Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik** am 21.10. 2011

Name / Vorname(n):

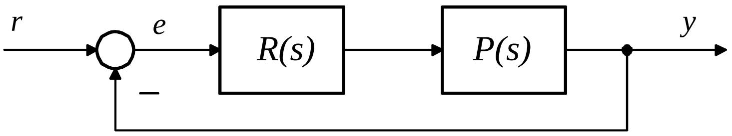
Kennzahl / Matrikel-Nummer:

Bonuspunkte aus den MATLAB-Übungen: O ja O nein

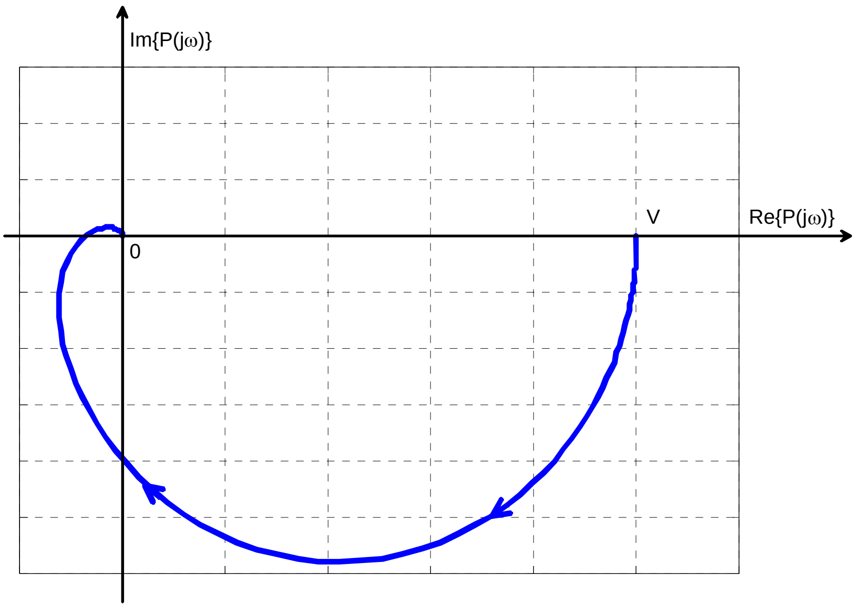
	1	2	3	4
erreichbare Punkte	6	6	5	4
erreichte Punkte				

Aufgabe 1:

Betrachten Sie einen Standardregelkreis mit der Führungsgröße *r* und der Ausgangsgröße *y:*



Der Frequenzgang $P(j\omega)$ der Strecke liegt für $0 \le \omega < \infty$ graphisch vor:



a) Das alljährliche Chaos zu Semesterbeginn hat dazu geführt, dass sowohl die Skalierung der Achsen als auch die Werte der reellen und *positiven* Parameter V und α verloren gegangen sind. Zu welcher der folgenden Übertragungsfunktionen $P(s)$ kann obige Ortskurve gehören? Begründen Sie Ihre Antwort!

i) $P(s) = \dfrac{V}{(s+2)(s^2+2\alpha s+1)}$ iii) $P(s) = \dfrac{V(2s+1)}{s^2+2\alpha s+1}$

ii) $P(s) = \dfrac{V}{(2s+1)(s^2+2\alpha s+1)}$ iv) $P(s) = \dfrac{V(s-2)}{s^2+2\alpha s+1}$

b) Ermitteln Sie die ω-Werte für die Schnittpunkte von $P(j\omega)$ mit der reellen Achse in Abhängigkeit des Parameters α.

c) Als Regler wird ein Proportionalregler $R(s) = K$ eingesetzt (K ist dabei ein reeller und *positiver* Parameter). Bestimmen Sie mit Hilfe des NYQUIST-Kriteriums *nachvollziehbar* den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K (in Abhängigkeit von den Parametern V und α), für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

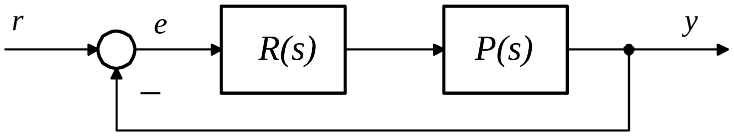
d) Ermitteln Sie für $r(t) = \sigma(t)$ die bleibende Regelabweichung $e_\infty = \lim_{t\to\infty} e(t)$.

