Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik** am 18. 10. 2012

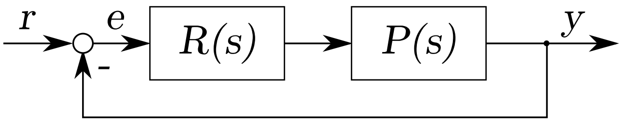
Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Bonuspunkte aus den MATLAB-Übungen: O ja O nein

	1	2	3
erreichbare Punkte	6	8	7
erreichte Punkte			

Aufgabe 1:
Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Die Übertragungsfunktion der Strecke lautet: $P(s) = \frac{1}{10}\frac{(s+10)^2}{(s+1)^2}$.

a) Es wird zunächst ein Proportionalregler $R(s) = 1$ eingesetzt. Bestimmen Sie näherungsweise die Durchtrittsfrequenz ω_C sowie die Phasenreserve φ_R des **offenen** Regelkreises. *(Hinweis: Vergleichen Sie die Strecke mit einem lead- / lag-Glied.)*

b) Kann daraus auf die Anstiegszeit t_r bzw. das prozentuale Überschwingen der Sprungantwort des **geschlossenen** Regelkreises geschlossen werden? *Begründen Sie Ihre Antwort.*

c) Unzufrieden mit dem Proportionalregler ersetzt man diesen durch einen mit der Übertragungsfunktion

$$R(s) = \frac{K}{s}\left(\frac{s}{\omega_Z}+1\right)\left(\frac{s}{\omega_N}+1\right)^{-1}$$

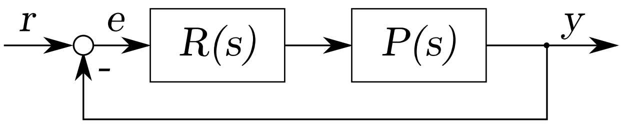
mit den reellen Parametern K, ω_Z und ω_N.

Dimensionieren Sie diesen Regler so, dass die Durchtrittsfrequenz gegenüber Punkt a) nicht verändert wird. Das prozentuale Überschwingen $\ddot{u}$ soll 35% betragen.

d) Wie groß ist die bleibende Regelabweichung $e_\infty := \lim_{t\to\infty} e(t)$ der Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises, wenn der in Punkt c) entworfene Regler verwendet wird?

m	2	3	4	5	6	8	10
$\Delta\varphi_{\max} = \arcsin\frac{m-1}{m+1}$	19°	30°	37°	42°	46°	51°	55°
$\lvert m\rvert_{dB}$	6	9.5	12	14	15.5	18	20

Aufgabe 2:
Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Die Führungsübertragungsfunktion des **geschlossenen** Regelkreises lautet:

$$T(s) = \left.\frac{y(s)}{r(s)}\right|_{AW=0} = \frac{K(s+6)^2}{s(s+1)^2 + K(s+6)^2}.$$

Hierbei ist K ein reeller Parameter.

a) Skizzieren Sie die Ortskurve $L(j\omega)$ des **offenen** Regelkreises $L(s) = R(s)P(s)$ für $K = 1$. Zeigen Sie, dass die Schnittpunkte der Ortskurve mit der reellen Achse bei $-\frac{3}{2}$ sowie -4 liegen.

b) Bestimmen Sie mit Hilfe des NYQUIST-Kriteriums nachvollziehbar (mit Fallunterscheidung und Ermittlung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

c) Als Führungsgröße wird nun $r(t) = \sigma(t) + \cos(2t)$ gewählt. Ermitteln Sie die Ausgangsgröße $y(t)$ für hinreichend große Werte t bei folgender Wahl des Parameters K:

$$(i) \quad K = \frac{1}{2}, \qquad\qquad (ii) \quad K = 1.$$

Hinweis: $\Delta arc(1 + L(j\omega)) = (n_a + 2n_r)\frac{\pi}{2}$

$L(s)$ *stellt hierbei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.*

Aufgabe 3:
Gegeben sei das mathematische Modell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u, der Ausgangsgröße y und dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$:

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}.$$

Zur Regelung dieser Strecke wird ein Zustandsregler der Form

$$u = -\mathbf{h}^T \mathbf{x} + Vr$$

verwendet, wobei V ein positiver, reeller Parameter ist. Mit r symbolisieren wir die Führungsgröße.

Der Regler soll so dimensioniert werden, dass die Sprungantwort des Regelkreises bei verschwindenden Anfangswerten $\mathbf{x}(t=0) = \mathbf{0}$ folgenden Verlauf annimmt:

$$r(t) = \sigma(t) \quad \Rightarrow \quad y(t) = 1 - e^{-3t}.$$

a) Bestimmen Sie die Lage der Eigenwerte λ_1 und λ_2 des geschlossenen Regelkreises sowie den Parameter V, damit obige Forderung erfüllt wird. *(Hinweis: Betrachten Sie die Forderung im Frequenzbereich.)*

b) Berechnen Sie den Parametervektor $\mathbf{h}$ so, dass die Eigenwerte des geregelten Systems die gewünschten Werte λ_1 und λ_2 annehmen.

Da der Zustandsvektor $\mathbf{x}$ *nicht* messbar ist, wird für die praktische Realisierung obiger Regelung ein Schätzwert $\hat{\mathbf{x}}$ herangezogen, d.h.:

$$u = -\mathbf{h}^T \hat{\mathbf{x}} + Vr.$$

Dafür wird ein asymptotischer Zustandsbeobachter der Form

$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \hat{\mathbf{b}}y$$

verwendet.

c) Kann prinzipiell die Größe $\hat{\mathbf{b}}$ so gewählt werden, dass die Systemmatrix der Differentialgleichung des Beobachterfehlers $\mathbf{e} := \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$ Eigenwerte bei $\varsigma_{1,2} = -3$ besitzt? (*Geben Sie eine mathematische Begründung an!*)
Falls ja, berechnen Sie den Vektor $\hat{\mathbf{b}}$.

Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik**
am 01.02.2013

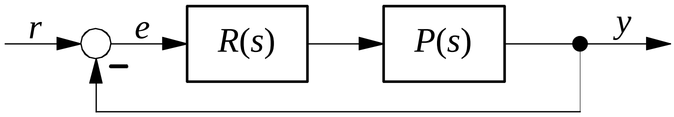
Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

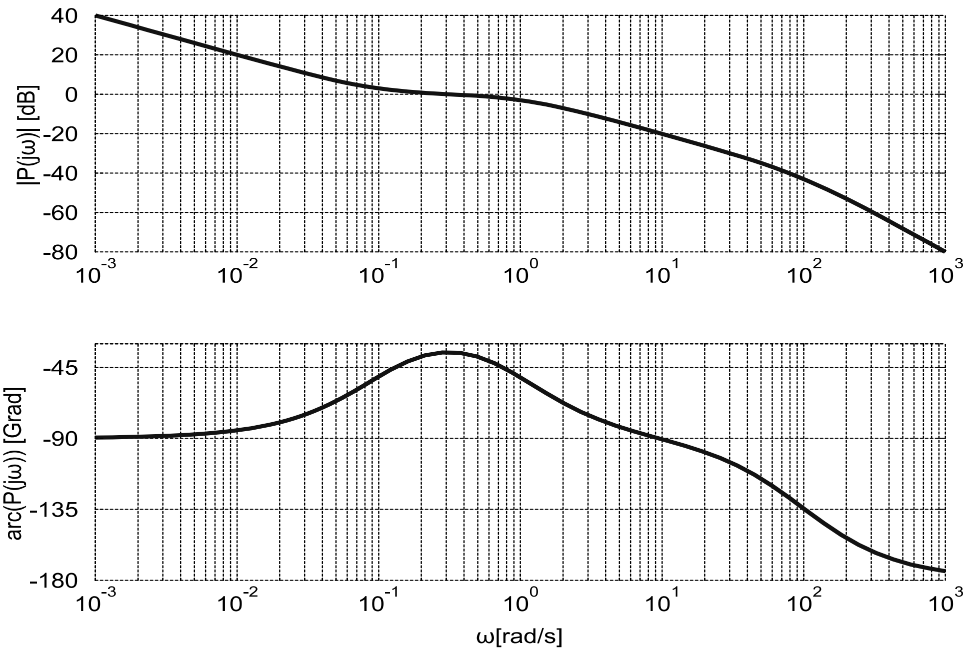
Bonuspunkte aus den MATLAB-Übungen: O ja O nein

	1	2	3
erreichbare Punkte	7	7	7
erreichte Punkte			

Aufgabe 1:
Gegeben sei folgendes Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r, der Regelabweichung e und der Ausgangsgröße y:



Die zu regelnde Strecke mit der Übertragungsfunktion $P(s)$ sei „vom einfachen Typ“. Der Frequenzgang $P(j\omega)$ wurde gemessen und ist in Form von BODE-Diagrammen dargestellt:



a) Es soll zunächst die Übertragungsfunktion $R(s)$ des Reglers ermittelt werden, sodass die Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises eine Anstiegszeit $t_r = 0.015s$ besitzt und die bleibende Regelabweichung verschwindet.
Zur Lösung dieser Aufgabe haben Sie die Auswahl zwischen zwei Reglern mit den reellen Parametern K und ω_1:

(i) $R(s) = K$ (ii) $R(s) = K\dfrac{(1+s/\omega_1)}{s}$

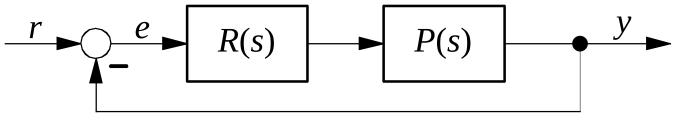
Wählen Sie einen Regler und begründen Sie Ihre Wahl!

b) Dimensionieren Sie mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens den unter Punkt a) ausgewählten Regler so, dass obige Anforderungen näherungsweise erfüllt werden. Wie groß ist die zu erwartende Überschwingweite M_p?

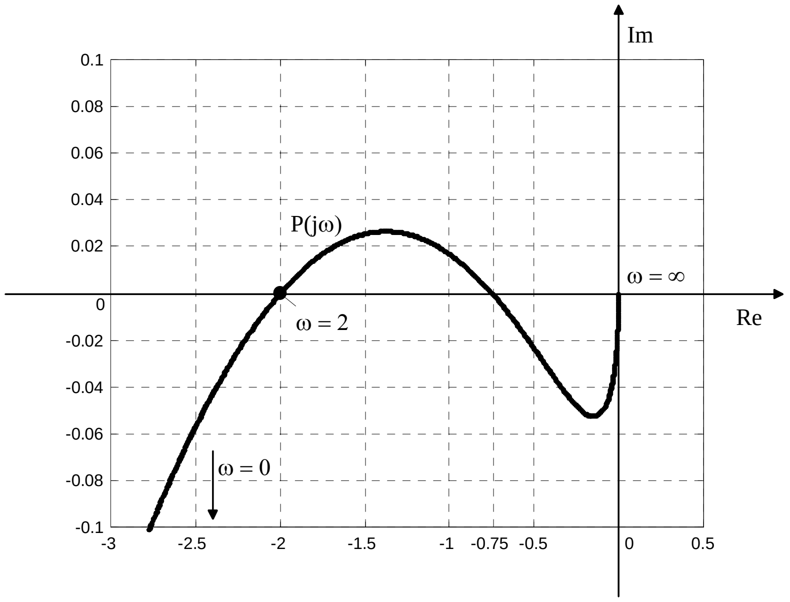
c) Entwerfen Sie nun einen Regler, der bei gleicher Anstiegszeit t_r zu einem prozentualen Überschwingen von $\ddot{u} = 6\%$ führt. Geben Sie die Übertragungsfunktion des Reglers an.

