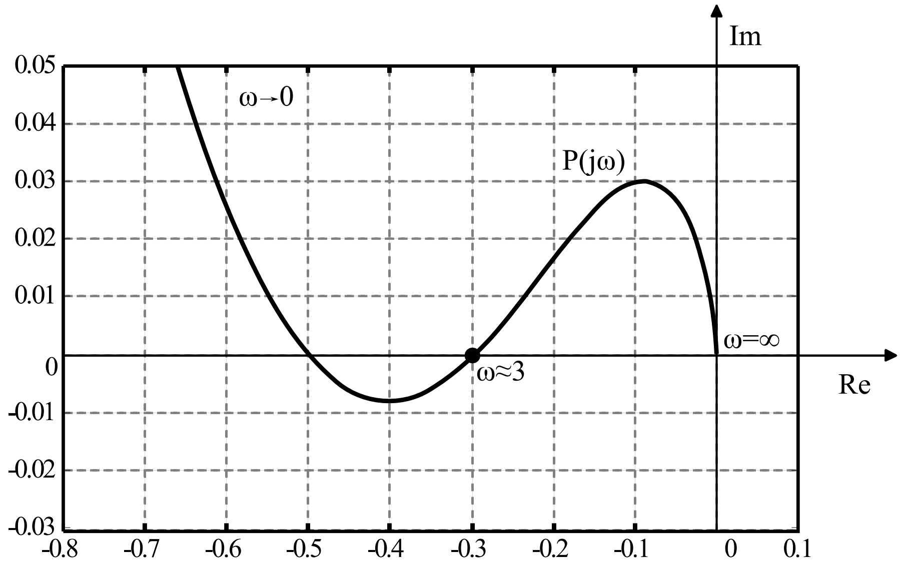
	1	2	3	4
erreichbare Punkte	7	7	4	3
erreichte Punkte				

Aufgabe 1:

Gegeben sei folgendes Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r, der Regelabweichung e und der Ausgangsgröße y:



Die Ortskurve des Frequenzganges $P(j\omega)$ der Strecke ist gegeben:



a) Welche der folgenden Übertragungsfunktionen weist obigen Verlauf $P(j\omega)$ auf? Begründen Sie Ihre Antwort!

(i) $P(s) = -\dfrac{40}{s(s+6)^2}$ (ii) $P(s) = -\dfrac{40}{s}$

(iii) $P(s) = \dfrac{40(s+1)}{s(s-1)(s+6)^2}$ (iv) $P(s) = \dfrac{40}{s^3}$

Wählen Sie eine passende Übertragungsfunktion und beantworten Sie folgende Fragen:

b) Es wird ein Proportionalregler $R(s) = K$ eingesetzt (K sei hierbei ein reeller, positiver Parameter). Bestimmen Sie mit Hilfe des NYQUIST-Kriteriums nachvollziehbar (mit Fallunterscheidung und Ermittlung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

c) Als Führungsgröße wird $r(t) = 0.1\cos(3t)$ gewählt. Ermitteln Sie für hinreichend große Werte $t \gg$ näherungsweise den Regelfehler $e(t)$ für die Fälle:

