Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik** am 25.10.2007

Name / Vorname(n):

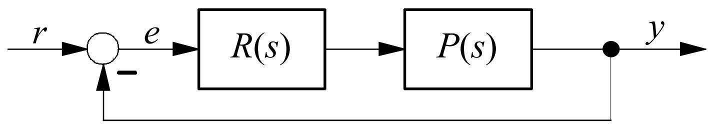
Matrikel-Nummer:

Bonuspunkte aus den MATLAB-Übungen: O ja O nein

	1	2	3	4	
erreichbare Punkte	5	6	4	6	
erreichte Punkte					

Aufgabe 1:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y :



Die Übertragungsfunktion der Strecke lautet: $P(s) = \frac{1}{(s+1)^n}$ wobei $n = 1, 2, 4$

Die Übertragungsfunktion des Reglers lautet: $R(s) = K$ (K reell und *positiv*)

a) Skizzieren Sie für die gegebenen Werte von n jeweils die Frequenzkennlinien der Strecke.

b) Skizzieren Sie für die angegebenen Werte von n jeweils die Ortskurve $P(j\omega)$ der Strecke.

c) Bestimmen Sie mit Hilfe des Nyquist-Kriteriums für die angegebenen Werte von n den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

Hinweis: $\Delta arc\{1 + L(j\omega)\} = (n_a + 2n_r)\frac{\pi}{2}$

$L(s)$ stellt hierbei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.

Aufgabe 2:

Gegeben sei das mathematische Modell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y :

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}u \qquad y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}\mathbf{x}$$

Zur Regelung wird ein Zustandsregler der Form $u = -\mathbf{h}^T\mathbf{x} + Vr$ eingesetzt.

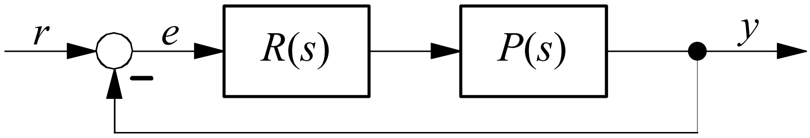
a) Geben Sie allgemeine Bedingungen für die Elemente des Vektors $\mathbf{h} = \begin{bmatrix} h_1 & h_2 \end{bmatrix}^T$ so an, dass der Regelkreis asymptotisch stabil ist. Zeichnen Sie den gefundenen „Stabilitätsbereich" in der $h_1 - h_2$ Ebene ein.

b) Wie sind die Reglerparameter zu wählen, damit die Führungsübertragungsfunktion

$T(s) = \left.\frac{y(s)}{r(s)}\right|_{\mathbf{x}_0 = \mathbf{0}}$ *erster* Ordnung ist?

Aufgabe 3:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Für die Übertragungsfunktion der Strecke gilt: $P(s)=\dfrac{10}{(s+1)^2}$

Als Regler wird der PI-Regler $R(s)=K\left(1+\dfrac{1}{s}\right)$ eingesetzt. Hierbei ist K ein reeller Parameter.

a) Ermitteln Sie den Parameter K so, dass für die Anstiegszeit der Sprungantwort des Regelkreises $t_r \approx 1.5$ gilt. Wie groß ist das zu erwartende prozentuale Überschwingen?

b) Ermitteln Sie für $r(t)=[1+2t]\sigma(t)$ die bleibende Regelabweichung $e_\infty=\lim\limits_{t\to\infty} e(t)$.

Aufgabe 4:

Gegeben sei das mathematische Modell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y (α reell):

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt}=\begin{bmatrix}\alpha & 1\\ -1 & \alpha+3\end{bmatrix}\mathbf{x}+\begin{bmatrix}1\\ -1\end{bmatrix}u$$
$$y=\begin{bmatrix}1 & -1\end{bmatrix}\mathbf{x}$$

a) Geben Sie Bedingungen für α an, damit das System steuerbar bzw. beobachtbar ist.

b) Entwerfen Sie einen Zustandsbeobachter der Form $\dfrac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt}=\hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{x}}+\mathbf{b}u+\hat{\mathbf{b}}y$ so, dass gilt:

$\tilde{\mathbf{x}}=\mathbf{x}-\hat{\mathbf{x}}=\begin{bmatrix}\tilde{x}_{1,0}e^{-kt}\\ \tilde{x}_{2,0}e^{-t}\end{bmatrix}$ wobei $\tilde{\mathbf{x}}(t=0)=\begin{bmatrix}\tilde{x}_{1,0}\\ \tilde{x}_{2,0}\end{bmatrix}$. Wie lautet der reelle Parameter k?

Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik** am 31.1.2008

NACHNAME:

Vorname(n):

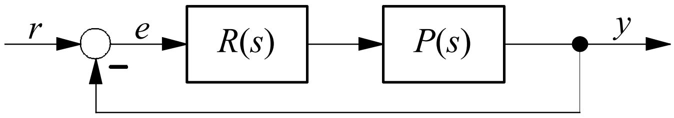
Kenn-Matr.Nr.:

Bonuspunkte aus Matlab-Übung: O Ja O Nein

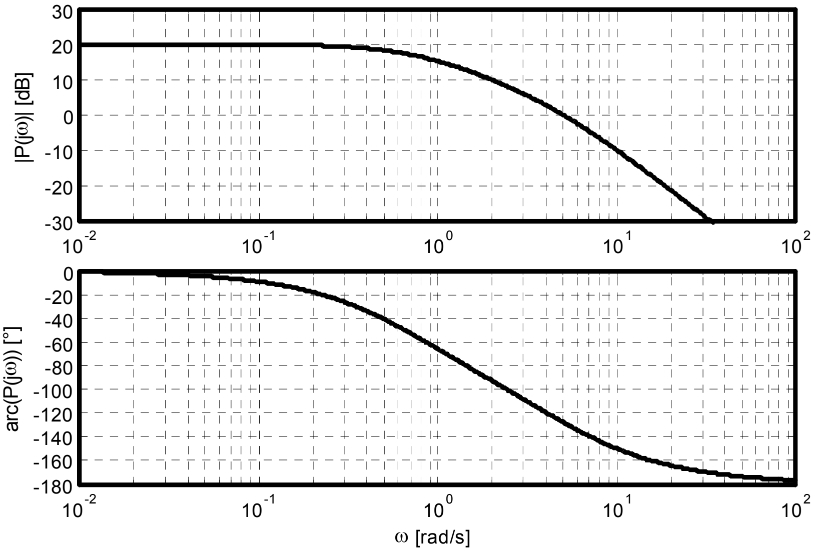
	1	2	3	4
erreichbare Punkte	7	6	4	4
erreichte Punkte				

Aufgabe 1:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Die Regelstrecke mit der Übertragungsfunktion $P(s)$ sei „vom einfachen Typ", ihr Frequenzgang $P(j\omega)$ liegt in Form eines Bode-Diagramms graphisch vor:



Ein selbsternannter „Regelungstechnik-Guru" entwirft nun mehrere Regler:

a) Zunächst ein einfacher Proportionalregler: $R(s) = 1/\sqrt{10}$.
Ermitteln Sie näherungsweise und **nachvollziehbar** die Anstiegszeit t_r sowie die bleibende Regelabweichung e_∞ der Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises.

b) Anschließend ein integrierender Regler: $R(s) = 5/s$.
Ermitteln Sie näherungsweise und **nachvollziehbar** die Durchtrittsfrequenz ω_c, die Anstiegszeit t_r sowie die bleibende Regelabweichung e_∞.

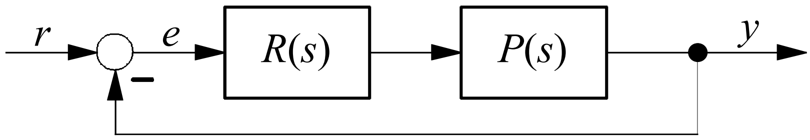
c) Abschließend etwas komplizierteres: $R(s) = \sqrt{1000}\,\dfrac{1+s/0.1}{1+s/0.01}$.
Ermitteln Sie näherungsweise und **nachvollziehbar** die Anstiegszeit t_r sowie das prozentuales Überschwingen $\ddot{u}$ der Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises.