m	2	3	4	5	6	8	10
$\Delta\varphi_{\max} = \arcsin\dfrac{m-1}{m+1}$	19°	30°	37°	42°	46°	51°	55°
$\lvert m\rvert_{dB}$	6	9.5	12	14	15.5	18	20

Aufgabe 2:
Gegeben sei folgendes Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r, der Regelabweichung e und der Ausgangsgröße y:



Die Ortskurve des Frequenzganges $P(j\omega)$ der Strecke ist gegeben:



a) Zu welcher der folgenden Übertragungsfunktionen gehört obige Ortskurve? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

(i) $P(s) = -\dfrac{(s+6)^2}{2s^2(s+1)}$ (ii) $P(s) = \dfrac{5(s+6)^2}{10s^2(s+1)}$

(iii) $P(s) = \dfrac{(s+6)}{s(s+1)}$ (iv) $P(s) = \dfrac{(s+6)^2}{2s(s+1)^2}$

Als Regler wird nun ein Proportionalregler $R(s) = K$ mit dem reellen, positiven Parameter K eingesetzt.

b) Ermitteln Sie mit Hilfe des NYQUIST-Kriteriums *nachvollziehbar* (mit Fallunterscheidung und Bestimmung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

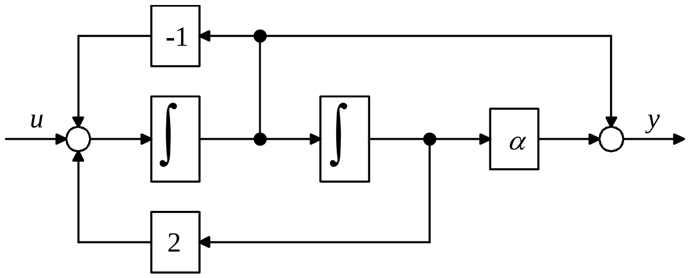
c) Als Führungsgröße wird nun $r(t) = -2\cos(2t)$ gewählt. Ermitteln Sie für „große“ Werte des Zeitparameters t die Regelabweichung $e(t)$ für die Fälle

(i) $K = 1$ (ii) $K = 8$

Hinweis: $\Delta arc\left[1 + L(j\omega)\right] = (n_a + 2n_r)\dfrac{\pi}{2}$

$L(s)$ stellt hierbei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.

Aufgabe 3:
Gegeben sei das Strukturbild eines Systems (Regelstrecke) mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y:



Hierbei ist α ein wählbarer reeller Parameter.

a) Ermitteln Sie ein zugehöriges Modell der Form

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u, \qquad y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du\ .$$

b) Ermitteln Sie ein Regelgesetz der Form $u = -\mathbf{h}^T\mathbf{x}$ so, dass alle Eigenwerte des geregelten Systems bei $s = -1$ liegen.

Da der Zustandsvektor $\mathbf{x}$ *nicht* messtechnisch erfassbar ist, wird für die praktische Realisierung obiger Regelung ein Schätzwert $\hat{\mathbf{x}}$ herangezogen: $u = -\mathbf{h}^T\hat{\mathbf{x}}$.
Dafür wird ein asymptotischer Zustandsbeobachter der Form

$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \hat{\mathbf{b}}y$$

eingesetzt.

c) Geben Sie den Wertebereich des Parameters α an, damit die Verwendung eines Beobachters prinzipiell möglich ist!

d) Bestimmen Sie für den Wert $\alpha = 1$ die Größe $\hat{\mathbf{b}}$ so, dass die Eigenwerte der Systemmatrix $\hat{\mathbf{A}}$ des Beobachters $s_{1,2} = -2 \pm j$ betragen.

e) Die Zusammenschaltung von Strecke und Beobachter ergibt ein Gesamtsystem der Form:

$$\frac{d\mathbf{z}}{dt} = \bar{\mathbf{A}}\,\mathbf{z} + \bar{\mathbf{b}}\,u \qquad y = \bar{\mathbf{c}}^T\mathbf{z} \qquad \text{mit} \qquad \mathbf{z} = \begin{bmatrix}\mathbf{x}\\ \hat{\mathbf{x}}\end{bmatrix}$$

Bestimmen Sie *zahlenmäßig* die Systemdaten $\bar{\mathbf{A}}$, $\bar{\mathbf{b}}$ und $\bar{\mathbf{c}}^T$.

f) Wo liegen die Eigenwerte der Systemmatrix $\bar{\mathbf{A}}$ des Gesamtsystems? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik** am 08.03.2013

Name / Vorname(n):

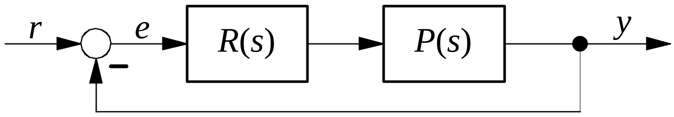
Matrikel-Nummer:

