Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik** am 29.10.2010

Name / Vorname(n):

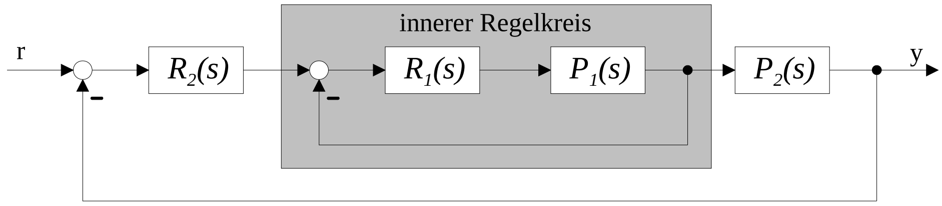
Matrikel-Nummer:

Bonuspunkte aus den MATLAB-Übungen: O ja O nein

	1	2	3	4	
erreichbare Punkte	6	6	5	4	
erreichte Punkte					

Aufgabe 1:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Die Regelstrecke wird durch die beiden Übertragungsfunktionen $P_1(s) = \frac{0.1}{s}$ und $P_2(s) = \frac{10}{s+1}$ beschrieben.

a) Betrachten Sie zunächst nur den inneren Regelkreis! Dimensionieren Sie mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens einen *Proportionalregler* $R_1(s)$ so, dass die Sprungantwort des inneren Regelkreises eine Anstiegszeit von $t_{r,1} = 0.15\,s$ besitzt. Wie groß ist das zu erwartende prozentuale Überschwingen *ü*?

b) Dimensionieren Sie nachvollziehbar einen *Integralregler* $R_2(s)$ für den gesamten Regelkreis laut obiger Abbildung, damit für die Anstiegszeit der Sprungantwort des gesamten Regelkreises $t_{r,2} = 1.5\,s$ gilt.

c) Ermitteln Sie für $r(t) = \left[2+3t\right]\sigma(t)$ die bleibende Regelabweichung $e_\infty = \lim\limits_{t\to\infty} e(t)$.

Aufgabe 2:

Gegeben sei das mathematische Modell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y (α, β reell):

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} \alpha & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}u \qquad y = \begin{bmatrix} -1 & \beta \end{bmatrix}\mathbf{x}$$

a) Geben Sie Bedingungen für die Parameter α und β an, damit das System steuerbar bzw. beobachtbar ist.

Für die weiteren Berechnungen wird $\alpha = 1$ und $\beta = -1$ gewählt.

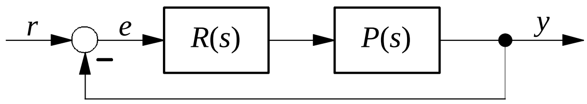
b) Entwerfen Sie einen Zustandsbeobachter der Form $\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \hat{\mathbf{b}}y$ so, dass ausgehend vom Anfangszustand $\tilde{\mathbf{x}}(t=0) = \begin{bmatrix} \tilde{x}_{1,0} \\ \tilde{x}_{2,0} \end{bmatrix}$ für den Fehler $\tilde{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{x}(t) - \hat{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} \tilde{x}_{1,0}e^{-k_1 t} \\ \tilde{x}_{2,0}e^{-k_2 t} \end{bmatrix}$ gilt.

Ermitteln Sie den Parametervektor $\hat{\mathbf{b}}$? Ermitteln Sie die reellen Parameter k_1 und k_2? Ist der Beobachter durch obige Forderung sinnvoll entworfen? Begründen Sie Ihre Antwort!

c) Wo liegen die Eigenwerte der Zusammenschaltung aus Strecke und Beobachter? Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion der Zusammenschaltung.

Aufgabe 3:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Die Übertragungsfunktion der Strecke lautet: $P(s) = \dfrac{-3}{s\,(s+1)^2}$

Die Übertragungsfunktion des Reglers lautet: $R(s) = K$ (K reell)

a) Zeichnen Sie die Ortskurve $P(j\omega)$ der Strecke. Bestimmen Sie *alle* Schnittpunkte der Ortskurve mit der reellen Achse.

b) Bestimmen Sie mit Hilfe des NYQUIST-Kriteriums den größtmöglichen Wertebereich des Parameters *K*, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt. Ermitteln Sie dazu *nachvollziehbar für alle möglichen Fälle* die stetige Winkeländerung und den Bereich des Parameters *K*!

c) Als Führungsgröße wird nun $r(t) = 2\sin\left(t + \dfrac{\pi}{2}\right)$ verwendet. Berechnen Sie den Regelfehler $e(t)$ im *eingeschwungenen* Zustand für folgende Werte des Reglerparameters *K*:

(i) $K = \dfrac{1}{3}$ (ii) $K = -\dfrac{1}{3}$

Hinweis: $\Delta\mathrm{arc}\{1 + L(j\omega)\} = (n_a + 2n_r)\pi/2$

$L(s)$ stellt hierbei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.