Hilfestellung:

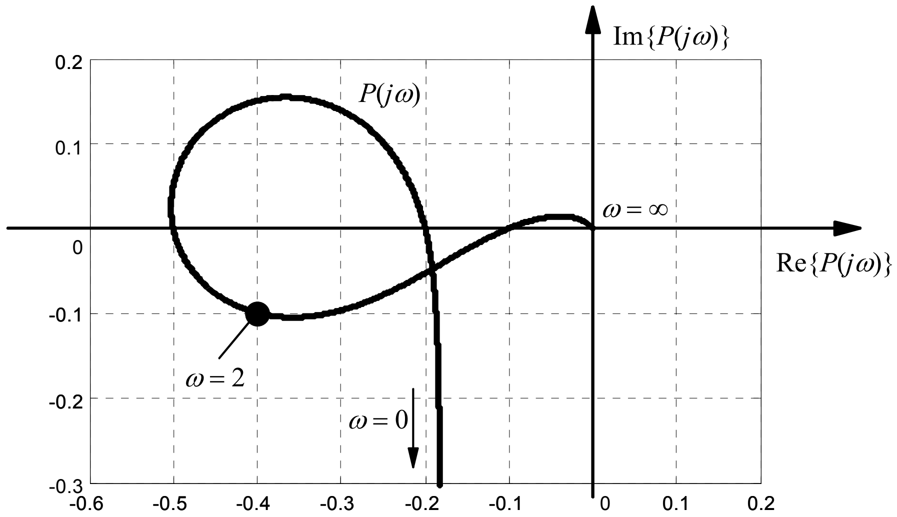
m:	2	3	4	5	6	8	10
$\Delta\varphi_{\max} = \arcsin\left(\dfrac{m-1}{m+1}\right)$:	19°	30°	37°	42°	46°	51°	55°
$\lvert m\rvert_{dB}$:	6	9.5	12	14	15.5	18	20

Aufgabe 2:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Von der Übertragungsfunktion der Strecke $P(s)$ ist bekannt, dass genau 2 ihrer 5 Pole einen negativen Realteil aufweisen. Zusätzlich liegt der Frequenzgang $P(j\omega)$ der Strecke für $0 \leq \omega < \infty$ graphisch vor:



Als Regler soll nun ein Proportionalregler $R(s) = K$ eingesetzt werden (K ist hierbei ein positiver reeller Parameter).

a) Bestimmen Sie mit Hilfe des Nyquist-Kriteriums **nachvollziehbar** (mit Fallunterscheidung und Ermittlung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

b) Als Führungsgröße wird $r(t) = 3 + 5\cos(2t)$ gewählt. Ermitteln Sie im eingeschwungenen Zustand den Regelfehler $e(t)$ für:

$$\alpha)\quad K = 1.0$$
$$\beta)\quad K = 2.5$$

Hinweis: $\Delta \text{arc}\left\{1 + L(j\omega)\right\} = (n_a + 2n_r)\pi/2$

$L(s)$ stellt hierbei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.

Aufgabe 3:

Gegeben sei folgendes mathematische Modell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix} u =: \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u\,, \qquad y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}\mathbf{x} =: \mathbf{c}^T\mathbf{x}$$

Zur Schätzung des Zustandsvektors soll ein asymptotischer Zustandsbeobachter der Form $d\hat{\mathbf{x}}/dt = \hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \hat{\mathbf{b}}y$ verwendet werden.

a) Bestimmen Sie die Größe $\hat{\mathbf{b}}$ so, dass die Dynamikmatrix des Beobachterfehlers $(\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}})$ Eigenwerte bei $s_{1,2} = -2 \pm j$ besitzt.

b) Die Zusammenschaltung von Regelstrecke und Zustandsbeobachter ergibt ein System mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{z}$ und der Ausgangsgröße y:

$$\frac{d\mathbf{z}}{dt} = \bar{\mathbf{A}}\mathbf{z} + \bar{\mathbf{b}}u \qquad \text{mit} \qquad \mathbf{z} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}} \\ \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}} \end{bmatrix}$$
$$y = \bar{\mathbf{c}}^T\mathbf{z}$$

Bestimmen Sie *zahlenmäßig* die Systemdaten $\bar{\mathbf{A}}$, $\bar{\mathbf{b}}$ und $\bar{\mathbf{c}}^T$.

c) Kann man *prinzipiell* mit diesem Zustandsbeobachter und dem Zustandsregelgesetz $u = -\mathbf{h}^T\hat{\mathbf{x}} + Vr$ einen Kontrollbeobachter so konstruieren, dass das Gesamtsystem aus Regelstrecke, Zustandsregler und Zustandsbeobachter asymptotisch stabil ist ? (Geben Sie eine mathematische Begründung an!)