Bonuspunkte aus den MATLAB-Übungen: O ja O nein

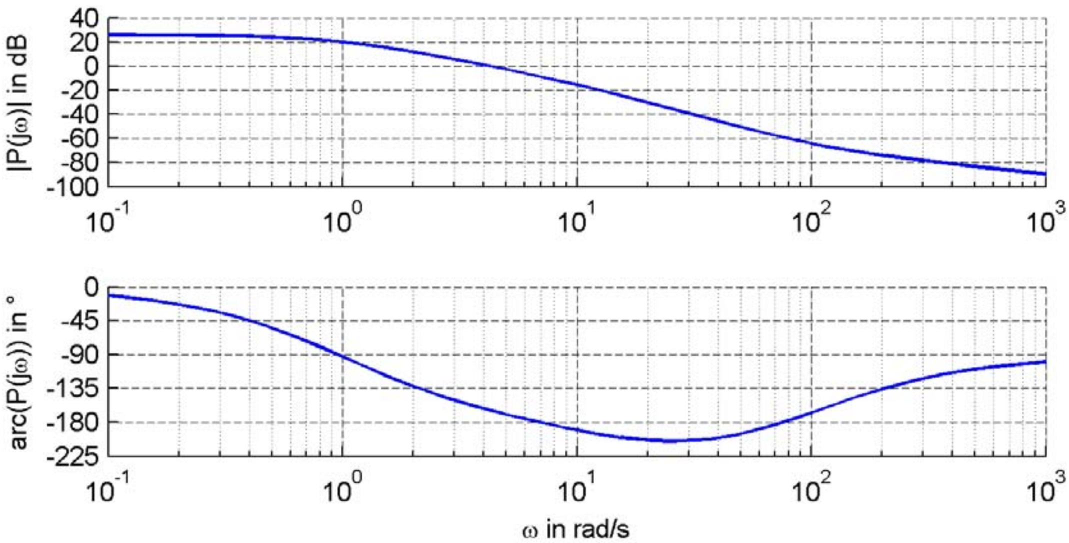
	1	2	3	4
erreichbare Punkte	7	7	3	4
erreichte Punkte				

Aufgabe 1:

Gegeben sei folgendes Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r, der Regelabweichung e und der Ausgangsgröße y:



Die zu regelnde Strecke mit der Übertragungsfunktion $P(s)$ sei „vom einfachen Typ“. Der Frequenzgang $P(j\omega)$ wurde gemessen und ist in Form von BODE-Diagrammen dargestellt:



a) Es wird zunächst ein Proportionalregler

$$R(s) = K$$

mit dem reellen Parameter K eingesetzt. Welche Werte darf K annehmen, damit die Übertragungsfunktion des offenen Kreises „vom einfachen Typ“ ist?

b) Bestimmen Sie den kleinstmöglichen Wert K, sodass für die Führungsgröße $r(t) = \sin(t)$ der Regelfehler $e(t)$ für hinreichend große Werte von t betragsmäßig durch $|e(t)| \leq \frac{1}{\sqrt{5}}$ beschränkt ist. Wie groß ist die bleibende Regelabweichung e_∞ bei $r(t) = \sigma(t)$?

c) Es wird nun der Regler

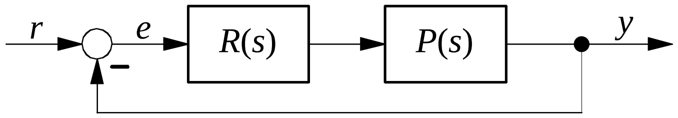
$$R(s) = K\left(1 + \frac{s}{\omega_Z}\right)\left(1 + \frac{s}{\omega_N}\right)^{-1} \qquad (\omega_Z, \omega_N > 0)$$

eingesetzt. Dimensionieren Sie *ohne Berücksichtigung der Betragsbeschränkung aus Punkt b* diesen Regler näherungsweise mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens so, dass die Anstiegszeit der Sprungantwort des Regelkreises $t_r = 0.75\,\mathrm{s}$ und das prozentuale Überschwingen $\ddot{u} = 6\%$ betragen.

m	2	3	4	5	6	8	10
$\Delta\varphi_{\max} = \arcsin\frac{m-1}{m+1}$	19°	30°	37°	42°	46°	51°	55°
$\lvert m \rvert_{dB}$	6	9.5	12	14	15.5	18	20

Aufgabe 2:

Gegeben sei folgendes Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r, der Regelabweichung e und der Ausgangsgröße y:



Die Übertragungsfunktion der Strecke ist gegeben:

$$P(s) = \frac{4}{s\,(s+2)^2}$$

a) Zeichnen Sie die Ortskurve $P(j\omega)$ der Strecke. Bestimmen Sie *alle* Schnittpunkte der Ortskurve mit der reellen Achse.

Als Regler wird nun ein Proportionalregler $R(s) = K$ mit dem reellen Parameter K eingesetzt.

b) Ermitteln Sie mit Hilfe des NYQUIST-Kriteriums *nachvollziehbar* (mit Fallunterscheidung und Bestimmung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

c) Als Führungsgröße wird nun $r(t) = 6\sin(2t)$ gewählt. Ermitteln Sie für hinreichend große Werte des Zeitparameters t die Regelabweichung $e(t)$ für die Fälle

i) $K = 10$ ii) $K = 1$

Hinweis: $\Delta arc\{1 + L(j\omega)\} = (n_a + 2n_r)\frac{\pi}{2}$

$L(s)$ *stellt hierbei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.*

Aufgabe 3:

Betrachten Sie folgendes mathematisches Modell mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & -1/4 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}u \qquad y = \begin{bmatrix} 1-\beta & \beta \end{bmatrix}\mathbf{x}\,.$$

