Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik** am 20.10.2008

Name / Vorname(n):

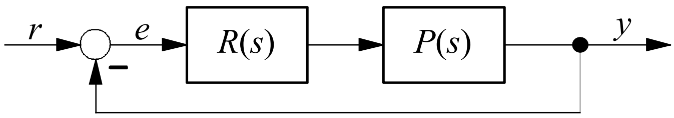
Matrikel-Nummer:

Bonuspunkte aus den MATLAB-Übungen: O ja O nein

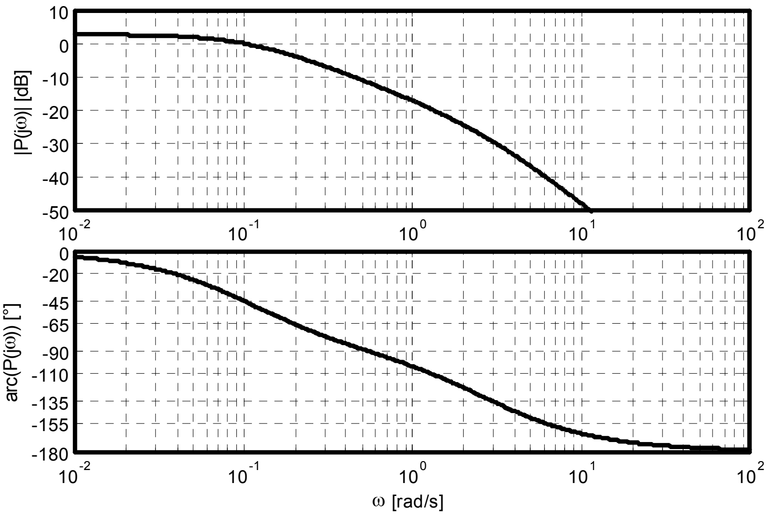
	1	2	3	4
erreichbare Punkte	6	4	4	7
erreichte Punkte				

Aufgabe 1:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Die Regelstrecke mit der Übertragungsfunktion $P(s)$ sei „vom einfachen Typ“, ihr Frequenzgang $P(j\omega)$ liegt in Form von Bode-Diagrammen graphisch vor:



a) Die Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises soll eine Überschwingweite von $M_p = 1.25$ und eine bleibende Regelabweichung von $e_\infty = 0$ aufweisen. Hierfür stehen vier verschiedene Regler zur Auswahl (K, ω_Z und ω_N sind dabei reelle Parameter):

i) $R(s) = K$ ii) $R(s) = Ks$ iii) $R(s) = \frac{K}{s}$ iv) $R(s) = K\frac{1+\frac{s}{\omega_Z}}{1+\frac{s}{\omega_N}}$

Um welche Reglertypen handelt es sich? Wählen Sie einen Regler und begründen Sie Ihre Wahl!

b) Dimensionieren Sie den unter a) ausgewählten Regler mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens.

c) Die Anstiegszeit der Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises mit dem unter b) dimensionierten Regler soll bei gleicher Überschwingweite und gleicher bleibender Regelabweichung *halbiert* werden. Wählen Sie in **nachvollziehbarer** Weise einen geeigneten Regler und dimensionieren Sie diesen. Geben Sie die vollständige Reglerübertragungsfunktion an!

m:	2	3	4	5	6	8	10
$\Delta\varphi_{\max} = \arcsin\left(\frac{m-1}{m+1}\right)$:	19°	30°	37°	42°	46°	51°	55°
$\lvert m\rvert_{dB}$:	6	9.5	12	14	15.5	18	20

Aufgabe 2:

Gegeben sei die Übertragungsfunktion einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y: $P(s) = \left.\frac{y(s)}{u(s)}\right|_{AW=0} = \frac{s+2}{s^3+s^2+2s+4}$

a) Geben Sie das dazugehörige Zustandsraummodell $\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\,\mathbf{x} + \mathbf{b}\,u \qquad y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} + d\,u$ in der Steuerbarkeitsnormalform an.

b) Entwerfen Sie einen Zustandsregler der Form $u = -\mathbf{h}^T\mathbf{x} + Vr$ so, dass der Regelkreis stationär genau ist und seine Eigenwerte bei $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = -2$ liegen. Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion des Regelkreises.

c) Ist das geregelte System steuerbar und/oder beobachtbar? Begründen Sie Ihre Antworten!