Aufgabe 4:

Gegeben sei folgendes mathematische Modell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u und dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u =: \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u$$

Zur Regelung dieser Strecke soll ein Zustandsregler der Form $u = -\begin{bmatrix} h_1 & h_2 & h_3 \end{bmatrix}\mathbf{x} = -\mathbf{h}^T\mathbf{x}$ eingesetzt werden, wobei aufgrund einer Management-Entscheidung $h_2 = 0$ gelten soll.

a) Berechnen Sie das charakteristische Polynom der Dynamikmatrix des geregelten Systems.

b) Geben Sie Bedingungen für h_1 und h_3 so an, dass der Regelkreis asymptotisch stabil ist. Stellen Sie den gefundenen Bereich in der h_1 - h_3-Ebene grafisch dar.

Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik** am 7.3.2008

NACHNAME:

Vorname(n):

Kenn-Matr.Nr.:

Bonuspunkte aus Matlab-Übung: O Ja O Nein

	1	2	3	4
erreichbare Punkte	4	5	5	5
erreichte Punkte				

Aufgabe 1:

Gegeben sei die Übertragungsfunktion $T(s) = \dfrac{1}{s^2 + \alpha s + 1}$ mit $\alpha > 0$.

Ermitteln Sie den Parameter α so, dass für die Überschwingweite und die Anstiegszeit der Sprungantwort von $T(s)$ gilt:

$$\ddot{u} \approx 25\%, \quad t_r \approx 1.5$$

Hinweis: Die Sprungantwort von $T(s)$ soll *nicht* explizit berechnet werden!

Aufgabe 2:

Gegeben sei folgendes mathematische Modell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u =: \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u, \qquad y = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x} =: \mathbf{c}^T \mathbf{x}$$

Zur Schätzung des Zustandsvektors soll ein asymptotischer Zustandsbeobachter der Form $d\hat{\mathbf{x}}/dt = \hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \hat{\mathbf{b}}y$ verwendet werden.

a) Kann die Größe $\hat{\mathbf{b}}$ so bestimmt werden, dass die Dynamikmatrix des Beobachterfehlers $(\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}})$ eine Diagonalmatrix ist? Ist diese Vorgangsweise sinnvoll? (Begründen Sie ihre Antwort!)

Setzen Sie nun $\hat{\mathbf{b}} = \begin{bmatrix} 2 & 4 \end{bmatrix}^T$.

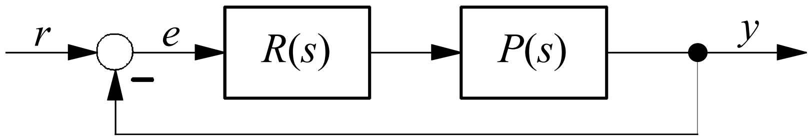
b) Die Zusammenschaltung von Regelstrecke und Zustandsbeobachter ergibt ein System mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{z}$ und der Ausgangsgröße y:

$$\frac{d\mathbf{z}}{dt} = \overline{\mathbf{A}}\mathbf{z} + \overline{\mathbf{b}}u \qquad \text{mit} \qquad \mathbf{z} = \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \hat{\mathbf{x}} \end{bmatrix}$$
$$y = \overline{\mathbf{c}}^T \mathbf{z}$$