Hinweis: $\Delta arc(1+L(j\omega)) = (n_a + 2n_r)\dfrac{\pi}{2}$

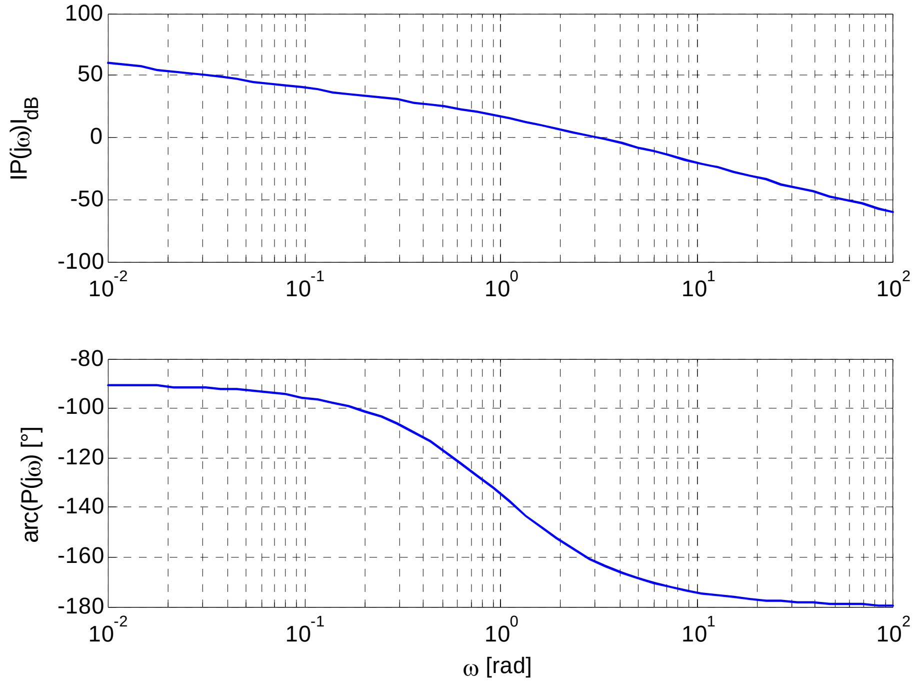
$L(s)$ stellt hierbei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.

Aufgabe 2:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Die Regelstrecke mit der Übertragungsfunktion $P(s)$ sei „vom einfachen Typ“, ihr Frequenzgang $P(j\omega)$ liegt in Form von BODE-Diagrammen graphisch vor:



1) Es wird zunächst ein Proportionalregler $R(s)=1$ eingesetzt.

a) Ermitteln Sie *näherungsweise* die bleibende Regelabweichung e_∞ bei einer rampenförmigen Eingangsgröße $r(t)=t\sigma(t)$.

b) Ermitteln Sie *näherungsweise* das prozentuale Überschwingen und die Anstiegszeit der Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises.

2) Entwerfen Sie einen Regler, der bei gleich bleibender Anstiegszeit zu einem prozentualen Überschwingen von ü=13% führt. Weiters soll die bleibende Regelabweichung für rampenförmige Eingangsgrößen $e_\infty = 0.1$ betragen. Dimensionieren Sie in nachvollziehbarer Weise näherungsweise einen geeigneten Regler.

m	2	3	4	5	6	8	10
$\Delta\varphi_{\max} = \arcsin\dfrac{m-1}{m+1}$	19°	30°	37°	42°	46°	51°	55°
$\lvert m \rvert_{dB}$	6	9.5	12	14	15.5	18	20

Aufgabe 3:

Gegeben sei das mathematische Modell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u, der Ausgangsgröße y und dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}u \qquad y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}\mathbf{x}$$

Zur Regelung wird ein Zustandsregler der Form $u = -\mathbf{h}^T\,\mathbf{x} + Vr$ eingesetzt.

a) Untersuchen Sie die Steuerbarkeit des Systems.

b) Ermitteln Sie notwendige und hinreichende Bedingungen für die Elemente des Vektors $\mathbf{h} = \begin{bmatrix} h_1 & h_2 \end{bmatrix}^T$, damit der Regelkreis asymptotisch stabil ist. Zeichnen Sie den gefundenen „Stabilitätsbereich“ in der h_1-h_2 - Ebene ein.

c) Wie sind die Reglerparameter zu wählen, damit die Führungsübertragungsfunktion $T(s)$ durch

$$T(s) = \left.\frac{V}{s+\alpha}\right|_{\mathbf{x}_0=\mathbf{0}} \qquad \text{mit} \quad \alpha > 0$$

gegeben ist.