Aufgabe 3:

Gegeben sei das mathematische Modell einer Strecke mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}u \qquad\qquad y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}\mathbf{x}$$

a) Da der Zustandsvektor $\mathbf{x}$ messtechnisch nicht erfassbar ist, soll ein asymptotischer Beobachter der Form

$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \hat{\mathbf{A}}\,\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}\,u + \hat{\mathbf{b}}\,y \qquad \text{mit} \qquad \hat{\mathbf{b}} = \begin{bmatrix} \hat{b}_1 \\ \hat{b}_2 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

verwendet werden. Bestimmen Sie den größtmöglichen Bereich der reellen Koeffizienten $\hat{b}_1$ und $\hat{b}_2$ so, dass für den Beobachtungsfehler $\lim_{t\to\infty}(\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}) = 0$ gilt.

b) Wie müssen die Koeffizienten $\hat{b}_1$ und $\hat{b}_2$ gewählt werden, damit die Eigenwerte der Systemmatrix des Beobachters $\hat{\mathbf{A}}$ bei $s_1 = s_2 = -2$ liegen?

c) Für die Regelung der Strecke wird ein Zustandsregler der Form $u = -\begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}\hat{\mathbf{x}} + 1.25\,r$ verwendet. Die Zusammenschaltung von **Strecke, Zustandsregler und Beobachter** ergibt ein Gesamtsystem der Form:

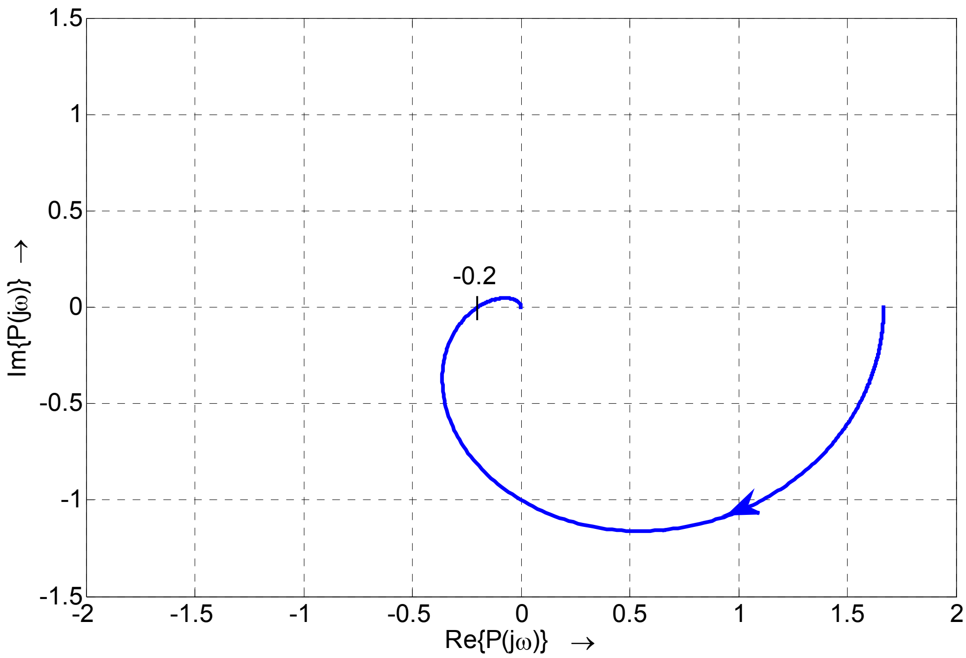
$$\frac{d\mathbf{z}}{dt} = \overline{\mathbf{A}}\,\mathbf{z} + \overline{\mathbf{b}}\,r \qquad y = \overline{\mathbf{c}}^T\mathbf{z} \qquad \text{mit} \qquad \mathbf{z} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}} \\ \mathbf{x} \end{bmatrix}$$

Bestimmen Sie *zahlenmäßig* die Systemdaten $\overline{\mathbf{A}}$, $\overline{\mathbf{b}}$ und $\overline{\mathbf{c}}^T$. Wo liegen die Eigenwerte der Matrix $\overline{\mathbf{A}}$?

Aufgabe 4:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Standardregelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y (siehe Bild Aufgabe 1).

