Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik** am 23.10.2009

Name / Vorname(n):

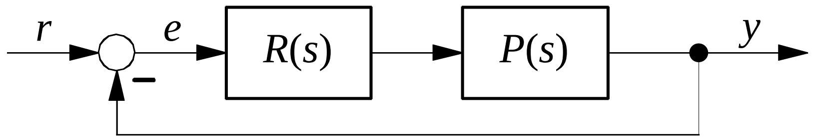
Matrikel-Nummer:

Bonuspunkte aus den MATLAB-Übungen: O ja O nein

	1	2	3	
erreichbare Punkte	8	6	7	
erreichte Punkte				

Aufgabe 1:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Für die Übertragungsfunktion der Strecke gilt: $P(s) = \dfrac{100(s+0.1)}{s(s+1)(s+100)}$

a) Skizzieren Sie die Bode-Diagramme des offenen Kreises, wenn als Regler $R(s)=1$ gewählt wird. Bestimmen Sie die Durchtrittsfrequenz ω_c.

b) Es soll nun die Übertragungsfunktion $R(s)$ des Reglers so ermittelt werden, dass die Sprungantwort des Regelkreises näherungsweise eine Anstiegszeit von $t_r = 0.015s$ besitzt und die bleibende Regelabweichung $e_\infty = \lim_{t\to\infty} e(t)$ verschwindet, d.h. $e_\infty = 0$ gilt.

Zur Lösung dieser Aufgabe haben Sie die Auswahl zwischen zwei Reglern (K und ω_1 sind reelle Parameter):

(i) $R(s) = K$

(ii) $R(s) = K\dfrac{(1+s/\omega_1)}{s}$

Wählen Sie einen Regler aus und begründen sie Ihre Wahl.

c) Dimensionieren Sie die in Punkt b) ausgewählten Regler mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens so, dass obige Anforderungen erfüllt werden. Wie groß ist die zu erwartende Überschwingweite M_p?

d) Entwerfen Sie nun einen Regler, der bei gleicher Anstiegszeit t_r und gleicher bleibender Regelabweichung e_∞ zu einem prozentualen Überschwingen von $\ddot{u} = 6\%$ führt. Geben Sie die komplette Reglerübertragungsfunktion an!

m:	2	3	4	5	6
$\Delta\varphi_{\max} = \arcsin\left(\dfrac{m-1}{m+1}\right)$:	19°	30°	37°	42°	46°
$\lvert m \rvert_{dB}$:	6	9.5	12	14	15.5

Aufgabe 2:

Gegeben sei das mathematische Modell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u und der Messgröße y:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 5 & 0 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}u$$
$$y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix}\mathbf{x}$$

Zur Regelung dieser Strecke soll folgender Zustandsregler verwendet werden:

$$u = -\begin{bmatrix} h_1 & h_2 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \frac{2}{3}r = -\mathbf{h}^T\mathbf{x} + Vr$$

a) Geben Sie Bedingungen für h_1 und h_2 so an, dass der Regelkreis asymptotisch stabil ist.

b) Berechnen Sie $\mathbf{h}$ so, dass die Eigenwerte des geregelten Systems bei $s_1 = -1$ und $s_2 = -2$ liegen.

Da der Zustandsvektor $\mathbf{x}$ messtechnisch nicht erfassbar ist, wurde ein einfacher Beobachter der Form

$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u$$

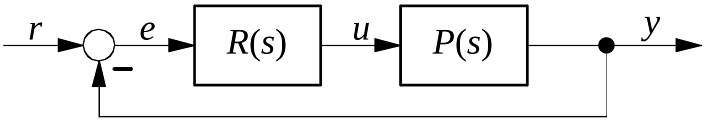
entworfen. Hierbei repräsentiert $\hat{\mathbf{x}}$ den Schätzwert für den Zustandsvektor $\mathbf{x}$.

c) Geben Sie die Differentialgleichung für den Schätzfehler $\mathbf{e} = \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$ an. Klingt der Schätzfehler ausgehend von einem beliebigen Anfangswert $\mathbf{e}_0$ für $t \to \infty$ ab? Begründen Sie Ihre Antwort!

d) Bestimmen Sie die Führungs-Übertragungsfunktion $T(s) = \left.\frac{y(s)}{r(s)}\right|_{AW=0}$ obiger Zusammenschaltung. Ist das Gesamtsystem *steuerbar* und/oder *beobachtbar*? Ist der Regelkreis *stationär genau*? Begründen Sie Ihre Antworten!