Aufgabe 4:

Gegeben sei das mathematische Modell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u, der Ausgangsgröße y und dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} \alpha & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} -1 \\ \beta \end{bmatrix}u \qquad y = \begin{bmatrix} \gamma & 1 \end{bmatrix}\mathbf{x}$$

Die Parameter α, β und γ sind reellwertige Konstanten.

a) Ermitteln Sie notwendige und hinreichende Bedingungen für α, β und γ, damit das System beobachtbar ist.

b) Für die Parameter α, β und γ gilt nun: $\alpha = -2$, $\beta = 1$, $\gamma = 0$

Entwerfen Sie einen asymptotischen Zustandsbeobachter der Form $\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \hat{\mathbf{b}}y$ so, dass gilt:

$$\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \tilde{x}_{1,0}\,e^{-\zeta t} \\ \tilde{x}_{2,0}\,e^{-t} \end{bmatrix} \quad \text{wobei} \quad \tilde{\mathbf{x}}(t=0) = \begin{bmatrix} \tilde{x}_{1,0} \\ \tilde{x}_{2,0} \end{bmatrix}.$$

Wie lautet der reelle Parameter ζ ?

Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik** am 26.01.2012

Name / Vorname(n):

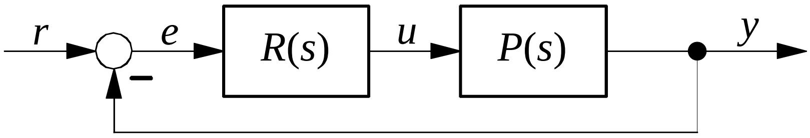
Kennzahl / Matrikel-Nummer:

Bonuspunkte aus den MATLAB-Übungen: O ja O nein

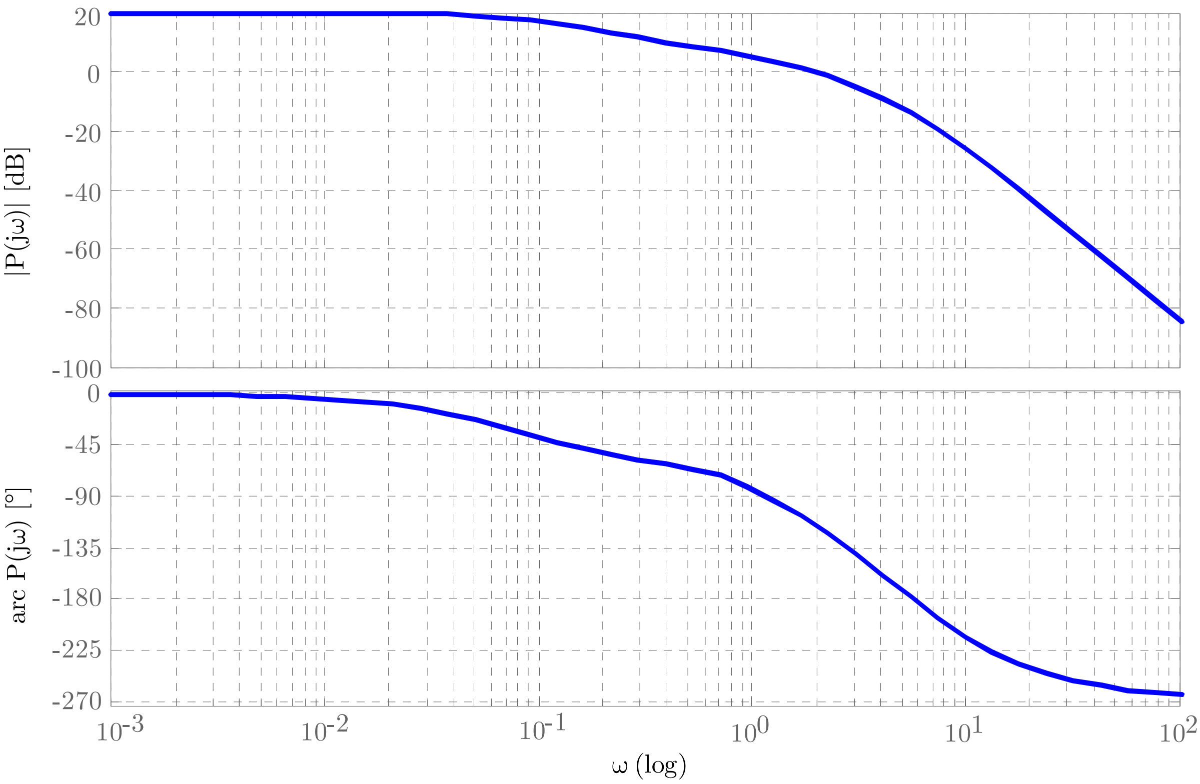
	1	2	3	4
erreichbare Punkte	5	6	4	6
erreichte Punkte				