Die Ortskurve $P(j\omega)$ der Strecke liegt graphisch vor:



a) Zu welcher der folgenden Übertragungsfunktionen $P(s)$ kann obige Ortskurve gehören? Begründen Sie Ihre Antwort!

i) $P(s)=\dfrac{10}{(s+2)(s+3)(s+5)}$ iii) $P(s)=\dfrac{-1(s-10)}{(s+2)(s+3)}$

ii) $P(s)=\dfrac{10}{(s+2)(s+3)}$ iv) $P(s)=\dfrac{(s+10)}{(s+2)(s+3)}$

b) Als Regler wird ein Proportionalregler $R(s)=K$ eingesetzt (K ist dabei ein reeller Parameter). Bestimmen Sie mit Hilfe des Nyquist-Kriteriums nachvollziehbar (mit Fallunterscheidungen und Ermittlung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

c) Für den Regler gilt nun $K=1$. Ist bei obigem Regelkreis das vereinfachte Schnittpunkt-Kriterium anwendbar? Geben Sie die dazu notwendigen Bedingungen an und überprüfen Sie diese! Bestimmen Sie die Phasenreserve Φ_r und die Durchtrittsfrequenz ω_c.

Hinweis: $\Delta arc\{1+L(j\omega)\}=(n_a+2n_r)\dfrac{\pi}{2}$

$L(s)$ stellt hierbei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.

Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik** am 29.1.2009

Name / Vorname(n):

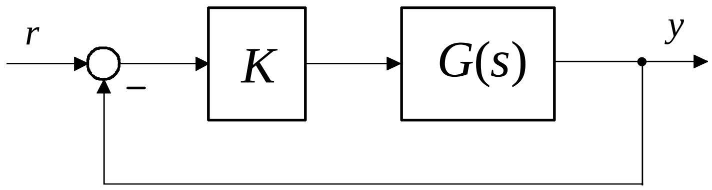
Studienrichtung:

Kenn-Matr.Nr.:

	1	2	3
erreichbare Punkte	6	7	8
erreichte Punkte			

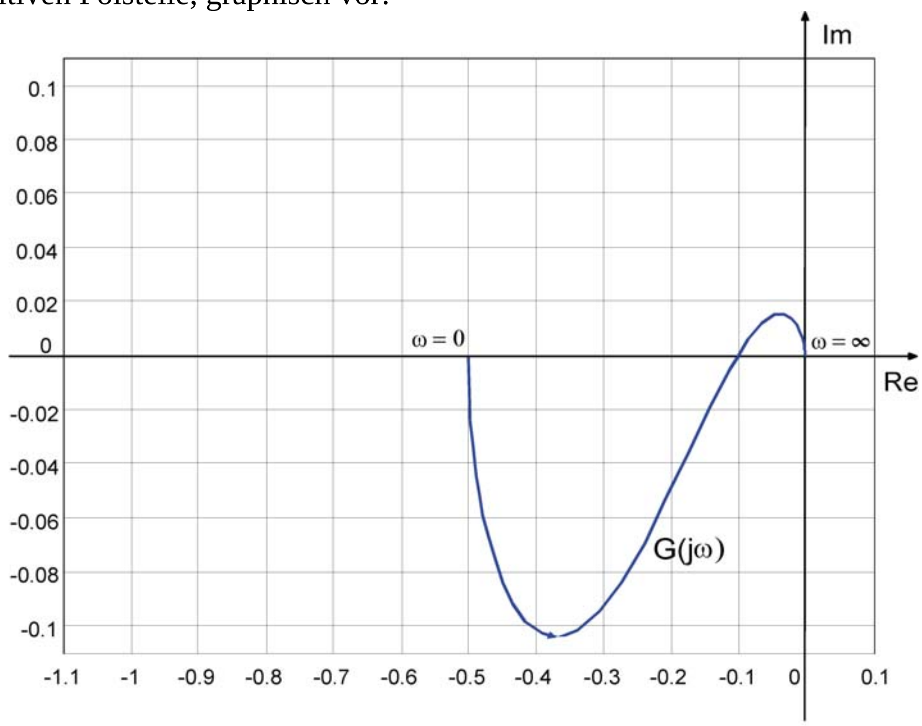
Aufgabe 1

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße *r* und der Ausgangsgröße *y*:



(*K* ist hierbei ein reeller positiver Parameter.)

Zusätzlich liege der Frequenzgang $G(j\omega)$ einer Strecke 3. Ordnung mit $n_r = 1$, d.h. mit einer reellen positiven Polstelle, graphisch vor:



a) Bestimmen Sie mit Hilfe des NYQUIST-Kriteriums den größtmöglichen Wertebereich des Parameters *K*, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

b) Zeigen Sie, dass mit Hilfe des obigen Proportionalreglers (*K*) folgende Forderung *nicht* erreicht werden kann:

$$\lim_{t\to\infty} y(t) \le 1.1 \quad \text{für} \quad r(t) = \sigma(t)$$

Hinweis: $\Delta arc\{1+L(j\omega)\} = (n_a + 2n_r)\dfrac{\pi}{2}$

$L(s)$ stellt hierbei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.