Aufgabe 3:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r, der Stellgröße u und der Ausgangsgröße y :



Die Übertragungsfunktion der Strecke lautet: $P(s) = \frac{s^2+5s+4}{s^3}$

Die Übertragungsfunktion des Reglers lautet: $R(s) = K$ ($K > 0$, reell)

a) Skizzieren Sie die Ortskurve $P(j\omega)$ der Strecke und bestimmen Sie *alle* Schnittpunkte mit der reellen Achse.

b) Bestimmen Sie mit Hilfe des Nyquist-Kriteriums den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt. Ermitteln Sie dazu *nachvollziehbar für alle möglichen Fälle* die stetige Winkeländerung und den Bereich des Parameters K!

c) Ermitteln Sie für $r(t) = [2+7t]\sigma(t)$ die bleibende Regelabweichung $e_\infty = \lim_{t\to\infty} e(t)$.

d) Als Regler wird nun $R(s) = 2$ verwendet. Berechnen Sie die Stellgröße *u(t)* im *eingeschwungenen* Zustand, wenn als Führungsgröße $r(t) = 3\sin\left(2t - \frac{\pi}{2}\right)$ gewählt wird.

Hinweis: $\Delta arc\{1 + L(j\omega)\} = (n_a + 2n_r)\frac{\pi}{2}$

$L(s)$ stellt hierbei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.

Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik** am 21.01.2010

Name / Vorname(n):

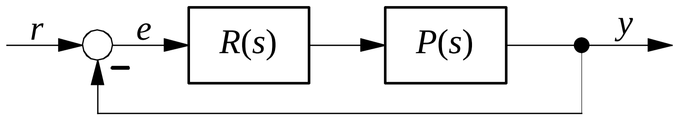
Matrikel-Nummer:

Bonuspunkte aus den MATLAB-Übungen: O ja O nein

	1	2	3
erreichbare Punkte	7	7	7
erreichte Punkte			

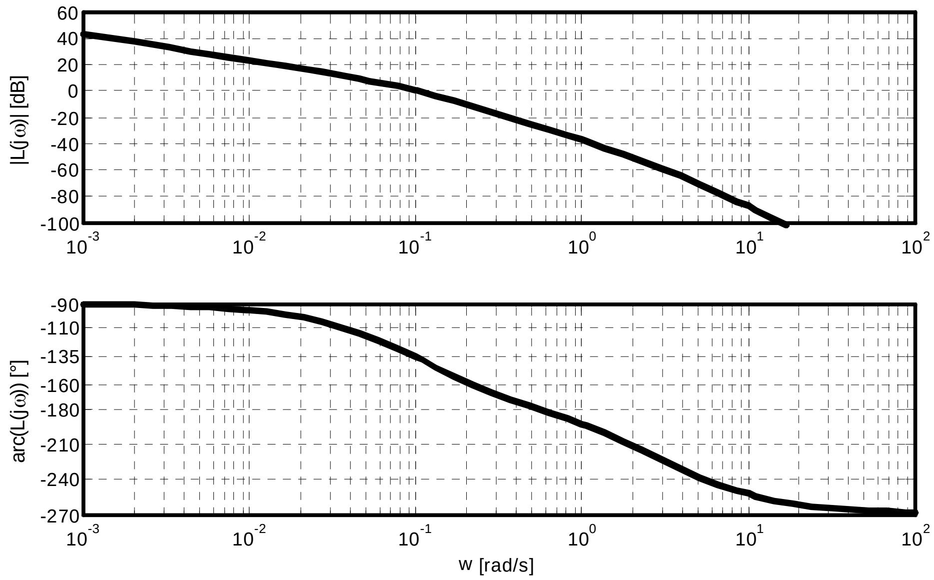
Aufgabe 1:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Die Übertragungsfunktion der Regelstrecke lautet: $P(s) = \dfrac{3\cdot\sqrt{2}}{(10s+1)(s+3)}$