Aufgabe 1:

Gegeben sei ein Standardregelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Weiters seien die BODE-Diagramme der Strecke $P(s) = \dfrac{10(2,5s+1)}{(10s+1)(s+1)(0,2s+1)^2}$ gegeben:



a) Besitzt der geschlossene Regelkreis für $R(s)=1$ die BIBO-Eigenschaft? (Begründen Sie ihre Antwort!)

b) Wählen Sie einen P-Regler $R(s)=K$ so, dass die Ausgangsgröße $y(t)$ für die Führungsgröße $r(t)=\sigma(t)$ den Endwert

$$\lim_{t\to\infty} y(t) = 0,9$$

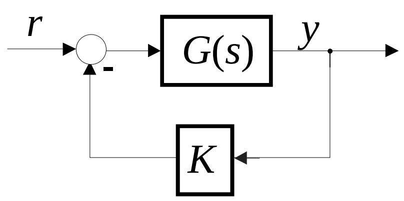
annimmt.

c) Bestimmen Sie die Durchtrittsfrequenz ω_C für $R(s)=K=10$. Ermitteln Sie die zu erwartende Anstiegszeit der Sprungantwort des geschlossenen Kreises.

d) Der P-Regler wird nun durch einen I-Regler $R(s)=\dfrac{K_I}{s}$ ersetzt. Hierbei ist K_I ein positiver, reeller Parameter. Geben Sie näherungsweise den größtmöglichen Wertebereich für K_I an, für welchen ein Überschwingen $\ddot{u} < 20\%$ zu erwarten ist.

Aufgabe 2:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Hierbei ist K ein *beliebiger* reeller Parameter, für die Führungsübertragungsfunktion $T(s) = \left.\frac{Y(s)}{R(s)}\right|_{AW=0}$ gilt:

$$T(s) = \frac{2}{s(s+1)^2 + 2K}$$

a) Skizzieren Sie für $\omega \geq 0$ in der komplexen Ebene die Ortskurve der Strecke $G(j\omega)$. Geben Sie die Werte der Schnittpunkte der Ortskurve $G(j\omega)$ mit der reellen Achse an.

b) Ermitteln Sie mit Hilfe des NYQUIST-Kriteriums den größtmöglichen Wertebereich des Parameters *K*, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

c) Als Führungsgröße wird nun die Sprungfunktion gewählt, d.h. $r(t) = \sigma(t)$. Ermitteln Sie den Wert $y_\infty = \lim_{t \to \infty} y(t)$ in Abhängigkeit des Parameters *K*. Skizzieren Sie den Verlauf der Funktion $y_\infty = f(K)$ in einem Diagramm.

Hinweis: $\Delta \text{arc}\{1 + L(j\omega)\} = (n_a + 2n_r)\pi / 2$
$L(s)$ stellt hierbei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.