Aufgabe 2

Gegeben sei ein mathematisches Modell der Form:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{x} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} u$$

a) Kann durch den Einsatz eines Zustandsreglers der Form

$$u = -\mathbf{h}^T \mathbf{x} = -\begin{pmatrix} h_1 & h_2 & h_3 \end{pmatrix} \mathbf{x}$$

eine beliebige Lage der Eigenwerte der Systemmatrix des Regelkreises erzielt werden? (Begründen Sie Ihre Antwort!)

b) Entwerfen Sie für obiges Modell einen konstanten Zustandsregler gemäß a) so, dass alle Eigenwerte des geregelten Systems bei

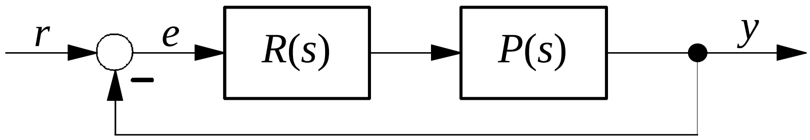
$$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = -1$$

liegen.

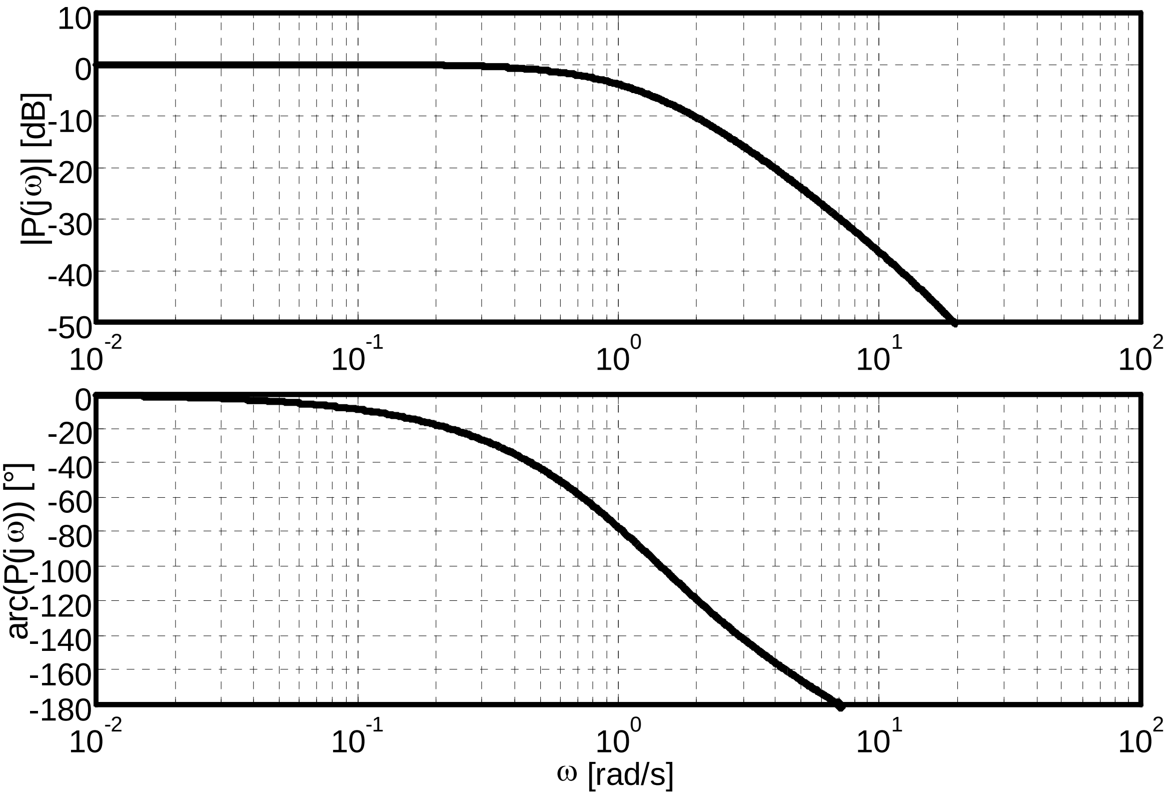
c) Bei der Realisierung des Zustandsreglers aus b) wurde irrtümlich $h_1 = 0$ gesetzt.
Ist der so entstandene Regelkreis asymptotisch stabil? (Begründen Sie Ihre Antwort!)