Für dieses Modell soll ein asymptotischer Zustandsbeobachter (d.h. $\lim_{t\to\infty}\left[\mathbf{x}(t) - \hat{\mathbf{x}}(t)\right] = \mathbf{0}$) der Form

$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{h}u + \hat{\mathbf{b}}y$$

ermittelt werden.

a) Geben sie eine sinnvolle Wahl für den Vektor $\mathbf{h}$ an. *(Begründen Sie Ihre Wahl!)*

b) Für welche Werte des reellen Parameters β ist es *prinzipiell* möglich, einen asymptotischen Beobachter zu ermitteln?

c) Berechnen Sie, sofern möglich, den Vektor $\hat{\mathbf{b}}$ für die Fälle

i) $\beta = 1$ ii) $\beta = -1$

so, dass alle Eigenwerte der Matrix $\hat{\mathbf{A}}$ bei $s = -2$ liegen.

Aufgabe 4:

Gegeben sei das mathematische Modell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}u \qquad\qquad y = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix}\mathbf{x}$$

Für dieses Modell wird ein Zustandsregler der Form $u = -\mathbf{k}^T\mathbf{x} + Vr$ entworfen.

a) Bestimmen Sie $\mathbf{k}^T = \begin{bmatrix} k_1 & k_2 \end{bmatrix}$ so, dass die Eigenwerte des Regelkreises bei $\lambda_{1,2} = -3$ liegen.

b) Ermitteln Sie die Führungsübertragungsfunktion $T(s) = \left.\frac{y(s)}{r(s)}\right|_{\mathbf{x}_0=\mathbf{0}}$ in Abhängigkeit von V.

c) Ermitteln Sie V so, dass bei Vorgabe von $r(t) = \sigma(t)$ für die Ausgangsgröße $\lim_{t\to\infty} y(t) = 2$ gilt.

Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik**
am 08. 07. 2013

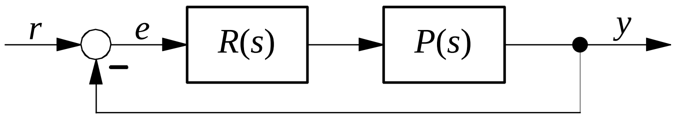
Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

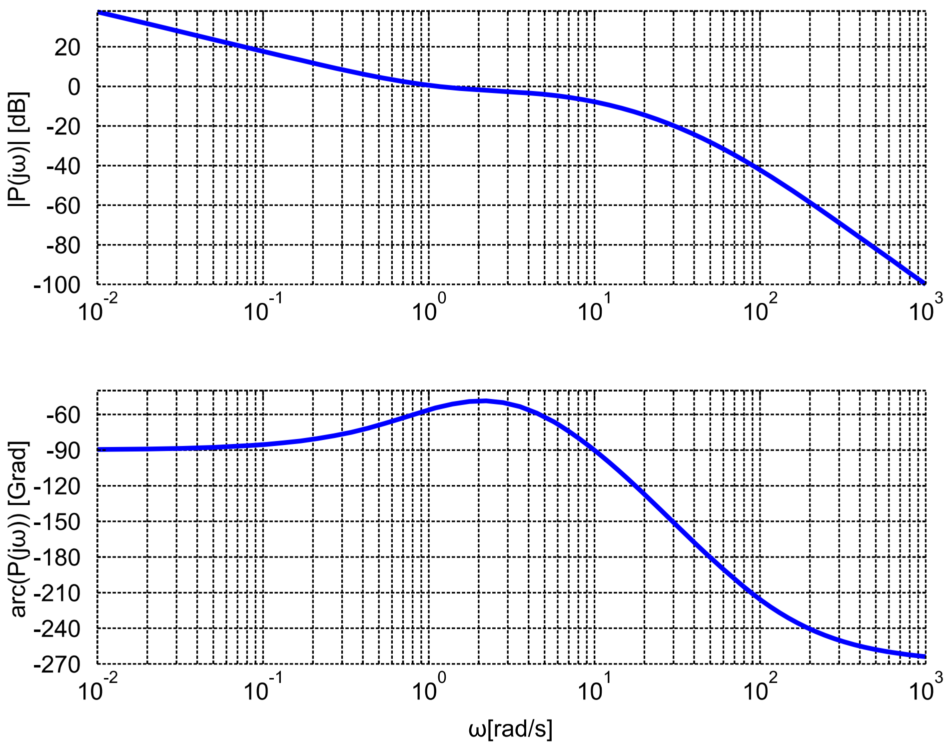
Bonuspunkte aus den MATLAB-Übungen: O ja O nein

	1	2	3	4	
erreichbare Punkte	6	7	4	4	
erreichte Punkte					

Aufgabe 1:
Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r, dem Regelfehler e und der Ausgangsgröße y:



Die zu regelnde Strecke mit der Übertragungsfunktion $P(s)$ sei „vom einfachen Typ“. Der Frequenzgang $P(j\omega)$ wurde gemessen und ist in Form von BODE-Diagrammen dargestellt:



a) Es wird zunächst ein Regler der Form $R(s) = K$ verwendet (K sei hierbei ein reeller Parameter). Dimensionieren Sie mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens den Regler so, dass die Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises ein prozentuales Überschwingen von $\ddot{u} = 40\%$ aufweist. Wie groß sind die zu erwartende Anstiegszeit t_r und die bleibende Regelabweichung e_∞?