Aufgabe 3:

Betrachten Sie folgendes mathematische Modell

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u \qquad y = \begin{bmatrix} 0 & \beta \end{bmatrix} \mathbf{x}.$$

Für obiges Modell soll ein asymptotischer Zustandsbeobachter der Form $\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \hat{\mathbf{b}}y$ ermittelt werden.

a) Für welche Werte des reellen Parameters β können die Eigenwerte der Matrix $\hat{\mathbf{A}}$ *nicht* beliebig vorgegeben werden?

b) Berechnen Sie für $\beta = 1$ den Vektor $\hat{\mathbf{b}}$ so, dass alle Eigenwerte der Matrix $\hat{\mathbf{A}}$ bei -2 liegen.

Aufgabe 4:

Gegeben sei folgendes mathematisches Modell

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u \, .$$

Durch eine reguläre Zustandstransformation $\mathbf{z} = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix} = \mathbf{T}\mathbf{x} = \mathbf{T} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$ soll obiges Modell in die Steuerbarkeitsnormalform überführt werden.

a) Bestimmen Sie die Transformationsmatrix $\mathbf{T}$.
Hinweis: Es gilt $z_2 = x_2 + x_3$

Betrachten Sie nun das System in der Steuerbarkeitsnormalform

$$\frac{d\mathbf{z}}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 \end{bmatrix} \mathbf{z} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \, .$$

b) Bestimmen Sie einen Zustandsregler $u = -\mathbf{k}^T \mathbf{z}$ so, dass die Eigenwerte der Systemmatrix des geregelten Systems der Gleichung $(s+1)(s^2 + 2\alpha s + 1) = 0$ genügen. Hierbei sei α ein reeller Parameter.

c) Bestimmen Sie den Wertebereich des unter b) eingeführten Parameters α, wenn für das geregelte System gelten soll:

$$\lim_{t \to \infty} \mathbf{x}(t) = 0$$

Begründen Sie Ihre Antwort.

Hinweis: Für die Beantwortung der Punkte b) und c) wird die Lösung aus a) nicht benötigt.

Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik** am 21.03.2012

Name / Vorname(n):

Kennzahl / Matrikel-Nummer:

Bonuspunkte aus den MATLAB-Übungen: O ja O nein

	1	2	3
erreichbare Punkte	7	8	6
erreichte Punkte			

Aufgabe 1:

Gegeben sei folgendes mathematisches Modell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -7 & -8 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \end{bmatrix} u =: \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u$$
$$y = \begin{bmatrix} 11 & 6 \end{bmatrix}\mathbf{x} =: \mathbf{c}^{\mathrm{T}}\mathbf{x}$$

Zur Regelung dieser Strecke wird die Vorschrift $u = -\begin{bmatrix} h_1 & h_2 \end{bmatrix}\mathbf{x} + Vr = -\mathbf{h}^T\mathbf{x} + Vr$ herangezogen. Für die gewünschte Führungsübertragungsfunktion $T(s)$ des Regelkreises stehen 3 Möglichkeiten zur Auswahl:

(i) $T(s) = \dfrac{s+6}{(s+2)^3}$

(ii) $T(s) = \dfrac{6}{s^2+5s+6}$

(iii) $T(s) = \dfrac{s+6}{s^2+5s+6}$

a) Wählen Sie die einzig mögliche Führungsübertragungsfunktion (B*egründen Sie Ihre Wahl!*) und bestimmen Sie die Größen $\mathbf{h}^T$ und V.

Da der Zustandsvektor $\mathbf{x}$ *nicht* messbar ist, wird ein **einfacher** Beobachter der Form

$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u$$

eingesetzt.

b) Geben Sie die Differentialgleichung für den Schätzfehler $\mathbf{e} := \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$ an. Klingt der Schätzfehler für jeden beliebigen Anfangswert $\mathbf{e}(0)$ für $t \to \infty$ ab? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

c) Für die praktische Realisierung obiger Regelung wird nun der Schätzwert $\hat{\mathbf{x}}$ verwendet, also $u = -\mathbf{h}^T\hat{\mathbf{x}} + Vr$. Diese Zusammenschaltung von Regelstrecke, Zustandsregler und Zustandsbeobachter ergibt ein Gesamtsystem der Form