Aufgabe 4:

Gegeben sei das mathematische Modell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}u \qquad \text{mit} \qquad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

Zur Regelung wird ein Zustandsregler der Form $u = -\mathbf{h}^T\mathbf{x} + Vr$ eingesetzt.

a) Geben Sie allgemeine Bedingungen für die Elemente des Vektors $\mathbf{h} = \begin{bmatrix} h_1 & h_2 \end{bmatrix}^T$ so an, dass der Regelkreis asymptotisch stabil ist. Zeichnen Sie den ermittelten „Stabilitätsbereich“ in der $h_1 - h_2$-Ebene ein.

b) Ermitteln Sie $\mathbf{h}^T$ und V so, dass die Eigenwerte des geregelten Systems bei $s_1 = s_2 = -1$ liegen und bei Verwendung der Eingangsgröße $u(t) = \sigma(t)$ gilt: $x_{1,\infty} = \lim\limits_{t\to\infty} x_1(t) = 1$.

Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik** am 27.01.2011

Name / Vorname(n):

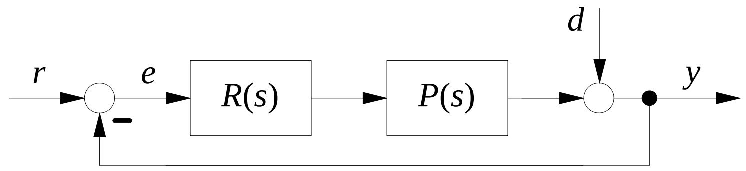
Matrikel-Nummer:

Bonuspunkte aus den MATLAB-Übungen: O ja O nein

	1	2	3
erreichbare Punkte	7	9	5
erreichte Punkte			

Aufgabe 1:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r, der Ausgangsgröße y und der Störgröße d:



Die Übertragungsfunktion der Strecke lautet: $$P(s) = \frac{\left(s - \frac{1}{2}\right)}{\left(s + \frac{1}{2}\right)}$$

Die Übertragungsfunktion des Reglers lautet: $$R(s) = \frac{K}{s}$$ (K ist ein reeller Parameter)

a) Bestimmen Sie mit Hilfe des NYQUIST-Kriteriums den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt. Ermitteln Sie dazu *nachvollziehbar für alle möglichen Fälle* die stetige Winkeländerung und den Bereich des Parameters K!

b) Auf den Regelkreis wirkt nun die Störgröße $d(t) = 3 + 2\sin\left(\frac{1}{2}t + \frac{\pi}{2}\right)$. Berechnen Sie die durch die Störgröße hervorgerufene Ausgangsgröße $y(t)$ im *eingeschwungenen* Zustand für folgende Werte des Reglerparameters K:

(i) $K = \frac{1}{3}$ (ii) $K = -\frac{1}{3}$

Hinweis: $\Delta\text{arc}\left\{1 + L(j\omega)\right\} = (n_a + 2n_r)\pi / 2$

$L(s)$ stellt hierbei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.

Aufgabe 2:

Gegeben sei folgendes mathematische Modell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} u \qquad y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

a) Ermitteln Sie ein Regelgesetz der Form $u = -\begin{bmatrix} h_1 & h_2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + Vr = -\mathbf{h}^T \mathbf{x} + Vr$ so, dass die Eigenwerte des geregelten Systems bei $\lambda_1 = \lambda_2 = -2$ liegen und für einen Einheitssprung $r(t) = \sigma(t)$ gilt:

$$x_{2,\infty} = \lim_{t \to \infty} x_2(t) = 1 .$$

Welchen Wert besitzt dann $x_{1,\infty}$?