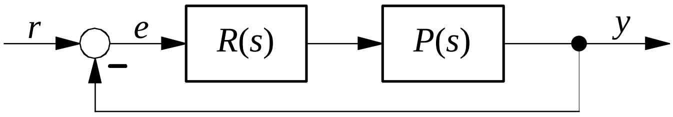
b) Die Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises soll nun eine Anstiegszeit von $t_r = 1/60$ und ein prozentuales Überschwingen von $\ddot{u} = 0\%$ aufweisen. Dafür wird folgende Reglerübertragungsfunktion verwendet:

$$R(s) = K\left(\frac{1+s/\omega_Z}{1+s/\omega_N}\right)^2 .$$

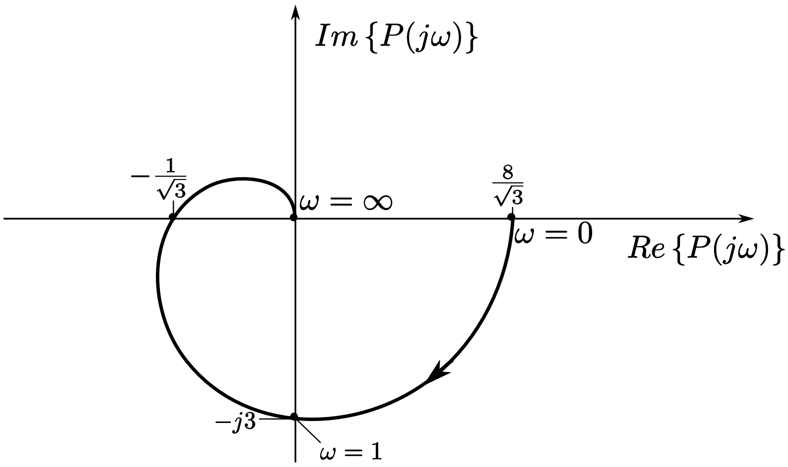
Bestimmen Sie die Knickfrequenzen ω_Z und ω_N sowie den Verstärkungsfaktor K.

m	2	3	4	5	6	8	10
$\Delta\varphi_{\max} = \arcsin\frac{m-1}{m+1}$	19°	30°	37°	42°	46°	50°	55°
$\lvert m\rvert_{dB}$	6	9.5	12	14	15.5	18	20

Aufgabe 2:
Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r, dem Regelfehler e und der Ausgangsgröße y:



Die Übertragungsfunktion der *BIBO-stabilen* Strecke $P(s)$ ist in Form einer Ortskurve gegeben:



a) Zunächst wird als Regler $R(s) = K$ (mit dem reellen Parameter K) gewählt. Bestimmen Sie mit Hilfe des NYQUIST-Kriteriums nachvollziehbar (mit Fallunterscheidung und Ermittlung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den der geschlossene Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

b) Nun wird ein integrierender Regler $R(s) = \frac{K}{s}$ (mit dem reellen Parameter K) gewählt. Zeichnen Sie die Ortskurve des offenen Kreises $L(j\omega)$ für $K = 1$ und ermitteln Sie die Schnittpunkte mit der reellen Achse.

c) Bestimmen Sie mit Hilfe des NYQUIST-Kriteriums nachvollziehbar (mit Fallunterscheidung und Ermittlung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K des integrierenden Reglers aus Aufgabe b), für den der geschlossene Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

d) Als Führungsgröße wird nun $r(t) = \sigma(t)$ gewählt. Bestimmen Sie den Regelfehler $e(t)$ für hinreichend große Werte t für folgende Reglerübertragungsfunktionen

$(i)\quad R(s) = 5, \qquad (ii)\quad R(s) = 1$

$(iii)\quad R(s) = \frac{1}{4s}, \qquad (iv)\quad R(s) = \frac{1}{s}$

Hinweis: $\Delta arc(1 + L(j\omega)) = (n_a + 2n_r)\frac{\pi}{2}$

$L(s)$ *stellt hierbei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.*

Aufgabe 3:
Gegeben sei das mathematische Modell einer Anlage mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & -3 \\ 1 & -4 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

Da der Zustandsvektor $\mathbf{x}$ *nicht* messbar ist, muss für spätere Diagnosezwecke für die Anlage ein Schätzwert $\hat{\mathbf{x}}$ bestimmt werden. Dafür soll ein Zustandsbeobachter der Form $\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \hat{\mathbf{b}}y$ eingesetzt werden.

a) Berechnen Sie die Größe $\hat{\mathbf{b}}$ so, dass die Eigenwerte der Matrix $\hat{\mathbf{A}}$ bei $\zeta_{1,2} = -3 \pm j$ liegen.
b) Die Zusammenschaltung von Strecke und Zustandsbeobachter ergibt ein Gesamtsystem der Form

$$\frac{d\mathbf{z}}{dt} = \bar{\mathbf{A}}\mathbf{z} + \bar{\mathbf{b}}r \qquad \text{mit dem Zustandsvektor} \qquad \mathbf{z} = \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \hat{\mathbf{x}} \end{bmatrix}.$$
$$y = \bar{\mathbf{c}}^T \mathbf{z}$$

Bestimmen Sie die Systemdaten $\bar{\mathbf{A}}$, $\bar{\mathbf{b}}$ und $\bar{\mathbf{c}}^T$.
c) Bestimmen Sie die Eigenwerte des obigen Gesamtsystems.

Aufgabe 4:
Gegeben sei das mathematische Modell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y:

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -2 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ b_2 \\ b_3 \\ -1 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} c_1 & 1 & 2 & c_4 \end{bmatrix} \mathbf{x}.$$

Hierbei sind b_2, b_3, c_1 und c_4 reelle Parameter.

a) Bestimmen Sie die Eigenwerte des Modells. Ist es *asymptotisch stabil*?
b) Bestimmen Sie die Wertebereiche von b_2 und b_3 für die das System *steuerbar* ist.
c) Bestimmen Sie die Wertebereiche von c_1 und c_4 für die das System *beobachtbar* ist.