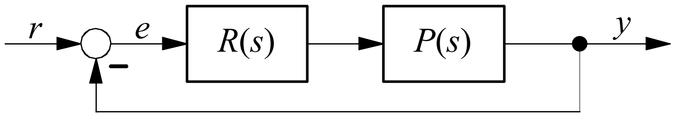
(i) $K = 1$ (ii) $K = 3$

Hinweis: $\Delta arc\left[1 + L(j\omega)\right] = (n_a + 2n_r)\dfrac{\pi}{2}$

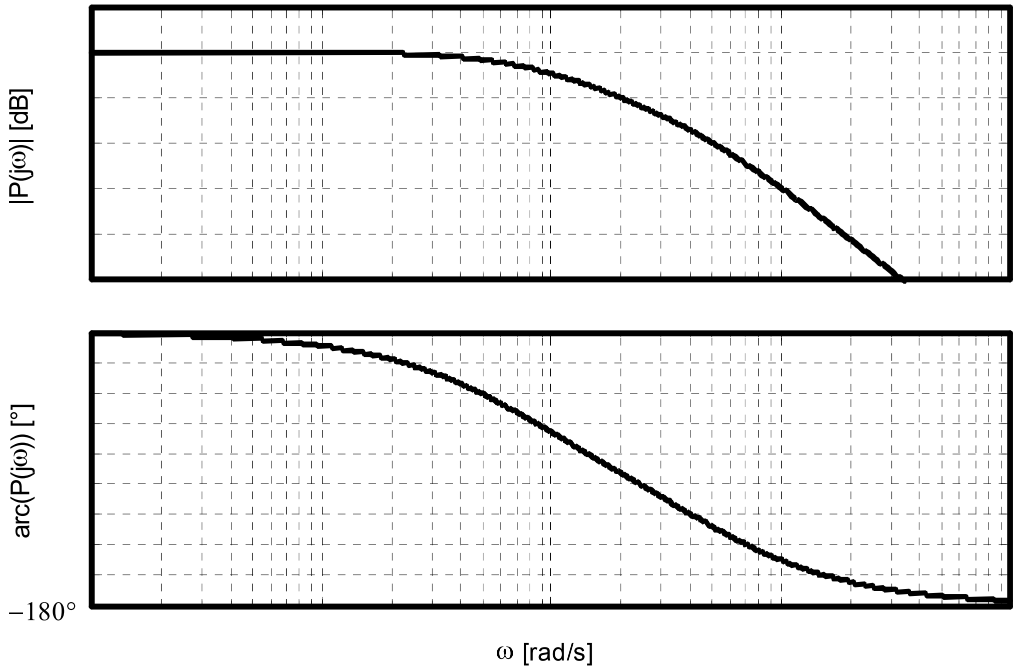
$L(s)$ stellt hierbei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.

Aufgabe 2:

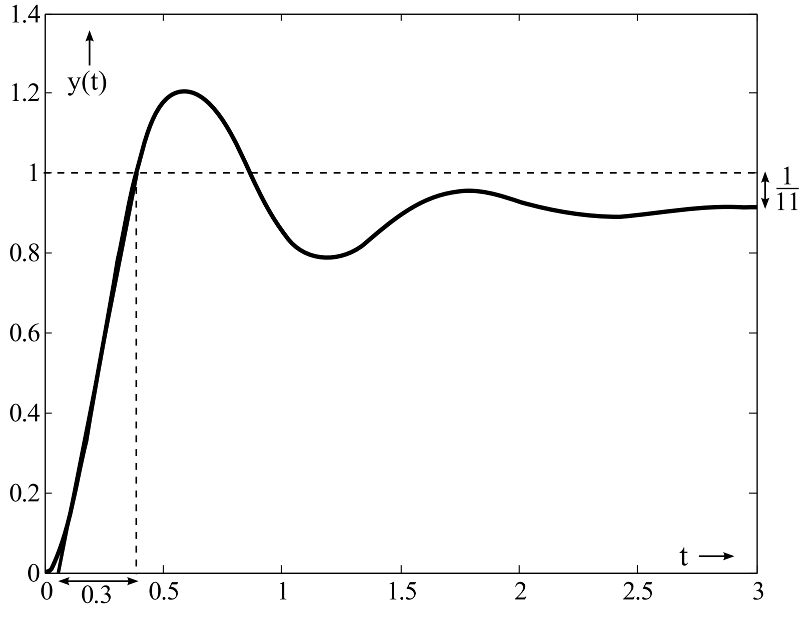
Gegeben sei folgendes Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r, der Regelabweichung e und der Ausgangsgröße y:



Die Regelstrecke **zweiter Ordnung** mit der Übertragungsfunktion $P(s)$ sei „vom einfachen Typ", ihr Frequenzgang $P(j\omega)$ liegt in Form von BODE-Diagrammen graphisch vor. Allerdings wurde auf die Beschriftung der Achsen vergessen:



Dafür liegt eine Aufzeichnung der Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises für $R(s) = 1$ vor:



a) Bestimmen Sie näherungsweise die Durchtrittsfrequenz ω_C, die Phasenreserve ϕ_R sowie den Verstärkungsfaktor V. Beschriften Sie die Achsen entsprechend.

b) Es wird zunächst ein Proportionalregler $R(s) = K$ eingesetzt (K sei hierbei ein reeller Parameter). Dimensionieren Sie mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens den Regler so, dass die Sprungantwort des Regelkreises $T(s)$ näherungsweise eine Anstiegszeit von $t_r = 0.15s$ aufweist. Wie groß ist das zu erwartende prozentuale Überschwingen $\ddot{u}$?

c) Durch den Einsatz eines lead-Gliedes mit Verstärkungsfaktor gemäß

$$R(s) = K\left(1+\frac{s}{\omega_Z}\right)\left(1+\frac{s}{\omega_N}\right)^{-1}$$

soll das Überschwingen bei gleicher Anstiegszeit auf ungefähr 3% reduziert werden. Bestimmen Sie die Knickfrequenzen ω_Z und ω_N sowie den neuen Proportionalanteil K.

m	2	3	4	5	6	8	10
$\Delta\varphi_{\max} = \arcsin\frac{m-1}{m+1}$	19°	30°	37°	42°	46°	51°	55°
$\lvert m\rvert_{dB}$	6	9.5	12	14	15.5	18	20

Aufgabe 3:

Gegeben sei folgendes mathematische Modell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ sowie der Ausgangsgröße y:

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{pmatrix} -3 & 9 & 27 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}\mathbf{x} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}u \quad =: \quad \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u,$$

$$y = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}\mathbf{x} \quad =: \quad \mathbf{c}^T\mathbf{x}$$

Ein Eigenwert der Systemmatrix $\mathbf{A}$ ist bekannt: $s_1 = 3$.

a) Ermitteln Sie zunächst ein Regelgesetz der Form $u = -\begin{pmatrix} h_1 & h_2 & h_3 \end{pmatrix}\mathbf{x} + Vr = -\mathbf{h}^T\mathbf{x} + Vr$ so, dass alle Eigenwerte des Regelkreises bei $s_{1,2,3} = -1$ liegen.

b) Dimensionieren Sie nun den Parameter V so, dass der Regelkreis *stationär genau* ist, dass also für einen Einheitssprung $r(t) = \sigma(t)$ gilt:

$$y_\infty = \lim_{t\to\infty} y(t) = 1.$$

c) Ist die Strecke *beobachtbar*? Begründen Sie Ihre Antwort!

d) Ist der geschlossene Regelkreis *beobachtbar*? Begründen Sie Ihre Antwort!

Hinweis: Es müssen *weder* 3×3 - Matrizen invertiert *noch* Gleichungen dritten Grades gelöst werden.

Aufgabe 4:

Gegeben sei das mathematische Modell einer Strecke mit der Eingangsgröße u, der Ausgangsgröße y sowie dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$:

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -3 & \alpha \end{pmatrix}\mathbf{x} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} u =: \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u\,, \quad y = \begin{pmatrix} -1 & 2 \end{pmatrix}\mathbf{x} =: \mathbf{c}^T\mathbf{x}$$

a) Untersuchen Sie die Beobachtbarkeit der Strecke in Abhängigkeit des reellen Parameters α.

Wählen Sie nun $\alpha = 2$.

b) Zur Schätzung des nicht messbaren Zustandsvektors $\mathbf{x}$ soll ein asymptotischer Beobachter der Form

$$\frac{\mathrm{d}\hat{\mathbf{x}}}{\mathrm{d}t} = \hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \hat{\mathbf{b}}y, \qquad \hat{\mathbf{b}} := \begin{pmatrix} \hat{b}_1 & \hat{b}_2 \end{pmatrix}^T$$

verwendet werden. Ist dies *prinzipiell* möglich? Begründen Sie Ihre Antwort!
Wie müssen die Koeffizienten $\hat{b}_1$ und $\hat{b}_2$ gewählt werden, damit die Eigenwerte der Systemmatrix des Beobachters $\hat{\mathbf{A}}$ bei $\varsigma_{1,2} = -1$ liegen?

Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik** am 20. 03. 2014

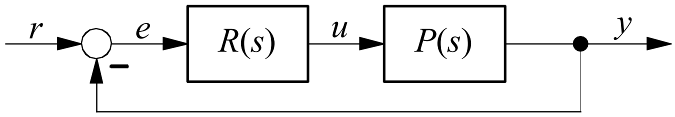
Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Bonuspunkte aus den MATLAB-Übungen: O ja O nein

	1	2	3	4	
erreichbare Punkte	6	6	6	3	
erreichte Punkte					

Aufgabe 1:
Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r, dem Regelfehler e, der Stellgröße u und der Ausgangsgröße y:



Die Übertragungsfunktion der Regelstrecke lautet:

$$P(s) = \frac{V}{s^2 + \alpha s + 1}$$

Hierbei sind V und α positive Parameter. Zur Bestimmung dieser Parameter wurden zwei Experimente durchgeführt:

1) Sprungantwort: Die Sprungantwort der Strecke $P(s)$ nahm im *eingeschwungenen* Zustand den Wert $y_\infty = 2$ an.

2) Frequenzgang: Für die Eingangsfunktion $u(t) = \sin(t)$ ergab sich *nach Abklingen der Einschwingvorgänge* die Ausgangsgröße $y(t) = -\cos(t)$.

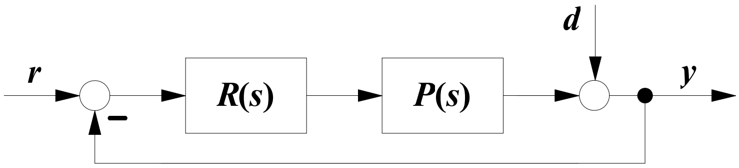
a) Zeigen Sie, dass für die unbekannten Parameter $V = \alpha = 2$ gilt!
b) Zeichnen Sie die BODE-Diagramme der Strecke.
c) Es wird zunächst ein Regler der Form $R(s) = 1$ verwendet. Bestimmen bzw. schätzen Sie
   i) die bleibende Regelabweichung e_∞
   ii) die zu erwartende Antstiegszeit t_r und
   iii) das zu erwartende prozentuale Überschwingen $\ddot{u}$
   für die Sprungantwort des obigen Regelkreises.
d) Betrachten Sie nun folgende Reglerstruktur:

$$R(s) = \frac{V_R}{s}\left(1 + \frac{s}{\omega_Z}\right)\left(1 + \frac{s}{\omega_N}\right)^{-1}.$$

Dimensionieren Sie mit Hilfe des Frequenzkennlinien-Verfahrens den Regler $R(s)$ so, dass die Sprungantwort des Regelkreises (näherungsweise) eine Anstiegszeit von $t_r = 1.5s$ und ein prozentuales Überschwingen von $\ddot{u} = 15\%$ besitzt. Bestimmen Sie die Knickfrequenzen ω_Z und ω_N sowie den Verstärkungsfaktor V_R. Wie groß ist die bleibende Regelabweichung e_∞?

m	2	3	4	5	6	8	10
$\Delta\varphi_{\max} = \arcsin\frac{m-1}{m+1}$	19°	30°	37°	42°	46°	51°	55°
$\lvert m \rvert_{dB}$	6	9.5	12	14	15.5	18	20

Aufgabe 2:
Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r, der Ausgangsgröße y und der Störgröße d:



Die Übertragungsfunktionen $P(s)$ bzw. $R(s)$ lauten:

$$P(s) = \frac{(s-1)}{(s+1)} \qquad \text{bzw.} \qquad R(s) = \frac{K}{s} \quad (K \text{ ist ein reeller Parameter})$$

a) Skizzieren Sie für $K = 1$ die Ortskurve $L(j\omega)$ des offenen Kreises und bestimmen Sie deren Schnittpunkte mit der reellen Achse.