Da der Zustandsvektor $\mathbf{x}$ *nicht* messbar ist, wird für die praktische Realisierung obiger Regelung ein Schätzwert $\hat{\mathbf{x}}$ herangezogen, d.h.: $u = -\mathbf{h}^T \hat{\mathbf{x}} + Vr$.

b) Für die Berechnung des Schätzwertes $\hat{\mathbf{x}}$ stehen zwei Varianten zur Auswahl:

$$\text{(i)} \quad \frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \hat{\mathbf{A}} \hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b} u + \hat{\mathbf{b}} y \qquad \text{(ii)} \quad \frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \mathbf{A} \hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b} u$$

Wählen Sie eine sinnvolle Variante und begründen Sie Ihre Wahl!

Die Zusammenschaltung von Regelstrecke, Zustandsregler und Zustandsbeobachter ergibt ein Gesamtsystem 4.Ordnung der Form

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{z}}{dt} &= \bar{\mathbf{A}} \mathbf{z} + \bar{\mathbf{b}} r \\ y &= \bar{\mathbf{c}}^T \mathbf{z} \end{aligned} \qquad \text{mit} \qquad \mathbf{z} = \begin{bmatrix} \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}} \\ \hat{\mathbf{x}} \end{bmatrix} \qquad \text{und} \qquad \bar{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} . & 8 & . & . \\ . & -8 & . & . \\ . & . & . & 1 \\ . & . & -4 & . \end{bmatrix},$$

wobei nur wenige Elemente der Dynamikmatrix $\bar{\mathbf{A}}$ bekannt sind.

c) Bestimmen Sie die fehlenden Elemente der Systemmatrix $\bar{\mathbf{A}}$ sowie die Systemdaten $\bar{\mathbf{b}}$ und $\bar{\mathbf{c}}^T$ zahlenmäßig.

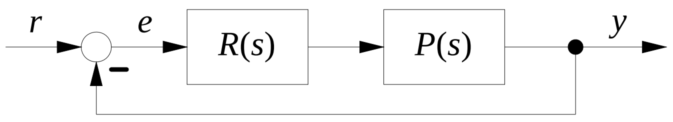
d) Berechnen Sie die Führungsübertragungsfunktion obiger Zusammenschaltung:

$$T(s) = \left. \frac{y(s)}{r(s)} \right|_{\mathbf{z}_0 = \mathbf{0}} = \bar{\mathbf{c}}^T \left(s\mathbf{E} - \bar{\mathbf{A}} \right)^{-1} \bar{\mathbf{b}}$$

Ist das Gesamtsystem *steuerbar* und/oder *beobachtbar* ? Begründen Sie Ihre Antworten!

Aufgabe 3:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Für die Übertragungsfunktion der Strecke gilt: $$P(s) = \frac{1}{s\left(\frac{s}{0.1}+1\right)\left(\frac{s}{100}+1\right)}$$

a) Skizzieren Sie die BODE-Diagramme des offenen Kreises, wenn als Regler $R(s)=1$ gewählt wird.

Entwerfen Sie mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens einen Regler $R(s)$ so, dass die Sprungantwort des Regelkreises näherungsweise eine Anstiegszeit von $t_r = 0.015\,s$ und eine Überschwingweite von $M_p = 1.25$ besitzt. Für die bleibende Regelabweichung soll $e_\infty = \lim_{t\to\infty} e(t) = 0$ gelten.

b) Welche Struktur muss der Regler besitzen, um obige Forderungen prinzipiell erfüllen zu können? Geben Sie die komplette Reglerübertragungsfunktion an!

c) Welche Bedingungen müssen erfüllt sein, damit der offene Kreis „vom einfachen Typ" ist? Ist dies hier der Fall?

d) Dimensionieren Sie den oben gewählten Regler.

Hinweis:

m:	2	3	4	5	6
$\Delta\varphi_{\max} = \arcsin\left(\frac{m-1}{m+1}\right)$:	19°	30°	37°	42°	46°
$\lvert m\rvert_{dB}$:	6	9.5	12	14	15.5

Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik**
am 18.03.2011

Name / Vorname(n):