Für die Parameter des Eingangsvektors $\mathbf{b}$ gelte nun $b_2 = b_3 = 1$.

d) Geben Sie einen Zustandsregler der Form $u = -h^T\mathbf{x}$ so an, dass die Eigenwerte des geregelten Systems bei $\lambda_1 = -1$, $\lambda_2 = -2$, $\lambda_3 = -3$ und $\lambda_4 = -4$ liegen.

Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik**
am 20. 09. 2013

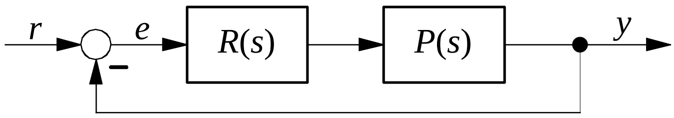
Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

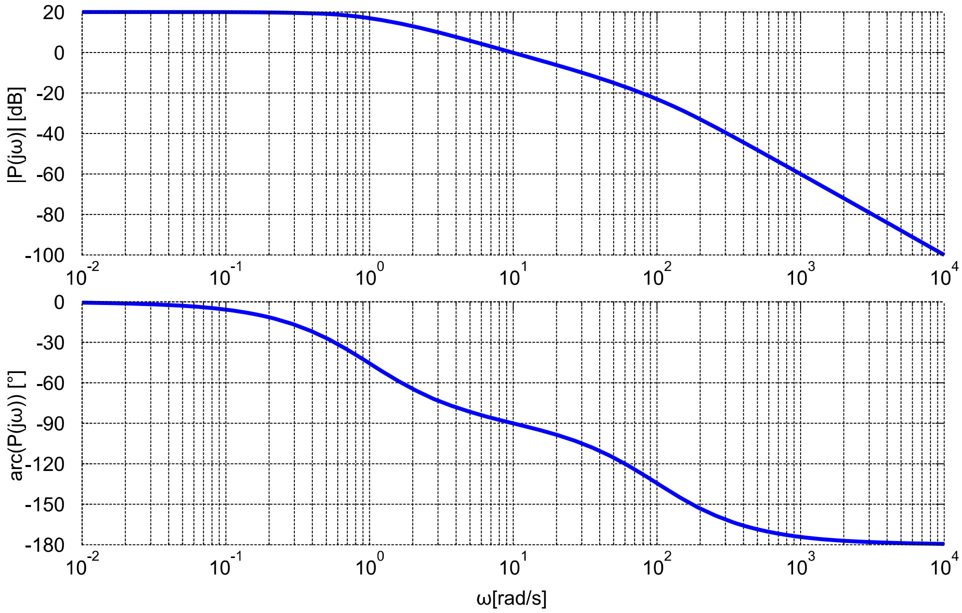
Bonuspunkte aus den MATLAB-Übungen: O ja O nein

	1	2	3	4
erreichbare Punkte	5	6	7	3
erreichte Punkte				

Aufgabe 1:
Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r, dem Regelfehler e und der Ausgangsgröße y:



Die zu regelnde Strecke $P(s)$ sei „vom einfachen Typ". Der Frequenzgang $P(j\omega)$ wurde gemessen und ist in Form von BODE-Diagrammen dargestellt:



a) Zunächst wird ein Regler der Form $R(s) = K/s$ verwendet (K sei hierbei ein reeller Parameter). Dimensionieren Sie mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens den Regler so, dass Die Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises $T(s)$ ein prozentuales Überschwingen von $\ddot{u} = 25\%$ aufweist. Wie groß sind die zu erwartende Anstiegszeit t_r (näherungsweise) und die bleibende Regelabweichung e_∞?

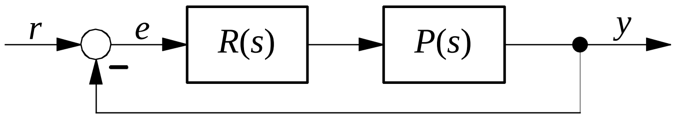
b) Die Sprungantwort des Regelkreises $T(s)$ soll nun (bei gleichbleibender Regelabweichung e_∞) eine Anstiegszeit von $t_r = 0.15s$ und ein prozentuales Überschwingen von $\ddot{u} = 15\%$ aufweisen. Dafür wird die Reglerstruktur aus Aufgabe b) um ein Lead-Glied erweitert:

$$R(s) = \frac{V_R}{s}\left(1+\frac{s}{\omega_Z}\right)\left(1+\frac{s}{\omega_N}\right)^{-1}.$$

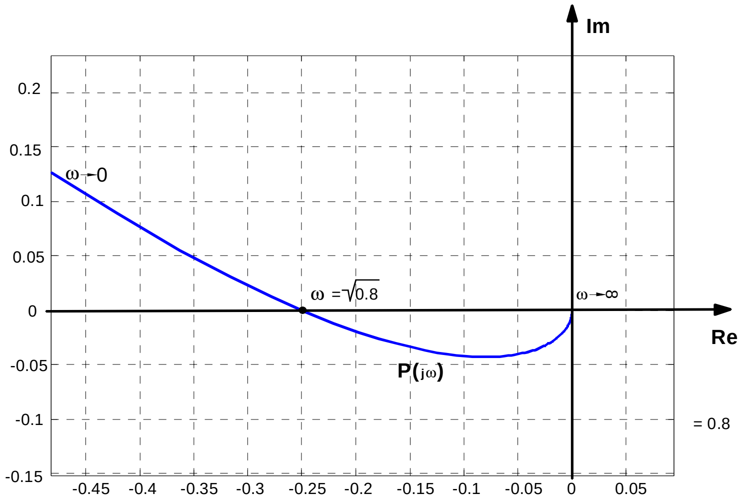
Bestimmen Sie die Knickfrequenzen ω_Z und ω_N sowie den Verstärkungsfaktor V_R.