b) Bestimmen Sie mit Hilfe des NYQUIST-Kriteriums den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt. Ermitteln Sie dazu *nachvollziehbar* für alle(!) Fälle die stetige Winkeländerung $\Delta\text{arc}\left\{1 + L(j\omega)\right\}$ und den Bereich des Parameters K!

c) Auf den Regelkreis wirkt nun die Störgröße $d(t) = 3 + 2\sin(t)$. Berechnen Sie für die Parameterwerte

$$\text{(i) } K = \frac{1}{3} \qquad \text{bzw.} \qquad \text{(ii) } K = -\frac{1}{3}$$

die Ausgangsgröße $y(t)$ im *eingeschwungenen* Zustand.

Hinweis: $\Delta\text{arc}\left\{1 + L(j\omega)\right\} = (n_a + 2n_r)\pi / 2$

Aufgabe 3:
Gegeben sei folgendes Modell einer Strecke mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}\mathbf{x}$$

a) Ermitteln Sie ein Regelgesetz der Form

$$u = -\begin{bmatrix} h_1 & h_2 \end{bmatrix}\mathbf{x} + Vr = -\mathbf{h}^T\mathbf{x} + Vr$$

so, dass die zugehörige Führungs-Übertragungsfunktion

$$T(s) = \left.\frac{y(s)}{r(s)}\right|_{\mathbf{x}_0 = \mathbf{0}} = \frac{4}{s+2}$$

lautet.

b) Ist der *Regelkreis* steuerbar bzw. beobachtbar? *Geben Sie jeweils eine mathematische Begründung an!*

Da der Zustandsvektor $\mathbf{x}$ *nicht* messtechnisch erfassbar ist, wird für die praktische Realisierung obiger Regelung ein Schätzwert $\hat{\mathbf{x}}$ herangezogen, d.h.: $u = -\mathbf{h}^T \hat{\mathbf{x}} + Vr$.
Dafür soll ein asymptotischer Zustandsbeobachter der Form

$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \hat{\mathbf{b}}y$$

verwendet werden.

c) Ist dies *prinzipiell* möglich? Begründen Sie Ihre Antwort! Für den Vektor $\hat{\mathbf{b}}$ stehen zwei mögliche Varianten zur Auswahl:

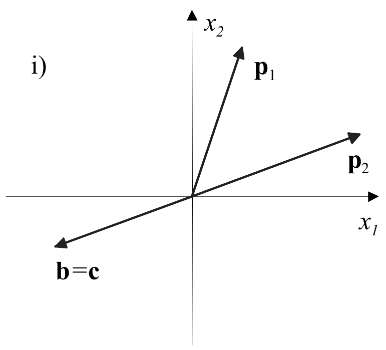
i) $\hat{\mathbf{b}} = [2 \quad 2]^T$ ii) $\hat{\mathbf{b}} = [5 \quad 3]^T$

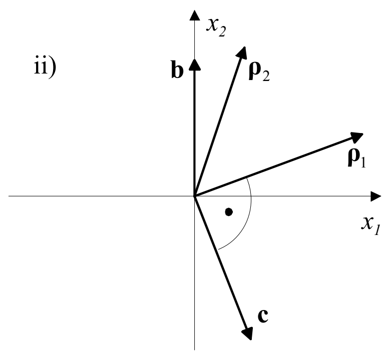
Sind beide Varianten sinnvoll? *Begründen Sie mathematisch Ihre Antwort und Ihre Wahl!*

Aufgabe 4:
Gegeben sei ein lineares und zeitinvariantes System 2. Ordnung mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u \qquad y = \mathbf{c}^T\mathbf{x}.$$

In den nachfolgenden Abbildungen sind für zwei unterschiedliche Fälle die Vektoren $\mathbf{b}$ und $\mathbf{c}$ in der Zustandsebene dargestellt. Zusätzlich sind im Fall i) *Rechts*-Eigenvektoren $\mathbf{p}_1$ und $\mathbf{p}_2$ und im Fall ii) *Links*-Eigenvektoren $\boldsymbol{\rho}_1$ und $\boldsymbol{\rho}_2$ der Systemmatrix $\mathbf{A}$ eingezeichnet:





Untersuchen Sie für beide Fälle die Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit des Systems.
Geben Sie jeweils eine mathematische Begründung an!

Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik** am 10.07.2014

Name / Vorname(n):

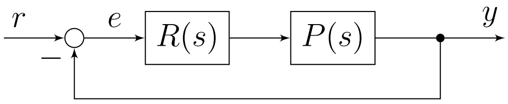
Matrikel-Nummer:

Bonuspunkte aus den MATLAB-Übungen: ◯ ja ◯ nein

	1	2	3
erreichbare Punkte	8	6	7
erreichte Punkte			

Aufgabe 1:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Standardregelkreises mit der Führungsgröße r, der Regelabweichung e und der Ausgangsgröße y:



Die Übertragungsfunktion der Strecke lautet

$$P(s) = \frac{1}{50} \frac{s + 100}{(s+1)^2}.$$

a) Skizzieren Sie die Bode-Diagramme des Frequenzgangs der Strecke $P(j\omega)$.

b) Als Regler wird zunächst der Proportionalregler $R(s) = 1$ eingesetzt. Bestimmen Sie näherungsweise die zu erwartende Anstiegszeit t_r und Überschwingweite M_p der Sprungantwort des geschlossenen Kreises.

c) Um die bleibende Regelabweichung zu eliminieren ersetzt man den Proportionalregler durch einen PI-Regler

$$R(s) = K \frac{1 + \frac{s}{\omega_0}}{s}$$

mit den positiven reellen Parametern K und ω_0. Dimensionieren Sie diesen Regler so, dass die Sprungantwort des geschlossenen Kreises näherungsweise eine Anstiegszeit von $t_\mathrm{r} \approx 1{,}5\,\mathrm{s}$ und ein prozentuales Überschwingen von $7\,\%$ aufweist. *Hinweis:* Nutzen Sie dazu gegebenenfalls die untenstehende Tabelle oder alternativ halblogarithmisches Papier und Phasenlineal.

d) Aus Sicherheitsgründen muss bei Vorgabe der rampenförmigen Führungsgröße $r(t) = t\sigma(t)$ die bleibende Regelabweichung

$$|e_\infty| \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$$

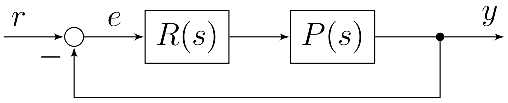
erfüllen. Passen Sie die Parameter des Reglers aus dem vorigen Punkt so an, dass diese Forderung *bei gleichbleibender Anstiegszeit* t_r erfüllt wird. Wie groß ist näherungsweise die Überschwingweite M_p des geschlossenen Kreises bei Einsatz des so modifizierten Reglers?

x	1,5	2	3	4	5	6	7	8	9
$\arctan x$	56°	63°	72°	76°	79°	81°	82°	83°	84°
$\lvert x \rvert_\mathrm{dB}$	3,5	6	9,5	12	14	15,5	17	18	19

Hinweis: $\arctan \frac{1}{x} = 90^\circ - \arctan x$ (für $x > 0$)

Aufgabe 2:

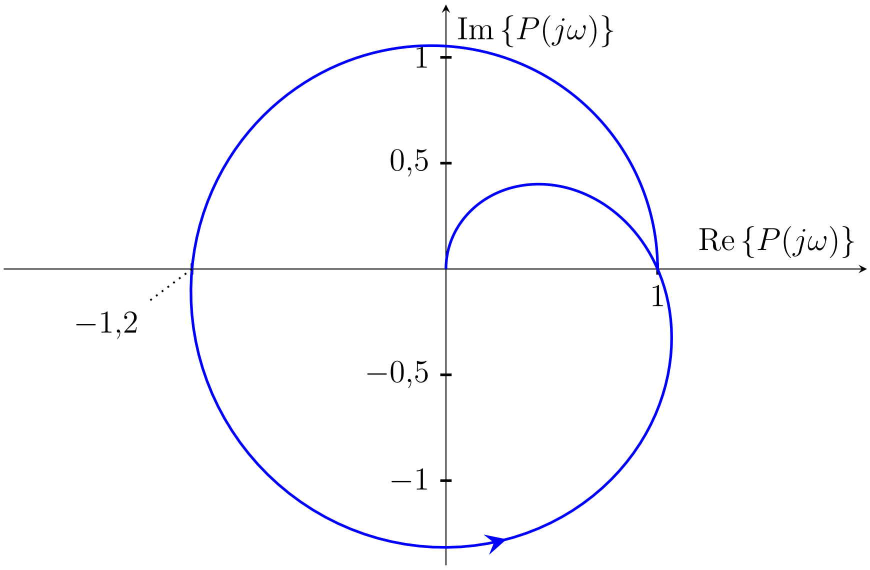
Gegeben sei folgendes Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r, der Regelabweichung e und der Ausgangsgröße y:



Als Regler kommt ein Proportionalregler $R(s) = K$ zum Einsatz. Dabei ist K ein (nicht notwendigerweise positiver) reeller Parameter. Die Übertragungsfunktion der Strecke lautet

$$P(s) = \frac{-6(s+1)^2}{(s-1)(s-3)(s+\alpha)}$$

wobei α ein unbekannter reeller Parameter ist. Die Ortskurve des Frequenzgangs $P(j\omega)$ ist gegeben:



a) Ermitteln Sie den Parameter α.

b) Ermitteln Sie mit Hilfe des Nyquist-Kriteriums *nachvollziehbar* (mit Fallunterscheidung und Bestimmung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

c) Als Führungsgröße wird nun $r(t) = 7\cos(t)$ gewählt. Ermitteln Sie für die Fälle

$$\text{i) } K = 5, \quad \text{ii) } K = -5$$

die Verläufe von Regelabweichung $e(t)$ und Ausgangsgröße $y(t)$ im *eingeschwungenen Zustand.*

Hinweis: $\Delta \operatorname{arc}\{1 + L(j\omega)\} = (n_\mathrm{a} + 2n_\mathrm{r})\dfrac{\pi}{2}$

$L(s)$ stellt dabei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.

Aufgabe 3:

Es sei folgendes Zustandsraummodell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y gegeben:

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 11 & 5 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$
$$y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du = \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x} + u.$$

Zur Regelung dieser Strecke wird folgender Zustandsregler verwendet:

$$u = -\mathbf{k}^T\mathbf{x} + Vr = -\begin{bmatrix} k_1 & k_2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \frac{5}{4}r.$$

a) Geben Sie notwendige und hinreichende Bedingungen für die reellen Parameter k_1 und k_2 an, damit der geschlossene Kreis asymptotisch stabil ist. Stellen Sie diesen zulässigen Bereich graphisch in der k_1-k_2-Ebene dar.

b) Berechnen Sie den Vektor $\mathbf{k}^T$ so, dass die Systemmatrix des geregelten Systems das konjugiert komplexe Eigenwertpaar $\lambda_{1,2} = -2 \pm j$ aufweist.

c) Als Führungsgröße wird $r(t) = \sigma(t)$ vorgegeben. Ermitteln Sie die bleibende Regelabweichung
$$e_\infty = \lim_{t\to\infty} \{r(t) - y(t)\}.$$
(*Hinweis*: Beachten Sie, dass $d \neq 0$ ist!)

d) Da der Zustandsvektor $\mathbf{x}$ messtechnisch nicht erfassbar ist, wird als Beobachter
$$\frac{\mathrm{d}\hat{\mathbf{x}}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u$$
vorgeschlagen. Ermitteln Sie die Differentialgleichung des Schätzfehlers $\mathbf{e} := \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$. Klingt der Schätzfehler ausgehend von einem beliebligen Anfangswert $\mathbf{e}(t = 0)$ für $t \to \infty$ ab? (*Begründen Sie Ihre Antwort!)*