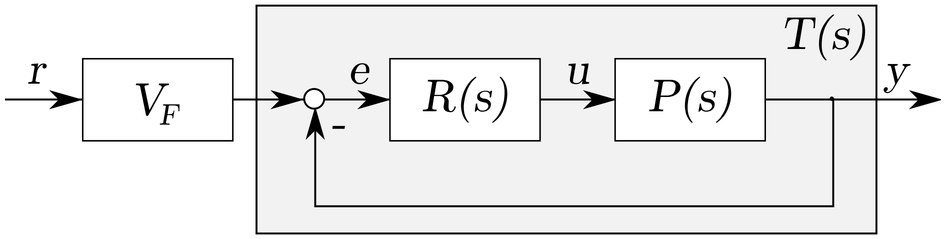
Kennzahl / Matrikel-Nummer:

Bonuspunkte aus den MATLAB-Übungen: O ja O nein

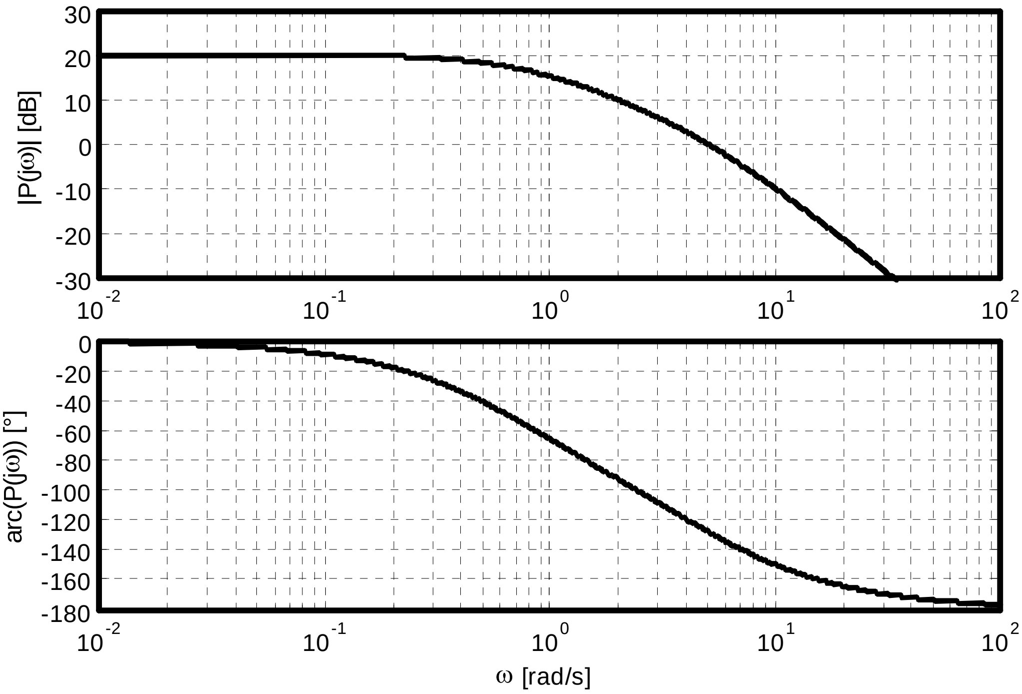
	1	2	3	4
erreichbare Punkte	5	6	4	6
erreichte Punkte				

Aufgabe 1:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Der Frequenzgang $P(j\omega)$ der Regelstrecke liegt als BODE-Diagramm graphisch vor:



Betrachten Sie zunächst nur den Standardregelkreis mit der Übertragungsfunktion $T(s)$ bestehend aus der Regelstrecke $P(s)$ und dem Regler $R(s)$.

a) Es wird zunächst ein Proportionalregler $R(s)=K$ eingesetzt (K sei hierbei ein reeller Parameter). Dimensionieren Sie mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens den Regler so, dass die Sprungantwort des Regelkreises $T(s)$ eine Anstiegszeit t_r von $t_r = 0{,}75s$ aufweist. Berechnen Sie die Durchtrittsfrequenz ω_C. Wie groß sind das zu erwartende prozentuale Überschwingen $\ddot{u}$ und die bleibende Regelabweichung e_∞?

b) Durch den Einsatz eines Reglers (lead-Gliedes) gemäß

$$R(s)=\left(1+\frac{s}{\omega_Z}\right)\left(1+\frac{s}{\omega_N}\right)^{-1}$$

soll die Anstiegszeit t_r gegenüber Punkt a) auf ein Fünftel reduziert werden. Bestimmen Sie Knickfrequenzen ω_Z und ω_N, sodass die obige Forderung erfüllt und die Phasenreserve so groß wie möglich ist.