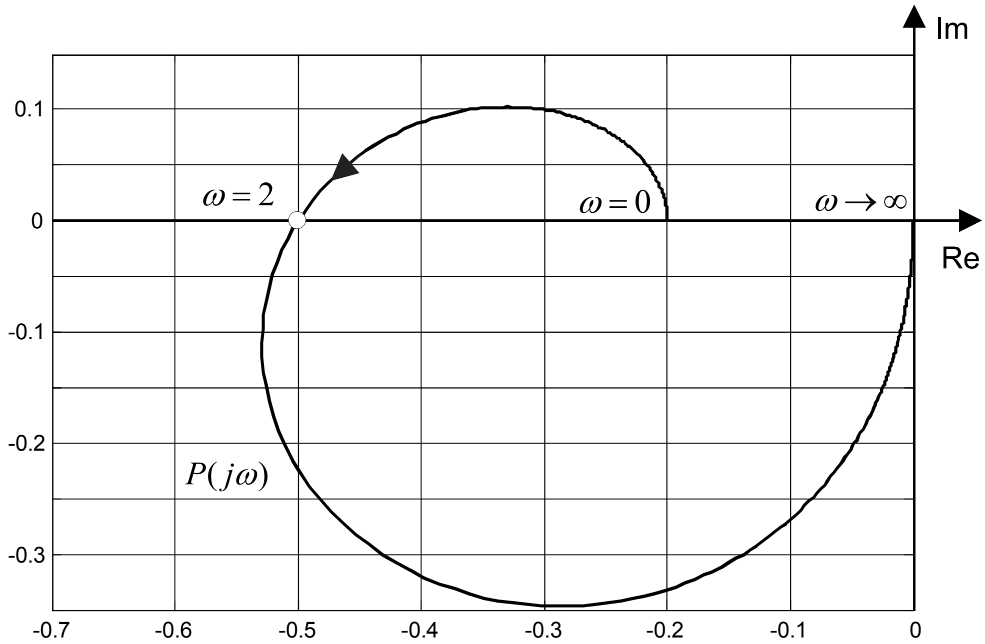
Bestimmen Sie *zahlenmäßig* die Systemdaten $\overline{\mathbf{A}}$, $\overline{\mathbf{b}}$ und $\overline{\mathbf{c}}^T$. Berechnen Sie die Eigenwerte der Matrix $\overline{\mathbf{A}}$. (Begründen Sie ihre Antwort!)

Aufgabe 3:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Von der Übertragungsfunktion der Strecke $P(s)$ ist bekannt, dass ihre beiden Polstellen einen positiven Realteil aufweisen. Zusätzlich liegt der Frequenzgang $P(j\omega)$ der Strecke für $0 \le \omega < \infty$ graphisch vor:



Als Regler soll nun ein Proportionalregler $R(s) = K$ eingesetzt werden (K ist hierbei ein positiver reeller Parameter).

a) Bestimmen Sie mit Hilfe des Nyquist-Kriteriums **nachvollziehbar** (mit Fallunterscheidung und Ermittlung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

b) Als Führungsgröße wird $r(t) = 1 + 2\cos(2t)$ gewählt. Ermitteln Sie im eingeschwungenen Zustand die Ausgangsgröße $y(t)$ für:

α) $K = 1$
β) $K = 3$

Hinweis: $\Delta \text{arc}\{1 + L(j\omega)\} = (n_a + 2n_r)\pi / 2$

$L(s)$ stellt hierbei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.

Aufgabe 4:

Gegeben sei folgendes mathematische Modell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}u \;, \qquad y = [1 \quad 1]\mathbf{x}$$

Zur Regelung dieser Strecke soll ein Zustandsregler der Form $u = -\mathbf{h}^T\mathbf{x} + Vr$ eingesetzt werden, wobei r die Führungsgröße repräsentiert.

a) Geben Sie Bedingungen für h_1 und h_2 so an, dass der Regelkreis asymptotisch stabil ist. Stellen Sie den gefundenen Bereich in der h_1 - h_2-Ebene grafisch dar.

b) Berechnen Sie $\mathbf{h}$ und V so, dass für die Führungsübertragungsfunktion des Regelkreises gilt: $T(s) = \left.\frac{y(s)}{r(s)}\right|_{\mathbf{x}_0=\mathbf{0}} = \frac{2}{s+2}$.

Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik** am 30.06.2008

Name / Vorname(n):

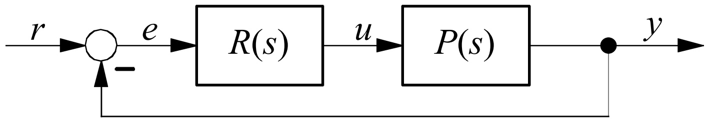
Matrikel-Nummer:

Bonuspunkte aus den MATLAB-Übungen: O ja O nein

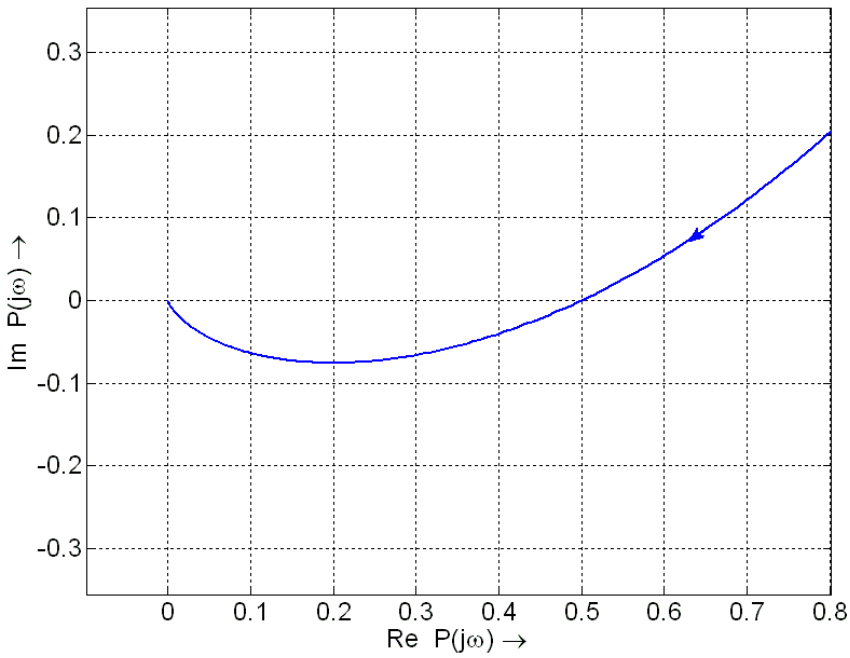
	1	2	3	4	
erreichbare Punkte	4	7	5	5	
erreichte Punkte					

Aufgabe 1:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y :



Die Übertragungsfunktion der Strecke ist vom Grade 3. Sie besitzt keine Nullstellen, keine Pole mit positivem Realteil und es gilt $\lim_{\omega\to 0}|P(j\omega)| \to \infty$. Der Frequenzgang $P(j\omega)$ der Strecke liegt graphisch vor:



Als Regler wird ein Proportionalregler $R(s) = K$ eingesetzt (K ist dabei ein reeller Parameter).

a) Bestimmen Sie mit Hilfe des Nyquist-Kriteriums nachvollziehbar (mit Fallunterscheidungen und Ermittlung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

b) Als Führungsgröße wird nun die Sprungfunktion $r(t) = \sigma(t)$ gewählt. Bestimmen Sie den größtmöglichen Bereich des Parameters K so, dass für die bleibende Regelabweichung gilt:

$$e_\infty = \lim_{t\to\infty} e(t) < \frac{1}{7}$$

Hinweis: $\Delta arc\{1 + L(j\omega)\} = (n_a + 2n_r)\dfrac{\pi}{2}$

$L(s)$ stellt hierbei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.

Aufgabe 2:

Gegeben sei das mathematische Modell einer Strecke mit der Eingangsgröße u und der Messgröße y

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & -\alpha \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 2 \\ \alpha \end{bmatrix}u \qquad\qquad y = \begin{bmatrix} -1 & \beta \end{bmatrix}\mathbf{x}$$

a) Ermitteln Sie die Eigenwerte der Strecke. Bestimmen Sie den größtmöglichen Wertebereich der Parameter α und β so, dass die Regelstrecke steuerbar ist.

Wählen Sie nun $\alpha = 2$ und $\beta = 1$.

b) Entwerfen Sie einen Zustandsregler der Form $u = -\mathbf{h}^T\mathbf{x} + Vr$ so, dass die Eigenwerte des Regelkreises bei

$$\lambda_1 = -1 \qquad \text{und} \qquad \lambda_2 = -2$$

liegen. Für die Ausgangsgröße soll $y_\infty = \lim_{t\to\infty} y(t) = 1$ gelten, wenn als Führungsgröße $r(t)$ die Sprungfunktion $\sigma(t)$ gewählt wird.

c) Da der Zustandsvektor $\mathbf{x}$ messtechnisch nicht erfassbar ist, soll ein asymptotischer Beobachter der Form

$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \hat{\mathbf{A}}\,\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}\,u + \hat{\mathbf{b}}\,y$$

verwendet werden. Ist dies *prinzipiell* möglich? Begründen Sie Ihre Antwort! Für den Vektor $\hat{\mathbf{b}}$ stehen zwei mögliche Varianten zur Auswahl:

(i) $\hat{\mathbf{b}} = [-7 \quad 1]^T$ (ii) $\hat{\mathbf{b}} = [-1 \quad -1]^T$

Wählen Sie einen Vektor $\hat{\mathbf{b}}$ und begründen Sie Ihre Wahl.