Aufgabe 3:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Die Regelstrecke mit der Übertragungsfunktion $P(s)$ sei „vom einfachen Typ“, ihr Frequenzgang $P(j\omega)$ liegt in Form folgender BODE-Diagramme graphisch vor:



a) Als Regler soll zunächst ein Proportionalregler $R(s) = K$ (K ist hierbei ein reeller Parameter) eingesetzt werden. Dimensionieren Sie mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens den Proportionalregler so, dass die Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises ein prozentuales Überschwingen von 10 $[\%]$ aufweist. Wie groß ist die zu erwartende Anstiegszeit t_r ? (*Begründen Sie Ihre Antwort.*)

b) Als Führungsgröße wird $r(t) = 9\cos(7t)$ gewählt. Berechnen Sie für den unter a) ermittelten Regler den Regelfehler $e(t)$ im *eingeschwungenen Zustand*.

c) Der Regler wird nun mit $R(s) = K \cdot \frac{1+s/\omega_Z}{1+s/\omega_N}$ mit $\omega_N = m\omega_Z$

angesetzt (K, ω_Z und ω_N sind hierbei reelle Parameter). Dimensionieren Sie mit Hilfe der folgenden Tabelle (näherungsweise) die Parameter ω_Z und ω_N so, dass gegenüber a) bei gleichem Überschwingen die Anstiegszeit t_r halbiert wird.

$m = \frac{\omega_N}{\omega_Z}$:	2	3	4	5	6
$\Delta\varphi_{\max} = \arcsin\left(\frac{m-1}{m+1}\right)$:	19°	30°	37°	42°	46°
$\lvert m \rvert_{dB}$:	6	9.5	12	14	15.5

Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik**
am 20.03.2009

Name / Vorname(n):

Studienrichtung:

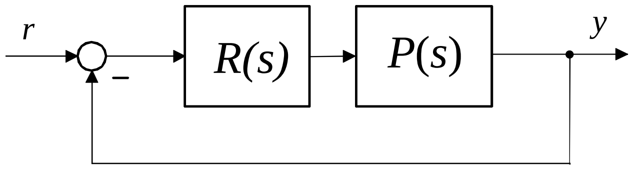
Kenn-Matr.Nr.:

Bonuspunkte aus den MATLAB-Übungen: ○ ja ○ nein

	1	2	3
erreichbare Punkte	7	7	7
erreichte Punkte			

Aufgabe 1

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Standard-Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Als Regler wird ein Proportional-Regler mit der Übertragungsfunktion *R(s) = K* verwendet. *K* ist hierbei ein reeller Parameter.
Die Übertragungsfunktion der Strecke lautet:

$$P(s) = \frac{s-1.5}{s^2+2s+1}$$

a) Skizzieren Sie für $K = 1$ den Verlauf der Frequenzgangs-Ortskurve $L(j\omega)$ des offenen Kreises in der komplexen Ebene.
b) Bestimmen Sie mit Hilfe des NYQUIST-Kriteriums in **nachvollziehbarer Weise** (mit Fallunterscheidung und Ermittlung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters *K*, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.
c) Als Führungsgröße wird nun $r(t) = \cos(2t)$ gewählt. Berechnen Sie die Ausgangsgröße $y(t)$ im **eingeschwungenen Zustand** für $K = 0.5$.

Hinweis: $\Delta arc\left\{1 + L(j\omega)\right\} = (n_a + 2n_r)\frac{\pi}{2}$

$L(s)$ stellt hierbei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.

Aufgabe 2

Gegeben sei die Übertragungsfunktion $P(s)$ einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y:

$$P(s) = \frac{2s-1}{s^3+3s^2+3s+1}$$

a) Geben Sie das zugehörige mathematische Modell in der Steuerbarkeitsnormalform

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}_b\mathbf{x} + \mathbf{e}_n u, \quad y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du$$

an.

Zur Regelung des Systems aus Punkt a) wird nun ein Zustandsregler der Form $u = -\mathbf{h}^T\mathbf{x} + r$ eingesetzt.

b) Ermitteln Sie $\mathbf{h}^T$ so, dass die Eigenwerte des Regelkreises bei $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = -3$ liegen.

c) Da der Zustandsvektor $\mathbf{x}$ messtechnisch nicht erfassbar ist, soll ein asymptotischer Beobachter der Form

$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = (\mathbf{A} - \hat{\mathbf{b}}\mathbf{c}^T)\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \hat{\mathbf{b}}y$$

verwendet werden. Für den Vektor stehen zwei mögliche Varianten zur Auswahl:

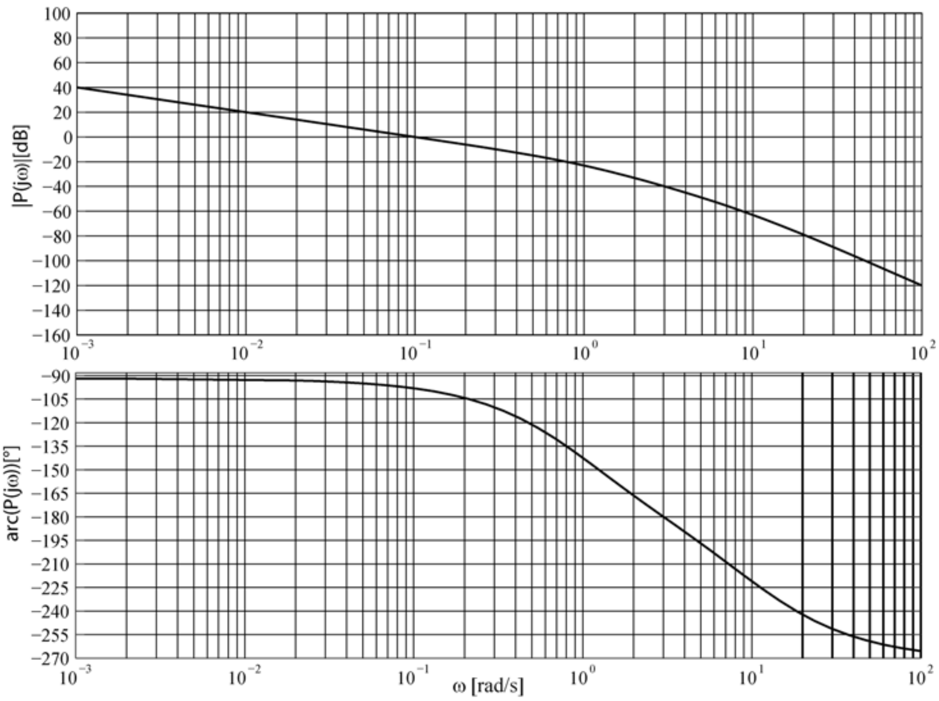
(i) $\hat{\mathbf{b}} = [0 \;\; 0 \;\; 1]^T$ (ii) $\hat{\mathbf{b}} = [-10 \;\; 0 \;\; -10]^T$

Wählen Sie einen Vektor und begründen Sie Ihre Wahl.

Aufgabe 3

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Standard-Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y aus Aufgabe 1.

Die Regelstrecke mit der Übertragungsfunktion $P(s)$ sei „vom einfachen Typ“; Ihr Frequenzgang $P(j\omega)$ liegt in Form von BODE-Diagrammen graphisch vor:



a) Als Regler wird zunächst ein Proportionalregler $R(s) = K$ (K ist hierbei ein reeller Parameter) eingesetzt.
   - Dimensionieren Sie mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens den Proportionalregler so, dass die Phasenreserve bei 45° liegt, d.h. $\Phi_r = 45°$.
   - Ermitteln Sie näherungsweise und nachvollziehbar die Anstiegszeit t_r und die prozentuale Überschwingweite $\ddot{u}$ des Regelkreises.
   - Ermitteln Sie näherungsweise und nachvollziehbar die bleibende Regelabweichung e_∞ des geschlossenen Regelkreises auf die Rampenfunktion $r(t) = t\sigma(t)$.

b) Der Regler wird nun mit $R(s) = K\dfrac{1+s/\omega_z}{1+s/\omega_N}$ angesetzt.

(K, ω_N, ω_Z sind hierbei reelle Parameter). Dimensionieren Sie die Parameter so, dass die Anstiegszeit t_r nur noch 1.5 beträgt und die prozentuale Überschwingweite gegenüber a) auf 2/5 reduziert wird.