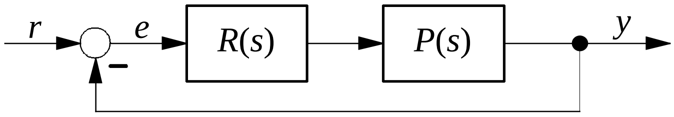
Es wird nun dem in Punkt b) entworfenen Standardregelkreis ein *statisches* Vorfilter $V_F(s) = V_F$ vorgestellt.

c) Dimensionieren Sie das Vorfilter V_F so, dass der gesamte Regelkreis bei $r(t) = \sigma(t)$ *stationär genau* ist. Wie groß ist die bleibende Regelabweichung e_∞ beim Aufschalten einer Rampenfunktion $r(t) = t\sigma(t)$?

M	2	3	4	5	6	8	10
$\Delta\varphi_{\max} = \arcsin\frac{m-1}{m+1}$	19°	30°	37°	42°	46°	51°	55°
$\lvert m\rvert_{dB}$	6	9.5	12	14	15.5	18	20

Aufgabe 2:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Die Übertragungsfunktion der Regelstrecke lautet: $P(s) = \dfrac{10}{(s+1)^2(s+4)}$.

a) Skizzieren Sie die Ortskurve $P(j\omega)$ und ermitteln Sie alle Schnittpunkte der Ortskurve mit der reellen Achse.

Als Regler wird nun ein Proportionalregler $R(s) = K$ eingesetzt (K ist ein reeller Parameter).

b) Bestimmen Sie mit Hilfe des NYQUIST-Kriteriums nachvollziehbar (mit Fallunterscheidung und Ermittlung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

c) Als Führungsgröße wird $r(t) = \frac{1}{5}\cos(3t)$ gewählt. Ermitteln Sie für hinreichend große Werte $t \gg 1$ den Regelfehler $e(t)$ für die Fälle

(i) $K = 4$ (ii) $K = 6$

Hinweis: $\Delta\text{arc}\{1 + L(j\omega)\} = (n_a + 2n_r)\pi/2$

$L(s)$ stellt hierbei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.

Aufgabe 3:

Gegeben sei folgendes mathematische Modell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u und dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u =: \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u$$

Zur Regelung dieser Strecke wird ein Zustandsregler der Form $u = -\begin{bmatrix} h_1 & h_2 & h_3 \end{bmatrix} \mathbf{x} = -\mathbf{h}^T \mathbf{x}$ eingesetzt, wobei auf Grund des Sparpakets $h_2 = 0$ gilt.

a) Berechnen Sie das charakteristische Polynom der Systemmatrix des geregelten Systems.
b) Geben Sie notwendige und hinreichende Bedingungen für h_1 und h_3 an, damit der Regelkreis asymptotisch stabil ist. Stellen Sie den ermittelten Bereich in der h_1 - h_3-Ebene grafisch dar.

Aufgabe 4:

Gegeben sei das mathematische Modell einer Strecke mit der Eingangsgröße u, der Messgröße y und dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & -\alpha \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 2 \\ \alpha \end{bmatrix} u =: \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u , \qquad y = \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x} =: \mathbf{c}^T \mathbf{x}$$

a) Untersuchen Sie die Beobachtbarkeit der Strecke in Abhängigkeit des reellen Parameters α.

Wählen Sie nun $\alpha = 2$.

b) Es soll ein asymptotischer Beobachter der Form

$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \hat{\mathbf{b}}y, \qquad \hat{\mathbf{b}} := \begin{bmatrix} \hat{b}_1, & \hat{b}_2 \end{bmatrix}^T$$

verwendet werden. Ist dies *prinzipiell* möglich? Begründen Sie Ihre Antwort! Wie müssen die Koeffizienten $\hat{b}_1$ und $\hat{b}_2$ gewählt werden, damit die Eigenwerte der Systemmatrix des Beobachters $\hat{\mathbf{A}}$ bei $\varsigma_1 = -4$ und $\varsigma_2 = -3$ liegen?

c) Die Zusammenschaltung von Strecke und Beobachter ergibt ein Gesamtsystem der Form:

$$\frac{d\mathbf{z}}{dt} = \bar{\mathbf{A}}\mathbf{z} + \bar{\mathbf{b}}u \qquad y = \bar{\mathbf{c}}^T \mathbf{z} \qquad \text{mit} \qquad \mathbf{z} = \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \hat{\mathbf{x}} \end{bmatrix}$$

Bestimmen Sie *zahlenmäßig* die Systemdaten $\bar{\mathbf{A}}$, $\bar{\mathbf{b}}$ und $\bar{\mathbf{c}}^T$. Wo liegen die Eigenwerte der Matrix $\bar{\mathbf{A}}$?

Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik** am 05.07. 2011

Name / Vorname(n):

Kennzahl / Matrikel-Nummer:

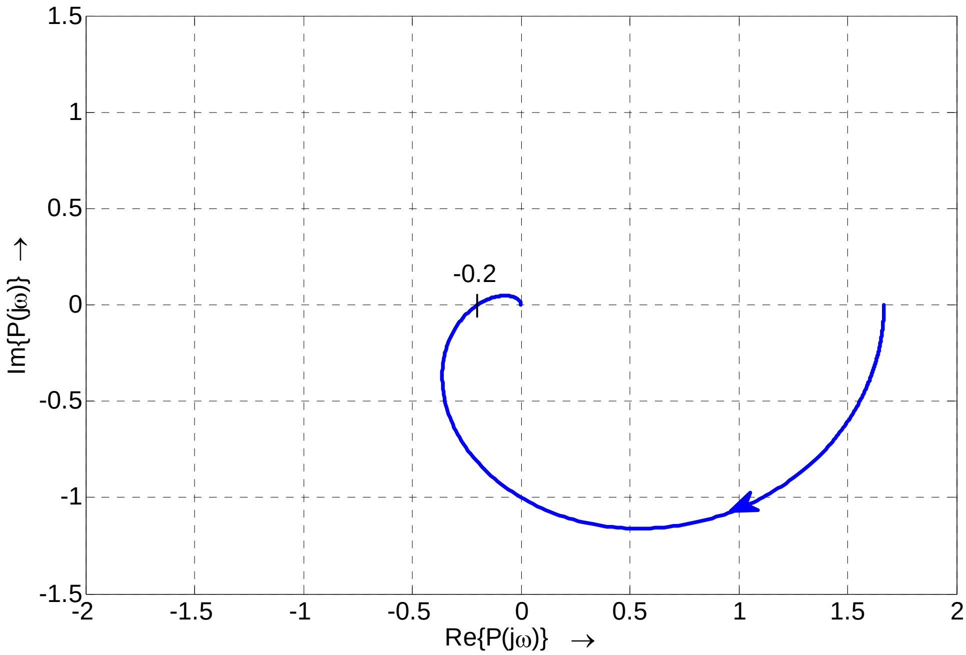
Bonuspunkte aus den MATLAB-Übungen: O ja O nein

	1	2	3	4
erreichbare Punkte	6	5	2	8
erreichte Punkte				

Aufgabe 1:

Betrachten Sie einen Standardregelkreis mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y .

Der Frequenzgang $P(j\omega)$ der Strecke liegt für $0 \le \omega < \infty$ graphisch vor:



a) Zu welcher der folgenden Übertragungsfunktionen $P(s)$ kann obige Ortskurve gehören? Begründen Sie Ihre Antwort!

i) $P(s) = \dfrac{10}{(s+2)(s+3)(s+5)}$ iii) $P(s) = \dfrac{-1(s-10)}{(s+2)(s+3)}$

ii) $P(s) = \dfrac{10}{(s+2)(s+3)}$ iv) $P(s) = \dfrac{(s+10)}{(s+2)(s+3)}$

b) Als Regler wird ein Proportionalregler $R(s) = K$ eingesetzt (*K* ist dabei ein reeller Parameter). Bestimmen Sie mit Hilfe des NYQUIST-Kriteriums nachvollziehbar (mit Fallunterscheidungen und Ermittlung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters *K*, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

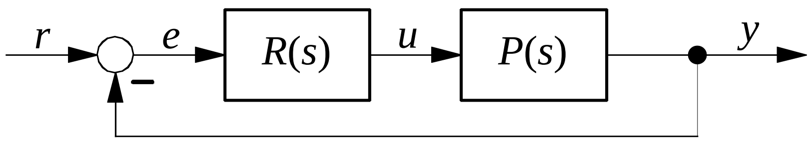
c) Für den Regler gilt nun $K = 1$. Ist bei diesem Regelkreis das vereinfachte Schnittpunkt-Kriterium anwendbar? Geben Sie die dazu notwendigen Voraussetzungen an und überprüfen Sie diese! Bestimmen Sie die Phasenreserve Φ_r und die Durchtrittsfrequenz ω_c .