d) Die Zusammenschaltung von **Strecke und Beobachter** ergibt ein Gesamtsystem der Form:

$$\frac{d\mathbf{z}}{dt} = \bar{\mathbf{A}}\,\mathbf{z} + \bar{\mathbf{b}}\,u \qquad y = \bar{\mathbf{c}}^T\mathbf{z} \qquad \text{mit} \qquad \mathbf{z} = \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \hat{\mathbf{x}} \end{bmatrix}$$

Bestimmen Sie *zahlenmäßig* die Systemdaten $\bar{\mathbf{A}}$, $\bar{\mathbf{b}}$ und $\bar{\mathbf{c}}^T$. Wo liegen die Eigenwerte der Matrix $\bar{\mathbf{A}}$?

Aufgabe 3:

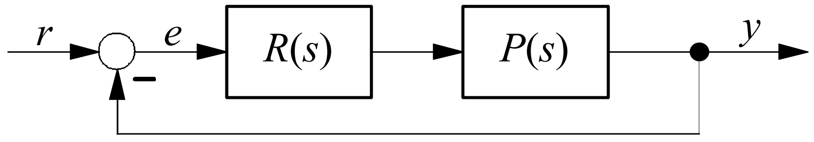
Skizzieren Sie die Bode-Diagramme und die Ortskurve $P(j\omega)$ folgender Übertragungsfunktion:

$$P(s) = \frac{s}{(s+1)(s+9)}$$

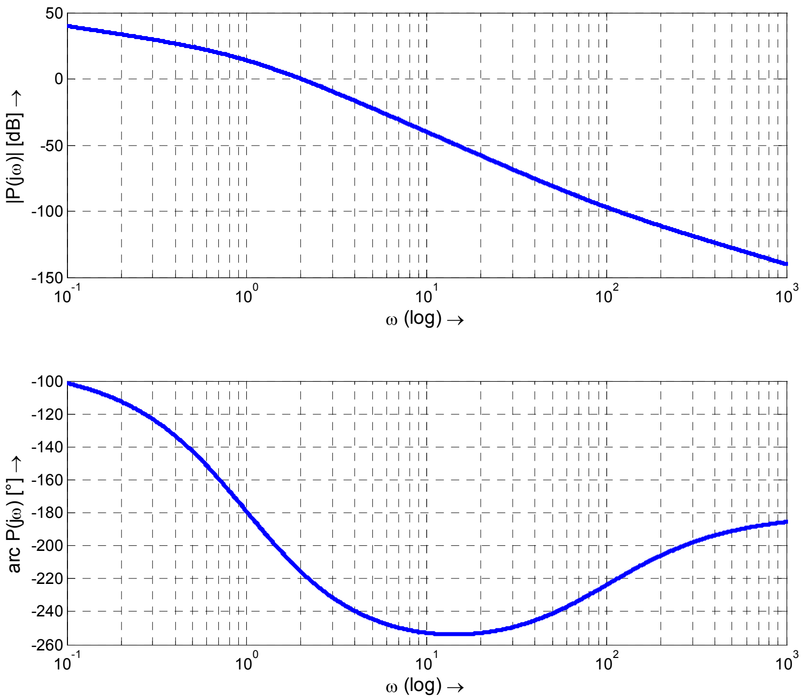
Bestimmen Sie zahlenmäßig alle Schnittpunkte der Ortskurve mit der reellen Achse.

Aufgabe 4:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Weiters sind die Bode-Diagramme der Strecke $P(s) = \dfrac{0.1(s+100)}{s(s+1)^2}$ gegeben:



a) Welche Bedingungen müssen erfüllt sein, damit der offene Kreis „vom einfachen Typ" ist? Ist dies hier der Fall?

Der Regelkreis soll eine Anstiegszeit von $t_r = 1.5\,s$ und eine Überschwingweite von $M_P = 1.33$ aufweisen.

b) Sind diese Forderungen mit Hilfe eines P-Reglers erfüllbar? Begründen Sie Ihre Antwort!

c) Entwerfen Sie mit Hilfe des Frequenzkennlinien-Verfahrens einen Regler der obige Spezifikationen erfüllt. Geben Sie die Übertragungsfunktion des Reglers an.

m:	2	3	4	5	6
$\Delta\varphi_{\max} = \arcsin\left(\dfrac{m-1}{m+1}\right)$:	19°	30°	37°	42°	46°
$\lvert m\rvert_{dB}$:	6	9.5	12	14	15.5