Hinweis:

$m = \dfrac{\omega_N}{\omega_Z}$:	0.5	2	3	4	5	6
$\Delta\varphi_{\max} = \arcsin\left(\dfrac{m-1}{m+1}\right)$:	-19°	19°	30°	37°	42°	46°
$\lvert m \rvert_{dB}$:	-6	6	9.5	12	14	15.5

Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik** am 30.06.2009

Name / Vorname(n):

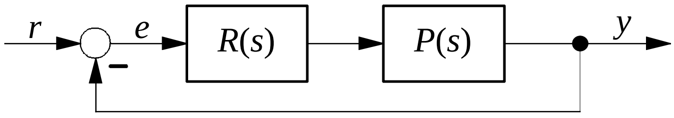
Matrikel-Nummer:

Bonuspunkte aus den MATLAB-Übungen: O ja O nein

	1	2	3	4
erreichbare Punkte	6	7	4	4
erreichte Punkte				

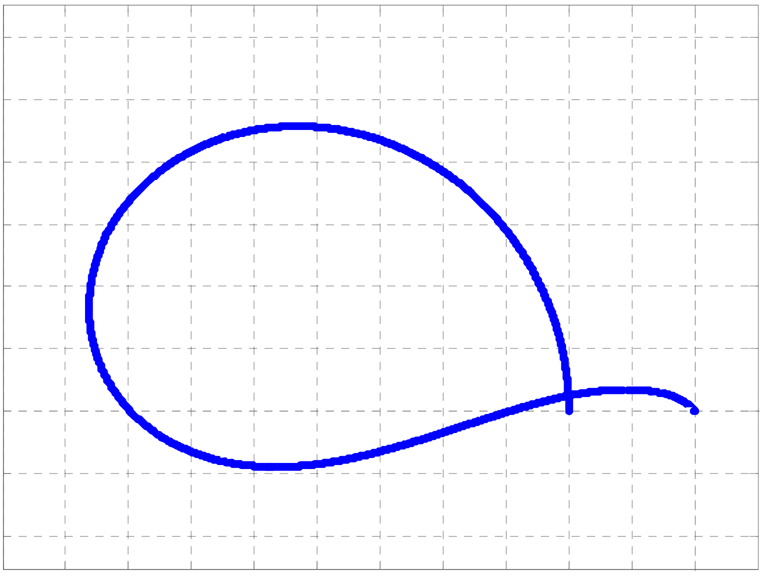
Aufgabe 1:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Die Übertragungsfunktion der Strecke lautet: $$P(s)=\frac{50(10s-1)}{3(s+5)(s+10)(s-1)^2}$$

Als Regler wird ein Proportionalregler $R(s)=K$ eingesetzt (K ist dabei ein reeller, *positiver* Parameter). Zusätzlich liegt der Frequenzgang $P(j\omega)$ der Strecke für $0\le\omega\le\infty$ in maßstäblicher Darstellung, aber ohne Beschriftung, graphisch vor.



a) Ist das vereinfachte Schnittpunkt-Kriterium hier anwendbar? Prüfen sie **alle** dafür notwendigen Bedingungen!

b) Bestimmen Sie mit Hilfe des Nyquist-Kriteriums nachvollziehbar (mit Fall-unterscheidungen und Ermittlung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

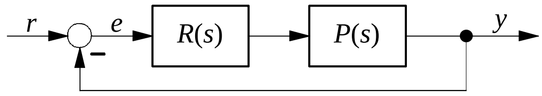
c) Ermitteln Sie den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den bei Verwendung einer sprungförmigen Führungsgröße $r(t)=\sigma(t)$ eine bleibende Regelabweichung $e_\infty=\lim\limits_{t\to\infty}e(t)<2$ erzielt wird.

Hinweis: $\Delta arc\{1+L(j\omega)\}=(n_a+2n_r)\dfrac{\pi}{2}$

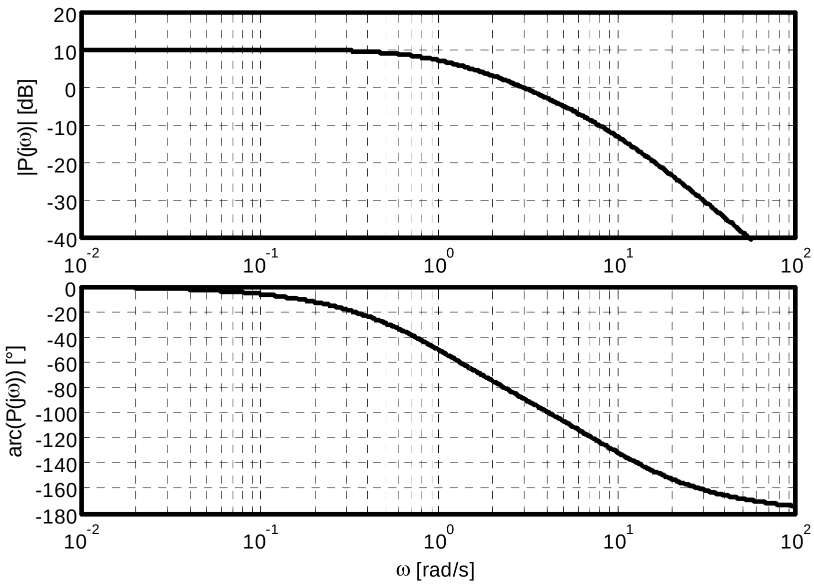
$L(s)$ stellt hierbei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.