Zusätzlich wurde der Frequenzgang des offenen Regelkreises $L(j\omega) = R(j\omega)\cdot P(j\omega)$ gemessen und liegt in Form von BODE-Diagrammen graphisch vor:



a) Zeichnen Sie die BODE-Diagramme der Regelstrecke $P(s)$ und bestimmen Sie die Übertragungsfunktion des verwendeten Reglers $R(s)$!

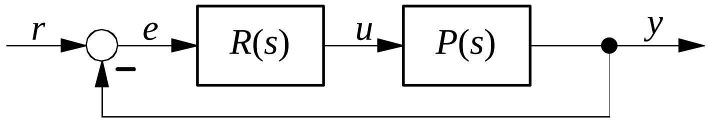
b) Bestimmen Sie für die Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises näherungsweise die Anstiegszeit t_r und die Überschwingweite M_p. Wie müsste der Regler $R(s)$ aussehen, damit die Anstiegszeit t_r halbiert wird?

c) Erweitern Sie nun den in Aufgabe a) berechneten Regler so, dass bei gleicher Anstiegszeit t_r und gleicher Regelabweichung e_∞ ein prozentuales Überschwingen von $\ddot{u} = 6\%$ auftritt. Wählen Sie in **nachvollziehbarer** Weise einen geeigneten Regler und dimensionieren Sie diesen. Geben Sie die vollständige Regler-Übertragungsfunktion an!

m:	2	3	4	5	6	8	10
$\Delta\varphi_{\max} = \arcsin\left(\dfrac{m-1}{m+1}\right)$:	19°	30°	37°	42°	46°	51°	55°
$\lvert m\rvert_{dB}$:	6	9.5	12	14	15.5	18	20

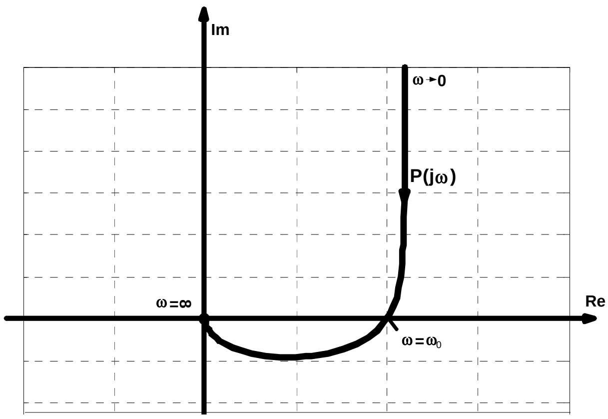
Aufgabe 2:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r, der Stellgröße u und der Ausgangsgröße y :



Als Regler wird ein Proportionalregler mit der Übertragungsfunktion $R(s) = K$ verwendet.

Die Regelstrecke wird durch die Übertragungsfunktion $P(s)$ beschrieben. Die Ortskurve $P(j\omega)$ der Strecke wurde durch eine Frequenzgangsmessung experimentell ermittelt und graphisch dargestellt:



a) Zu welcher der folgenden Übertragungsfunktionen $P(s)$ kann obige Ortskurve prinzipiell gehören? Begründen Sie Ihre Antworten!

i) $P(s) = \dfrac{s-1}{s^2+10s}$ ii) $P(s) = \dfrac{1-s}{s^2+10s}$

iii) $P(s) = \dfrac{-1}{s^2+10s}$ iv) $P(s) = \dfrac{1-s}{(10s+1)(s+1)}$

b) Bestimmen Sie mit Hilfe des NYQUIST-Kriteriums den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt. Ermitteln Sie dazu *nachvollziehbar für alle möglichen Fälle* die stetige Winkeländerung und den Bereich des Parameters K!

c) Als Führungsgröße wird nun eine Rampenfunktion $r(t) = t\sigma(t)$ verwendet. Bestimmen Sie den größtmöglichen Wertebereich, des Parameters K für den die bleibende Regelabweichung $e_\infty = \lim_{t\to\infty} e(t) < 5$ ist.