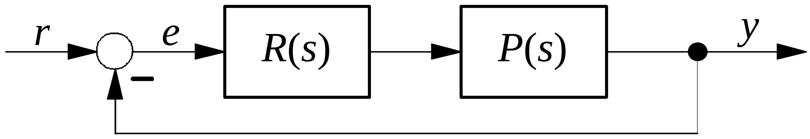
$$\frac{d\mathbf{z}}{dt} = \bar{\mathbf{A}}\mathbf{z} + \bar{\mathbf{b}}r \qquad \text{mit dem Zustandsvektor} \qquad \mathbf{z} = \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \hat{\mathbf{x}} \end{bmatrix}.$$
$$y = \bar{\mathbf{c}}^T\mathbf{z}$$

Bestimmen Sie *zahlenmäßig* die Systemgrößen $\bar{\mathbf{A}}$, $\bar{\mathbf{b}}$ und $\bar{\mathbf{c}}^T$.

d) Bestimmen Sie die Eigenwerte der Matrix $\bar{\mathbf{A}}$.

Aufgabe 2:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Die Regelstrecke besitze die Übertragungsfunktion $P(s) = \frac{1}{(s+1)^2}$.

Aus Einsparungsgründen stehen nur die zwei nachfolgenden Regler

$\alpha)\quad R(s) = K \qquad\qquad \beta)\quad R(s) = \frac{K}{s}$

zur Verfügung (K ist hierbei ein *positiver* reeller Parameter).

a) Bestimmen Sie für beide Regler mit Hilfe des NYQUIST-Kriteriums den größtmöglichen Wertebereich von K so, dass der geschlossene Kreis die BIBO-Eigenschaft aufweist.

b) Wählen Sie einen Regler (*begründen Sie Ihre Wahl*) und dimensionieren Sie diesen mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens so, dass die Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises (näherungsweise) ein prozentuales Überschwingen von 15 % aufweist und für die bleibende Regelabweichung $e_\infty = \lim_{t\to\infty} e(t) = 0$ gilt.

Ein überraschenderweise erhaltenes EU-Rettungspaket macht die Finanzierung eines Reglers mit der Struktur

$$R(s) = K \cdot \frac{1 + s/\omega_Z}{1 + s/\omega_N} \qquad \text{mit} \qquad \omega_N = m\omega_Z$$

möglich.

c) Dimensionieren Sie mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens die Parameter ω_Z, ω_N **und** K so, dass gegenüber Punkt b) bei gleichem Überschwingen die Anstiegszeit t_r auf ein Zehntel reduziert wird.

Hinweis: $\Delta\text{arc}\{1 + L(j\omega)\} = (n_a + 2n_r)\pi/2$

$L(s)$ stellt hierbei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.

m:	2	3	4	5	6
$\Delta\varphi_{\max} = \arcsin\left(\frac{m-1}{m+1}\right)$:	19°	30°	37°	42°	46°
$\lvert m\rvert_{dB}$:	6	9.5	12	14	15.5

Aufgabe 3:

Gegeben sei das mathematische Modell eines Systems mit der Eingangsgröße u, der Ausgangsgröße y und dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha \end{bmatrix}u$$
$$y = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \end{bmatrix}\mathbf{x}$$

a) Ermitteln Sie den größtmöglichen Wertebereich der reellen Parameter α und β so, dass das System weder steuerbar noch beobachtbar ist.

b) Geben Sie eine notwendige und hinreichende Bedingung an, damit obiges Modell in die Steuerbarkeitsnormalform transformiert werden kann.

Vorausgesetzt diese Transformation ist möglich:
Bestimmen Sie für $\alpha = 1$ die reguläre Zustandstransformation $\mathbf{z} = \mathbf{Tx}$, sodass obiges Modell in die Steuerbarkeitsnormalform überführt werden kann.

c) Der Zustandsvektor $\mathbf{x}$ wird nun in einem Zustandsregler der Form $u = \begin{bmatrix} -4 & -5 \end{bmatrix}\mathbf{x} + r$ mit r als Führungsgröße zur Regelung des obigen Systems verwendet. Berechnen Sie für $\alpha = 1$ und $\beta = 0$ die Pole der Übertragungsfunktion $T(s) = \left.\frac{y(s)}{r(s)}\right|_{\text{AW} = 0}$ des Regelkreises.

Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik** am 06. 07. 2012

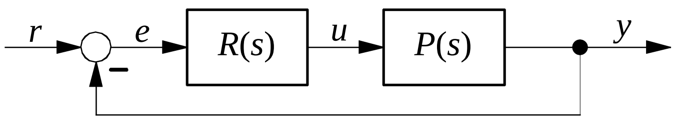
Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

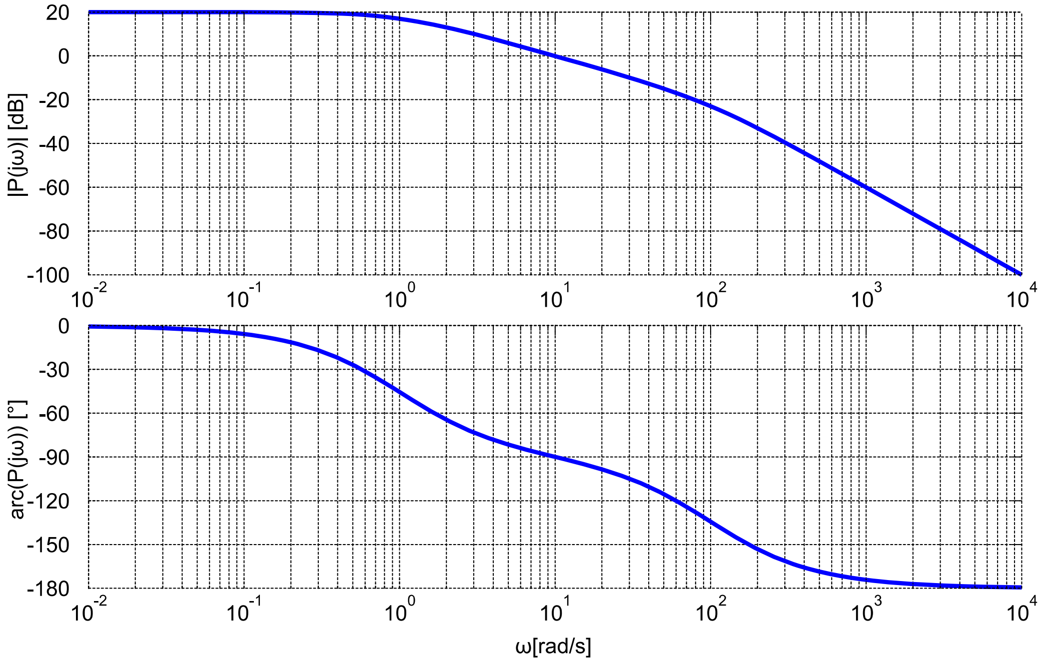
Bonuspunkte aus den MATLAB-Übungen: O ja O nein

	1	2	3
erreichbare Punkte	7	7	7
erreichte Punkte			

Aufgabe 1:
Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r, dem Regelfehler e, der Stellgröße u und der Ausgangsgröße y:



Die zu regelnde Strecke $P(s)$ sei „vom einfachen Typ". Der Frequenzgang $P(j\omega)$ wurde gemessen und ist in Form von BODE-Diagrammen dargestellt:



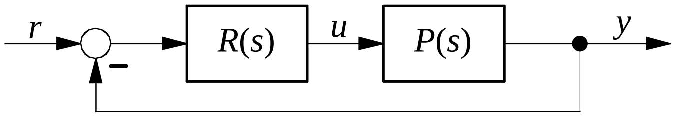
a) Es wird zunächst ein Regler der Form $R(s)=1$ verwendet. Bestimmen Sie für die Führungsgröße $r(t)=3\cos(10t+\pi/4)$ den Regelfehler $e(t)$ im *eingeschwungenen Zustand*.

b) Als nächstes wird ein Regler der Form $R(s)=K/s$ verwendet (K sei hierbei ein reeller Parameter). Dimensionieren Sie mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens den Regler so, dass Die Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises $T(s)$ ein prozentuales Überschwingen von $\ddot{u}=25\%$ aufweist. Wie groß sind die zu erwartende Anstiegszeit t_r (näherungsweise) und die bleibende Regelabweichung e_∞?

c) Die Sprungantwort des Regelkreises $T(s)$ soll nun (bei gleichbleibender Regelabweichung e_∞) eine Anstiegszeit von $t_r=0.15s$ und ein prozentuales Überschwingen von $\ddot{u}=28\%$ aufweisen. Dafür wird die Reglerstruktur aus Aufgabe b) um ein Lead-Glied erweitert:
$$R(s)=\frac{V_R}{s}\left(1+\frac{s}{\omega_Z}\right)\left(1+\frac{s}{\omega_N}\right)^{-1}.$$
Bestimmen Sie die Knickfrequenzen ω_Z und ω_N sowie den Verstärkungsfaktor V_R.