m	2	3	4	5	6	8	10
$\Delta\varphi_{\max} = \arcsin\frac{m-1}{m+1}$	19°	30°	37°	42°	46°	51°	55°
$\lvert m\rvert_{dB}$	6	9.5	12	14	15.5	18	20

Aufgabe 2:
Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r, dem Regelfehler e und der Ausgangsgröße y:



Die Ortskurve des Frequenzganges $P(j\omega)$ der Strecke ist gegeben:



a) Zu welcher der folgenden Übertragungsfunktionen kann obige Ortskurve prinzipiell gehören? (*Geben Sie eine mathematische Begründung an, indem Sie alle Übertragungsfunktionen für sich betrachten!*)

(i) $P(s) = -\dfrac{(s+3)^2}{s^2(10s-1)}$ (ii) $P(s) = \dfrac{20(s+1)}{s}$

(iii) $P(s) = \dfrac{(s+1)^2}{s^2(10s+1)}$ (iv) $P(s) = \dfrac{4(s+1)}{s^2}$

Als Regler wird nun ein Proportionalregler $R(s) = K$ (mit dem reellen Parameter K) eingesetzt.

b) Ermitteln Sie mit Hilfe des NYQUIST-Kriteriums *nachvollziehbar* (mit Fallunterscheidung und Bestimmung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

c) Als Führungsgröße wird nun $r(t) = -4\sin(\sqrt{0.8}t)$ gewählt. Ermitteln Sie für hinreichend große Werte $t >> 1$ den Regelfehler $e(t)$ für die Fälle

(i) $K = 1$ (ii) $K = 8$.

Hinweis: $\Delta arc(1 + L(j\omega)) = (n_a + 2n_r)\dfrac{\pi}{2}$

$L(s)$ *stellt hierbei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.*

Aufgabe 3:
Gegeben sei folgendes mathematische Modell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}u$$
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}\mathbf{x}$$

a) Ermitteln Sie ein Regelgesetz der Form

$$u = -\begin{bmatrix} h_1 & h_2 \end{bmatrix}\mathbf{x} + Vr = -\mathbf{h}^T\mathbf{x} + 4r$$

so, dass die Eigenwerte des geregelten Systems bei $\lambda_{1,2} = -2 \pm j2$ liegen.

b) Als Eingangsgröße des geregelten Systems wird nun der Einheitssprung $r(t) = \sigma(t)$ gewählt. Bestimmen Sie die *eingeschwungene* Lösung des Ausganges $y_\infty = \lim_{t\to\infty} y(t)$.

Da der Zustandsvektor $\mathbf{x}$ *nicht messbar* ist, wird für die praktische Realisierung obiger Regelung ein Schätzwert $\hat{\mathbf{x}}$ herangezogen, d.h.: $u = -\mathbf{h}^T\hat{\mathbf{x}} + 4r$.
Dafür wird ein asymptotischer Zustandsbeobachter der Form

$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \hat{\mathbf{b}}y$$

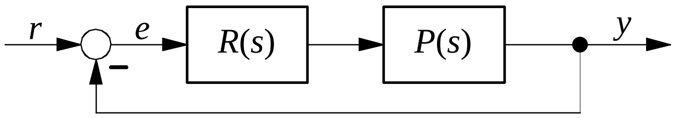
verwendet. Die Zusammenschaltung von Regelstrecke, Zustandsregler und Zustandsbeobachter ergibt ein Gesamtsystem der Form

$$\frac{d\mathbf{z}}{dt} = \bar{\mathbf{A}}\mathbf{z} + \bar{\mathbf{b}}r \qquad \text{mit} \qquad \mathbf{z} = \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \hat{\mathbf{x}} \end{bmatrix} \qquad \text{und} \qquad \bar{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} . & 2 & . & -1 \\ . & 1 & . & -2 \\ . & 1 & -4 & 0 \\ . & 7 & -12 & -8 \end{bmatrix},$$
$$y = \bar{\mathbf{c}}^T\mathbf{z}$$

wobei aufgrund eines Übertragungsfehlers einige Elemente der Dynamikmatrix $\bar{\mathbf{A}}$ nicht richtig übermittelt werden konnten.

c) Bestimmen Sie die fehlenden Elemente der Dynamikmatrix $\bar{\mathbf{A}}$ sowie die Systemgrößen $\bar{\mathbf{b}}$ und $\bar{\mathbf{c}}^T$ (*zahlenmäßig*).
d) Bestimmen Sie die Eigenwerte des Gesamtsystems.

Aufgabe 4:
Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r, dem Regelfehler e und der Ausgangsgröße y:



Die zu regelnde Strecke ist in Form der Übertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{s+1}{s-1}$$

gegeben. Von einem selbsternannten Regelungstechnik-Profi wurden für diese Strecke drei verschiedene Regler

i) $R_1(s) = \frac{s-1}{s+3}$ ii) $R_2(s) = \frac{s+3}{(s+1)(s+2)}$ iii) $R_3(s) = \frac{1}{s}$

in Form von Übertragungsfunktionen bestimmt, welche seiner Aussage nach jeweils die Strecke „stabilisieren“ sollen. Können Sie dem „Profi“ vertrauen? Geben Sie für jeden Regler eine mathematische Begründung an, ob dieser im obigen Standardregelkreis prinzipiell verwendet werden kann!