Hinweis: $\Delta arc\{1+L(j\omega)\} = (n_a + 2n_r)\dfrac{\pi}{2}$

$L(s)$ stellt hierbei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.

Aufgabe 3:

Gegeben sei folgendes mathematische Modell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

a) Ermitteln Sie ein Regelgesetz der Form

$$u = -\begin{bmatrix} h_1 & h_2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + r = -\mathbf{h}^T \mathbf{x} + r$$

so, dass die Eigenwerte des geregelten Systems bei $s_1 = -2$ und $s_2 = -3$ liegen.

Da der Zustandsvektor $\mathbf{x}$ *nicht* messbar ist, wird für die praktische Realisierung obiger Regelung ein Schätzwert $\hat{\mathbf{x}}$ herangezogen, d.h.: $u = -\mathbf{h}^T \hat{\mathbf{x}} + r$.
Für die Ermittlung von $\hat{\mathbf{x}}$ wird folgender asymptotischer Zustandsbeobachter verwendet:

$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \hat{\mathbf{b}}\left(y - \mathbf{c}^T \hat{\mathbf{x}}\right).$$

Die Zusammenschaltung von Regelstrecke, Zustandsregler und Zustandsbeobachter ergibt ein Gesamtsystem der Form

$$\frac{d\mathbf{z}}{dt} = \bar{\mathbf{A}}\mathbf{z} + \bar{\mathbf{b}}r \qquad \text{mit} \qquad \mathbf{z} = \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \hat{\mathbf{x}} \end{bmatrix} \qquad \text{und}$$

$$y = \bar{\mathbf{c}}^T \mathbf{z}$$

$$\bar{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} 1 & . & . & . \\ . & 1 & -6 & . \\ -3 & . & 1 & 3 \\ . & 9 & -14 & -12 \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{b}} = \begin{bmatrix} . \\ 4 \\ . \\ . \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{c}}^T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

wobei in der Matrix $\bar{\mathbf{A}}$ und im Vektor $\bar{\mathbf{b}}$ einige Elemente bei der Datenübertragung verloren gegangen sind.

b) Bestimmen Sie die fehlenden Elemente von $\bar{\mathbf{A}}$ und $\bar{\mathbf{b}}$!

c) Bestimmen Sie *2 von den 4* Eigenwerten der Systemmatrix $\bar{\mathbf{A}}$.

Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik** am 19.03.2010

Name / Vorname(n):

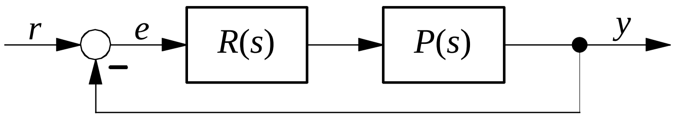
Matrikel-Nummer:

Bonuspunkte aus den MATLAB-Übungen: O ja O nein

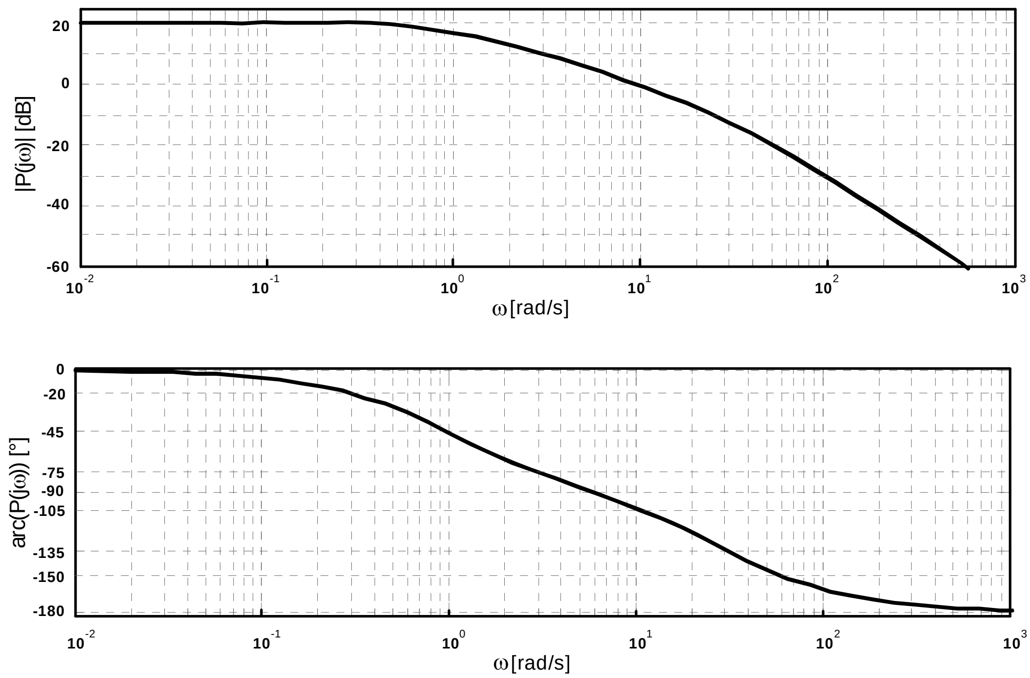
	1	2	3
erreichbare Punkte	7	7	7
erreichte Punkte			

Aufgabe 1:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Die Regelstrecke mit der Übertragungsfunktion $P(s)$ sei „vom einfachen Typ“. Ihr Frequenzgang $P(j\omega)$ wurde gemessen und in den folgenden BODE-Diagrammen graphisch dargestellt:



a) Eine Studentin versuchte das Übertragungsverhalten der Strecke mit einem Regler 1. Ordnung $R(s) = R_a(s)$ zu verbessern. Um den erhaltenen *Regelkreis* zu testen schaltete sie die Eingangsfunktion $r(t) = \sin(t)$ auf und bekam am Ausgang das Signal $y(t) = \sin\left(t - \frac{\pi}{2}\right)$. Aus versehen vergaß sie den verwendeten Regler abzuspeichern und konnte sich am nächsten Tag nicht mehr erinnern, wie dieser aussah.
Helfen Sie der Studentin und bestimmen Sie die Regler-Übertragungsfunktion $R_a(s)$.

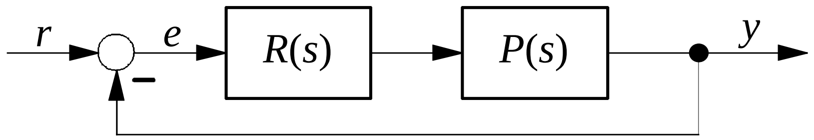
b) Bestimmen Sie nun selbst einen *möglichst einfachen* Regler $R_b(s)$, damit die Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises näherungsweise eine Anstiegszeit von $t_r = 0.025s$ besitzt.
Wie groß sind dabei die bleibende Regelabweichung $e_\infty = \lim_{t\to\infty} e(t)$ und die Überschwingweite M_P der Sprungantwort?

c) Bestimmen Sie nun einen Regler $R_c(s)$ so, dass für die Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises - bei gleicher Anstiegszeit t_r und bleibender Regelabweichung e_∞ wie in Aufgabe b) - ein prozentuales Überschwingen von $\ddot{u} = 10\%$ auftritt. Wählen Sie in **nachvollziehbarer** Weise den geeigneten Regler und dimensionieren Sie diesen!

m :	2	3	4	5	6	8	10
$\Delta\varphi_{\max} = \arcsin\left(\dfrac{m-1}{m+1}\right)$:	19°	30°	37°	42°	46°	51°	55°
$\lvert m \rvert_{dB}$:	6	9.5	12	14	15.5	18	20