Hinweis: $\Delta arc\{1 + L(j\omega)\} = (n_a + 2n_r)\dfrac{\pi}{2}$

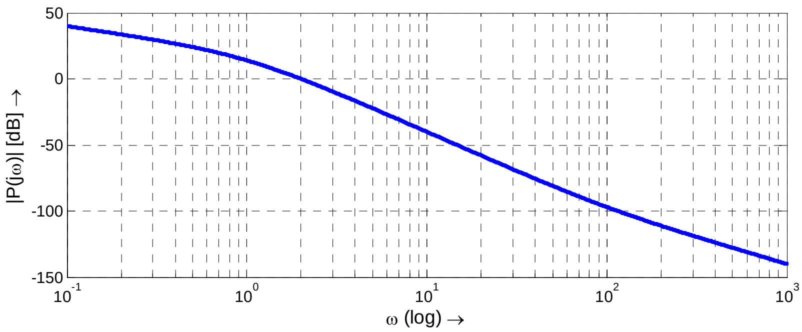
$L(s)$ stellt hierbei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.

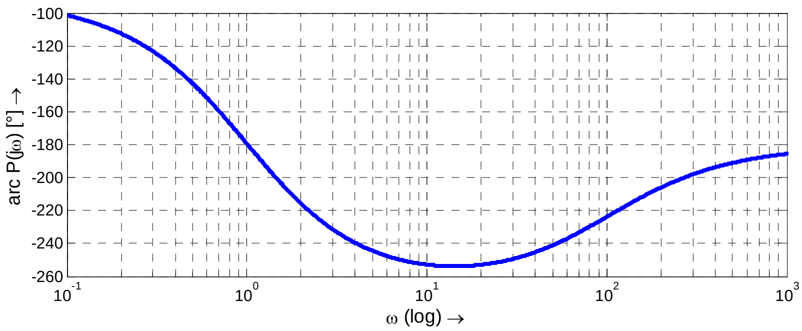
Aufgabe 2:

Gegeben sei ein Standardregelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Weiters sind die BODE-Diagramme der Strecke $P(s) = \dfrac{0.1(s+100)}{s(s+1)^2}$ gegeben:





a) Der Regelkreis soll ein Anstiegszeit von $t_r = 1.5s$ aufweisen. Ist diese Forderung mit Hilfe eines P-Reglers erfüllbar? (Begründen Sie Ihre Antwort!) Wenn ja, geben Sie die Reglerübertragungsfunktion an.

b) Es wird nun der Regler $R(s) = K\dfrac{1+s/\omega_Z}{1+s/\omega_N}$ (K, ω_Z und ω_N sind hierbei reelle Parameter) eingesetzt. Dimensionieren Sie mit Hilfe des Frequenzkennlinien-Verfahrens näherungsweise und nachvollziehbar den Regler so, dass die Sprungantwort des geschlossenen Kreises eine Anstiegszeit von $t_r = 1.5s$ und eine prozentuale Überschwingweite von $\ddot{u} = 33\%$ aufweisen.

c) Es soll nun ein PI Regler mit Hilfe der **closed loop** Methode nach ZIEGLER und NICHOLS ermittelt werden. Bestimmen Sie die hierfür notwendigen Werte für die kritische Verstärkung K_u und die kritische Periodendauer T_u. Geben Sie die Übertragungsfunktion des Reglers an. (*Hinweis*: Zur Beantwortung dieser Frage sind **keine** längeren Rechnungen notwendig.)

Hilfestellung:						
	m :	2	3	4	5	6
	$\Delta\varphi_{\max} = \arcsin\left(\dfrac{m-1}{m+1}\right)$:	19°	30°	37°	42°	46°
	$\lvert m\rvert_{dB}$:	6	9.5	12	14	15.5