m	2	3	4	5	6	8	10
$\Delta\varphi_{\max} = \arcsin\frac{m-1}{m+1}$	19°	30°	37°	42°	46°	51°	55°
$\lvert m\rvert_{dB}$	6	9.5	12	14	15.5	18	20

Aufgabe 2:
Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r, der Stellgröße u und der Ausgangsgröße y:



Die Übertragungsfunktion der Regelstrecke besitzt folgende Struktur:

$$P(s) = \frac{V(s-1)}{s^2 + 2\alpha s + 1}$$

Hierbei sind V und α reelle Parameter. Zur Bestimmung dieser Parameter wurden mit der Strecke 2 Experimente durchgeführt:

1) *Sprungantwort:* Die Antwort der Strecke $P(s)$ auf die Eingangsfunktion $u(t) = \sigma(t)$ ergab nach genügend langer Zeit ($t \to \infty$) für die Ausgangsgröße den Wert $y_\infty = 2$.

2) *Frequenzgang:* Die Antwort der Strecke $P(s)$ auf die Eingangsfunktion $u(t) = \sin\left(\sqrt{3}t\right)$ ergab nach Abklingen der Einschwingvorgänge die Ausgangsgröße $y(t) = -\sin\left(\sqrt{3}t\right)$.

a) Zeigen Sie, dass für die beiden unbekannten Parameter der Strecke $V = -2$ und $\alpha = 1$ gilt.

Möglicher Einstieg in das Bsp - Aufgabe a) ist nicht zwingend erforderlich zum Weiterrechnen!
Als Regler wird ein Proportionalregler $R(s) = K$ eingesetzt. Für die beiden unbekannten Parameter der Strecke gilt $V = -2$ und $\alpha = 1$.

b) Zeichnen Sie die Ortskurve des Frequenzganges $P(j\omega)$ der Strecke für $0 \le \omega \le \infty$.

c) Geben Sie alle Schnittpunkte der Ortskurve mit der reellen Achse an.

d) Ermitteln Sie mit Hilfe des NYQUIST-Kriteriums *nachvollziehbar* (mit Fallunterscheidung und Bestimmung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

Hinweis: $\Delta arc\left[1 + L(j\omega)\right] = (n_a + 2n_r)\frac{\pi}{2}$

$L(s)$ stellt hierbei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.

Aufgabe 3:
Gegeben sei folgendes mathematische Modell einer Strecke mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}u$$
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}\mathbf{x}$$

a) Ermitteln Sie ein Regelgesetz der Form $u = -\begin{bmatrix} h_1 & h_2 \end{bmatrix}\mathbf{x} + Vr = -\mathbf{h}^T\mathbf{x} + Vr$ so, dass die zugehörige Führungsübertragungsfunktion

$$T(s) = \left.\frac{y(s)}{r(s)}\right|_{\mathbf{x}_0=\mathbf{0}} = \frac{4}{s+1}$$

lautet.

b) Ist der *Regelkreis* beobachtbar? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

Da der Zustandsvektor $\mathbf{x}$ *nicht* messtechnisch erfassbar ist, wird für die praktische Realisierung obiger Regelung ein Schätzwert $\hat{\mathbf{x}}$ herangezogen, d.h.: $u = -\mathbf{h}^T\hat{\mathbf{x}} + Vr$.
Dafür soll ein asymptotischer Zustandsbeobachter der Form

$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \hat{\mathbf{b}}y$$

verwendet werden.

c) Ist dies *prinzipiell* möglich? Begründen Sie Ihre Antwort! Für den Vektor $\hat{\mathbf{b}}$ stehen zwei mögliche Varianten zur Auswahl:

(i) $\hat{\mathbf{b}} = [2 \quad 2]^T$ (ii) $\hat{\mathbf{b}} = [5 \quad 3]^T$

Wählen Sie einen Vektor $\hat{\mathbf{b}}$ und begründen Sie Ihre Wahl.