Aufgabe 2:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Als Regelstrecke $P(s)$ wird folgende Übertragungsfunktion verwendet:

$$P(s) = \frac{4}{(s+1)(s+4)}.$$

a) Damit der bleibende Regelfehler der Sprungantwort $e_\infty = \lim\limits_{t\to\infty} e(t)$ verschwindet ($e_\infty = 0$) stehen zwei verschiedene Regler zur Auswahl:

$$\text{(i)}\ R(s) = K \qquad \text{(ii)}\ R(s) = \frac{K}{s}$$

Wählen Sie einen der beiden Regler und begründen Sie Ihre Wahl!

b) Skizzieren Sie mit dem in Aufgabe a) gewählten Regler die Ortskurve des offenen Kreises $L(j\omega) = R(j\omega)P(j\omega)$ für $K = 1$ und berechnen Sie die exakten Werte aller Schnittpunkte dieser Ortskurve mit der reellen Achse.

c) Ermitteln Sie mit Hilfe des Nyquist-Kriteriums **nachvollziehbar** (mit Fallunterscheidung und Bestimmung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

d) Als Führungsgröße wird nun die Rampenfunktion $r(t) = t\sigma(t)$ gewählt. Berechnen Sie die bleibende Regelabweichung $e_\infty = \lim\limits_{t\to\infty} e(t)$ in Abhängigkeit des Parameters K. *Skizzieren* Sie den Verlauf der Funktion $e_\infty = f(K)$ in einem Diagramm.

Hinweis: $\Delta\text{arc}\{1 + L(j\omega)\} = (n_a + 2n_r)\pi/2$

$L(s)$ stellt hierbei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.

Aufgabe 3:

Gegeben sei folgendes mathematische Modell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}u$$
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}\mathbf{x}$$

a) Ermitteln Sie ein Regelgesetz der Form $u = -\begin{bmatrix} h_1 & h_2 \end{bmatrix}\mathbf{x} + Vr = -\mathbf{h}^T\mathbf{x} + Vr$ so, dass die zugehörige Führungsübertragungsfunktion

$$T(s) = \left.\frac{y(s)}{r(s)}\right|_{\mathbf{x}_0 = \mathbf{0}} = \frac{4}{s+1}$$

lautet.

b) Ist der *Regelkreis* beobachtbar? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

Da der Zustandsvektor $\mathbf{x}$ *nicht* messbar ist, soll für die praktische Realisierung obiger Regelung ein Schätzwert $\hat{\mathbf{x}}$ herangezogen, d.h.: $u = -\mathbf{h}^T\hat{\mathbf{x}} + Vr$.
Dafür soll ein asymptotischer Zustandsbeobachter der Form

$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \hat{\mathbf{b}}y$$

verwendet werden.

c) Ist dies *prinzipiell* möglich? Begründen Sie Ihre Antwort! Für den Vektor $\hat{\mathbf{b}}$ stehen zwei mögliche Varianten zur Auswahl:

(i) $\hat{\mathbf{b}} = [2 \quad 2]^T$ (ii) $\hat{\mathbf{b}} = [5 \quad 3]^T$

Wählen Sie einen Vektor $\hat{\mathbf{b}}$ und begründen Sie Ihre Wahl.

Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik** am 06.07.2010

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Bonuspunkte aus den MATLAB-Übungen: O ja O nein

	1	2	3	4	
erreichbare Punkte	5	6	7	3	
erreichte Punkte					

Aufgabe 1:

Gegeben sei das mathematische Modell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u und der Messgröße y:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}u$$

$$y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 2 & 2 \end{bmatrix}\mathbf{x}$$

Zur Regelung dieser Strecke soll folgender Zustandsregler verwendet werden:

$$u = -\begin{bmatrix} h_1 & h_2 \end{bmatrix}\mathbf{x} + r = -\mathbf{h}^T\mathbf{x} + r$$

a) Berechnen Sie $\mathbf{h}$ so, dass die Eigenwerte des geregelten Systems bei $s_1 = -1$ und $s_2 = -3$ liegen.