<u>ZIEGLER-NICHOLS</u>

	open loop method			closed loop method		
Reglertyp	K_P	T_I	T_D	K_P	T_I	T_D
P	$\dfrac{1}{K_S}\dfrac{T_A}{T_V}$	-	-	$0{,}5\,K_u$	-	-
PI	$0{,}9\dfrac{1}{K_S}\dfrac{T_A}{T_V}$	$3\,T_V$	-	$0{,}4\,K_u$	$0{,}8\,T_u$	-
PID	$1{,}2\dfrac{1}{K_S}\dfrac{T_A}{T_V}$	$2\,T_V$	$0{,}5\,T_V$	$0{,}6\,K_u$	$0{,}5\,T_u$	$0{,}12\,T_u$

Aufgabe 3:

Gegeben sei folgendes System 2. Ordnung:

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} u \qquad y = \begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \mathbf{x}$$

Zwei Rechts-Eigenvektoren $\mathbf{p}_1$ und $\mathbf{p}_2$ der Systemmatrix $\mathbf{A}$ lauten:

$$\mathbf{p}_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad \mathbf{p}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

a) Ist das System *steuerbar*?
(*Geben Sie eine mathematische Begründung an!*)

b) Ist das System *beobachtbar*?
(*Geben Sie eine mathematische Begründung an!*)

Aufgabe 4:

Gegeben sei die Übertragungsfunktion $P(s)$ einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y:

$$P(s) = \frac{s+2}{(s+1)(s-1)}$$

a) Geben Sie das zugehörige mathematische Modell der Form $\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u,\; y = \mathbf{c}^T\mathbf{x}$ in der so genannten *Steuerbarkeits-Normalform* an.

b) Zur Regelung des obigen Systems wird ein Zustandsregler der Form $u = -\mathbf{k}^T\mathbf{x} + Vr$ eingesetzt. Welchen Bedingungen müssen die Reglerparameter $\mathbf{k}^T := \begin{bmatrix} k_1 & k_2 \end{bmatrix}$ und V genügen, damit die Systemmatrix des *geregelten* Systems nur Eigenwerte mit negativem Realteil besitzt?

c) Kann das geregelte System für eine spezielle Wahl der Parameter $\mathbf{k}^T$ und V „nicht beobachtbar" werden? Welche Ordnung besitzt dann die zugehörige Führungsübertragungsfunktion $T(s)$? Ermitteln Sie für diesen Fall $T(s)$. (Begründen Sie Ihre Antworten!)

d) Wählen Sie nun $k_1 = k_2 = 3$. Wie muss der Parameter V gewählt werden, damit für einen Einheitssprung als Führungsgröße die Ausgangsgröße stationär genau ist, d.h. $\lim\limits_{t\to\infty} y(t) = 1$

Da der Zustandsvektor $\mathbf{x}$ *nicht* messbar ist, wird für die praktische Realisierung obiger Regelung (nach Punkt d)) ein Schätzwert $\hat{\mathbf{x}}$ herangezogen, d.h.: $u = -\mathbf{k}^T\hat{\mathbf{x}} + Vr$.

Dafür wird ein asymptotischer Zustandsbeobachter der Form

$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \hat{\mathbf{b}}y$$

verwendet. Hierbei wurde der Vektor $\hat{\mathbf{b}}$ so gewählt, dass ein Eigenwert der Dynamikmatrix $\hat{\mathbf{A}}$ bei -3 liegt. Die Zusammenschaltung von Regelstrecke, Zustandsregler und Zustandsbeobachter ergibt ein Gesamtsystem der Form

$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{z}}{dt} &= \bar{\mathbf{A}}\mathbf{z} + \bar{\mathbf{b}}r \\ y &= \bar{\mathbf{c}}^T\mathbf{z}\end{aligned} \qquad \text{mit} \qquad \mathbf{z} = \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}} \end{bmatrix} \qquad \text{und} \qquad \bar{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} . & 1 & . & 0 \\ . & -3 & . & 3 \\ . & . & -2 & 0 \\ . & . & . & . \end{bmatrix},$$

wobei durch ein fehlerhaftes Speichermedium leider einige Elemente der Dynamikmatrix $\bar{\mathbf{A}}$ verloren gingen.

e) Bestimmen Sie die fehlenden Elemente der Dynamikmatrix $\bar{\mathbf{A}}$ sowie die Vektoren $\bar{\mathbf{b}}$ und $\bar{\mathbf{c}}^T$, sowie den Vektor $\hat{\mathbf{b}}$ (zahlenmäßig).

f) Berechnen Sie *alle* Lösungen der charakteristischen Gleichung $\det\left(s\mathbf{E} - \bar{\mathbf{A}}\right) = 0$.