Aufgabe 2:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Die Regelstrecke mit der Übertragungsfunktion $P(s)$ sei „vom einfachen Typ“, ihr Frequenzgang $P(j\omega)$ liegt in Form von Bode-Diagrammen graphisch vor:



a) Ermitteln Sie für den P-Regler $R(s)=1$ und der Führungsgröße $r(t)=2\cos(3t+\pi/4)$ den Regelfehler $e(t)$ im *eingeschwungenen Zustand*.

b) Nun wird ein PI-Regler $R(s)=K\dfrac{1+s/\omega_1}{s}$ (mit den reellen Parametern K und ω_1) eingesetzt. Skizzieren Sie zunächst die Bode-Diagramme des Reglers für $K=1$ und $\omega_1=10$. Dimensionieren Sie mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens näherungsweise und **nachvollziehbar** den Regler so, dass die Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises die Anstiegszeit $t_r=0.5$ s und die Überschwingweite $M_p=1.25$ aufweist.

c) Die Anstiegszeit der Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises mit dem unter b) dimensionierten Regler soll bei gleicher Überschwingweite und gleicher bleibender Regelabweichung auf ein Zehntel reduziert werden. **Erweitern** Sie den unter b) gefundenen Regler auf geeignete Weise und dimensionieren Sie näherungsweise und **nachvollziehbar** Ihre Erweiterung. Geben Sie die **komplette** Regler-Übertragungsfunktion an!

m:	2	2.5	3	3.5	4	5	6	8	10
$\Delta\varphi_{\max}=\arcsin\left(\dfrac{m-1}{m+1}\right)$:	19°	25°	30°	34°	37°	42°	46°	51°	55°
$\lvert m\rvert_{dB}$:	6	8	9.5	11	12	14	15.5	18	20

Aufgabe 3:

Gegeben sei das mathematische Modell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße *u*:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

a) Transformieren Sie obiges System in Steuerbarkeitsnormalform $\frac{d\mathbf{z}}{dt} = \mathbf{A_B}\,\mathbf{z} + \mathbf{e_2}\,u$.

b) Entwerfen Sie einen Zustandsregler der Form $u = -\mathbf{k}^T\mathbf{z}$ so, dass die Eigenwerte des Regelkreises bei $\lambda_{1,2} = -1 \pm j$ liegen.

Aufgabe 4:

Gegeben sei das mathematische Modell einer Strecke mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y :

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} u \qquad y = \begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

a) Da der Zustandsvektor $\mathbf{x}$ messtechnisch nicht erfassbar ist, soll ein asymptotischer Beobachter der Form

$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \hat{\mathbf{A}}\,\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}\,u + \hat{\mathbf{b}}\,y \qquad \text{mit} \qquad \hat{\mathbf{b}} = \begin{bmatrix} \hat{b}_1 \\ \hat{b}_2 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

verwendet werden. Bestimmen Sie den größtmöglichen Bereich der reellen Koeffizienten $\hat{b}_1$ und $\hat{b}_2$ so, dass für den Beobachtungsfehler $\lim_{t\to\infty}(\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}) = 0$ gilt.

b) Wie müssen die Koeffizienten $\hat{b}_1$ und $\hat{b}_2$ gewählt werden, damit die Eigenwerte der Systemmatrix des Beobachters $\hat{\mathbf{A}}$ bei $\zeta_1 = -1$ und $\zeta_2 = -2$ liegen?

c) Die Zusammenschaltung von **Strecke und Beobachter** ergibt ein Gesamtsystem der Form:

$$\frac{d\mathbf{z}}{dt} = \bar{\mathbf{A}}\,\mathbf{z} + \bar{\mathbf{b}}\,u \qquad y = \bar{\mathbf{c}}^T\mathbf{z} \qquad \text{mit} \qquad \mathbf{z} = \begin{bmatrix} \mathbf{e} \\ \mathbf{x} \end{bmatrix}$$

Bestimmen Sie *zahlenmäßig* die Systemdaten $\bar{\mathbf{A}}$, $\bar{\mathbf{b}}$ und $\bar{\mathbf{c}}^T$. Wo liegen die Eigenwerte der Matrix $\bar{\mathbf{A}}$?