b) Ist der Regelkreis stationär genau? Begründen Sie Ihre Antwort.

c) Da der Zustandsvektor $\mathbf{x}$ messtechnisch nicht erfassbar ist, soll ein asymptotischer Beobachter der Form

$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \hat{\mathbf{A}}\,\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}\,u + \hat{\mathbf{b}}\,y \qquad \text{mit} \qquad \hat{\mathbf{b}} = \begin{bmatrix} \hat{b}_1 \\ \hat{b}_2 \end{bmatrix}$$

verwendet werden. Hierbei repräsentiert $\hat{\mathbf{x}}$ den Schätzwert für den Zustandsvektor $\mathbf{x}$. Bestimmen Sie den größtmöglichen Bereich der reellen Koeffizienten $\hat{b}_1$ und $\hat{b}_2$ so, dass für den Beobachtungsfehler $\lim_{t\to\infty}(\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}) = 0$ gilt.

d) Wie müssen die Koeffizienten $\hat{b}_1$ und $\hat{b}_2$ gewählt werden, damit die Eigenwerte der Systemmatrix des Beobachters $\hat{\mathbf{A}}$ bei $\zeta_1 = -2$ und $\zeta_2 = -5$ liegen?

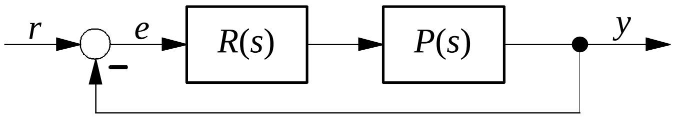
e) Die Zusammenschaltung von **Strecke und Beobachter** ergibt ein Gesamtsystem der Form:

$$\frac{d\mathbf{z}}{dt} = \bar{\mathbf{A}}\,\mathbf{z} + \bar{\mathbf{b}}\,u \qquad y = \bar{\mathbf{c}}^T\mathbf{z} \qquad \text{mit} \qquad \mathbf{z} = \begin{bmatrix} \mathbf{e} \\ \mathbf{x} \end{bmatrix}$$

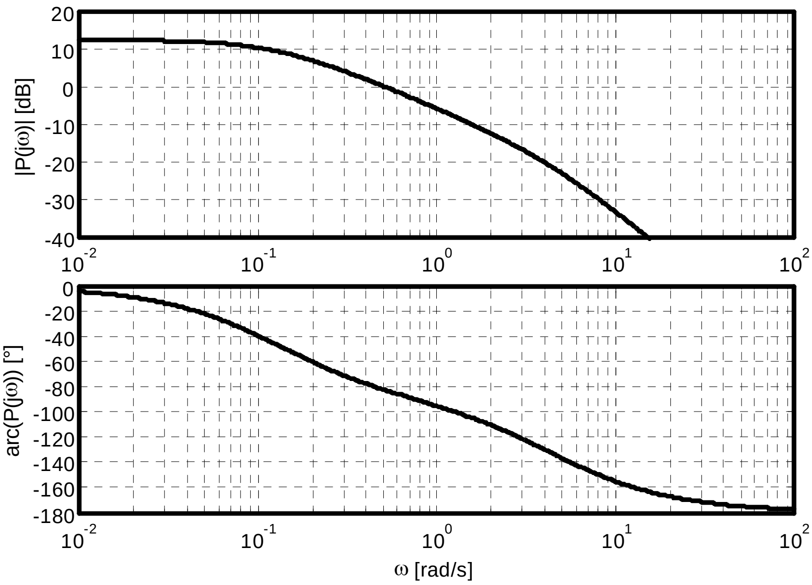
Bestimmen Sie *zahlenmäßig* die Systemdaten $\bar{\mathbf{A}}$, $\bar{\mathbf{b}}$ und $\bar{\mathbf{c}}^T$. Wo liegen die Eigenwerte der Matrix $\bar{\mathbf{A}}$?

Aufgabe 2:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Die Regelstrecke mit der Übertragungsfunktion $P(s)$ sei „vom einfachen Typ“, ihr Frequenzgang $P(j\omega)$ liegt in Form von Bode-Diagrammen graphisch vor:



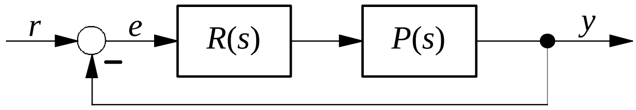
a) Zunächst wird ein integrierender Regler $R(s) = K/s$ (mit dem reellen Parameter K) eingesetzt. Dimensionieren Sie mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens näherungsweise und **nachvollziehbar** den Regler so, dass die Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises ein prozentuales Überschwingen von $\ddot{u} = 20$ % aufweist.

b) Die Anstiegszeit **und** das prozentuale Überschwingen der Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises sollen gegenüber a) halbiert werden. Weiters soll die bleibende Regelabweichung (ebenfalls für die Sprungantwort) $e_\infty = 0$ betragen. Wählen Sie in **nachvollziehbarer** Weise einen geeigneten Regler und dimensionieren Sie diesen näherungsweise. Geben Sie die komplette Regler-Übertragungsfunktion an!

m:	2	3	4	5	6	8	10
$\Delta\varphi_{\max} = \arcsin\left(\dfrac{m-1}{m+1}\right)$:	19°	30°	37°	42°	46°	51°	55°
$\lvert m\rvert_{dB}$:	6	9.5	12	14	15.5	18	20

Aufgabe 3:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Die Übertragungsfunktion der Strecke lautet: $P(s) = \frac{(s+10)^2}{(s+1)^2}$

Die Übertragungsfunktion des Reglers lautet: $R(s) = K$ (K reell)

a) Zeichnen Sie die Bode-Diagramme und die Ortskurve $P(j\omega)$ der Strecke. Bestimmen Sie *alle* Schnittpunkte der Ortskurve mit der reellen Achse.

b) Bestimmen Sie mit Hilfe des Nyquist-Kriteriums den größtmöglichen Wertebereich des Parameters *K*, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt. Ermitteln Sie dazu *nachvollziehbar für alle möglichen Fälle* die stetige Winkeländerung und den Bereich des Parameters *K*!

c) Als Führungsgröße wird nun die Sprungfunktion $r(t) = \sigma(t)$ gewählt. Ermitteln Sie den größtmöglichen Wertebereich des nun positiven Parameters K, für den für die bleibende Regelabweichung gilt:

$$e_\infty = \lim_{t\to\infty} e(t) < \frac{1}{201}\,.$$

Hinweis: $\Delta \operatorname{arc}\{1 + L(j\omega)\} = (n_a + 2n_r)\pi/2$

$L(s)$ stellt hierbei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.

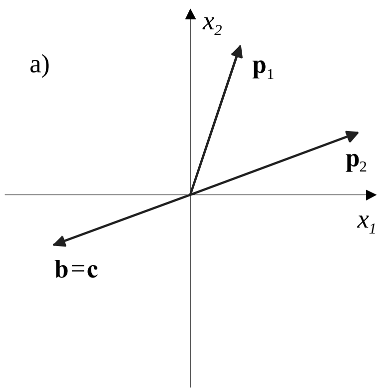
Aufgabe 4:

Gegeben sei ein mathematisches Modell 2. Ordnung der Form: $\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u \qquad y = \mathbf{c}^T\mathbf{x}$

Die Rechtseigenvektoren der Matrix $\mathbf{A}$ werden mit $\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2$ die Linkseigenvektoren mit $\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2$ bezeichnet. In den folgenden Skizzen sind in der Zustandsebene die Vektoren **b, c** und gewisse Eigenvektoren eingezeichnet.

Untersuchen Sie für die Fälle a) und b) das math. Modell auf Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit. Begründen Sie Ihre Antworten!

a)



b)