Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik** am 28. 10. 2005

Name / Vorname(n):

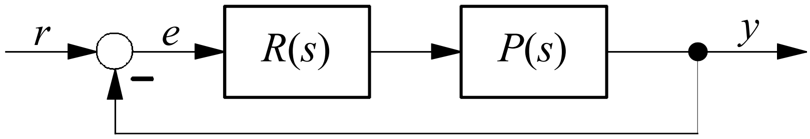
Kenn-Matr.Nr.:

Bonuspunkte:

	1	2	3	4
erreichbare Punkte	6	5	4	4
erreichte Punkte				

Aufgabe 1:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Für die Übertragungsfunktion der Strecke gilt:

$$P(s) = \frac{10}{(s+1)(s+100)}$$

Es soll nun eine Übertragungsfunktion $R(s)$ des Reglers so ermittelt werden, dass die Sprungantwort des Regelkreises näherungsweise eine Anstiegszeit von

$$t_r = 1.5\,s$$

besitzt und die bleibende Regelabweichung $e_\infty = \lim_{t\to\infty} e(t)$ verschwindet, d.h.

$$e_\infty = 0\,.$$

a) Welcher der folgenden Reglertypen eignet sich prinzipiell zur Erfüllung der obigen Anforderungen? (*Begründen Sie Ihre Antworten!)*

(i) *P-Regler*: $R(s) = K$

(ii) *PD-Regler*: $R(s) = K(1 + s/\omega_1)$

(iii) *PI-Regler*: $R(s) = K\dfrac{(1 + s/\omega_1)}{s}$

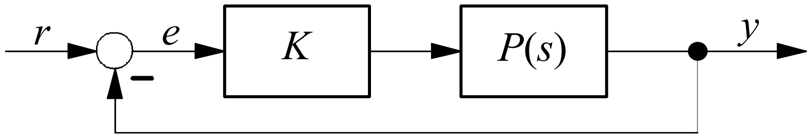
Hierbei sind K und ω_1 reelle Parameter.

b) Dimensionieren Sie die in Punkt a) ausgewählten Regler so, dass obige Anforderungen erfüllt werden.

c) Geben Sie die Übertragungsfunktion $T(s)$ des geschlossenen Regelkreises an. Wie groß ist das zu erwartende Überschwingen der Sprungantwort von $T(s)$?

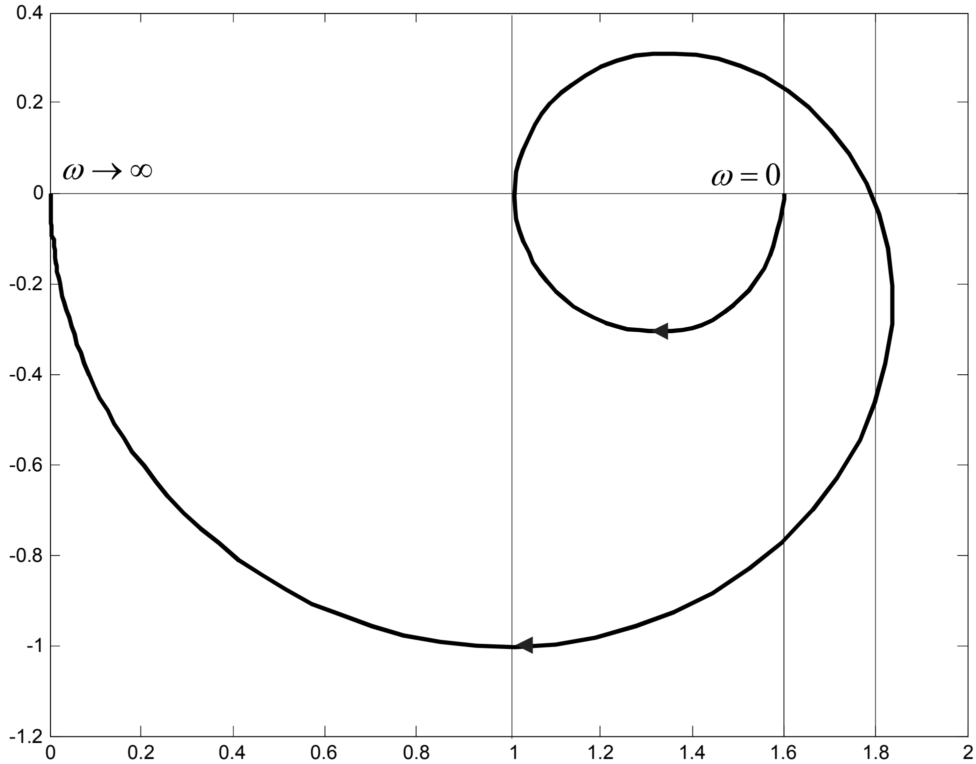
Aufgabe 2:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



(K ist hierbei ein reeller Parameter)

Der Frequenzgang $P(j\omega)$ der BIBO - stabilen Strecke $P(s)$ liegt graphisch vor:



a) Ermitteln Sie mit Hilfe des *NYQUIST*-Kriteriums den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

b) Als Führungsgröße wird nun die Sprungfunktion gewählt, d.h. $r(t) = \sigma(t)$. Ermitteln Sie den Wert $e_\infty = \lim_{t\to\infty} e(t)$ in Abhängigkeit des Parameters *K*. Skizzieren Sie den Verlauf der Funktion $e_\infty = f(K)$ in einem Diagramm.

Hinweis: $\Delta arc\{1 + L(j\omega)\} = (n_a + 2n_r)\dfrac{\pi}{2}$

$L(s)$ stellt hierbei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.

Aufgabe 3:

Gegeben sei das mathematische Modell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u und der Messgröße y

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}\mathbf{x}$$

a) Entwerfen Sie einen Beobachter der Form

$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \hat{\mathbf{b}}y$$

so, dass die Eigenwerte von $\hat{\mathbf{A}}$ bei

$$s_{1,2} = -0.5 \pm j\frac{\sqrt{3}}{2}$$

liegen.

b) Als Zustandsregler wird nun

$$u = -\mathbf{h}^T\hat{\mathbf{x}} = -\begin{bmatrix} -7 & -14 \end{bmatrix}\hat{\mathbf{x}}$$

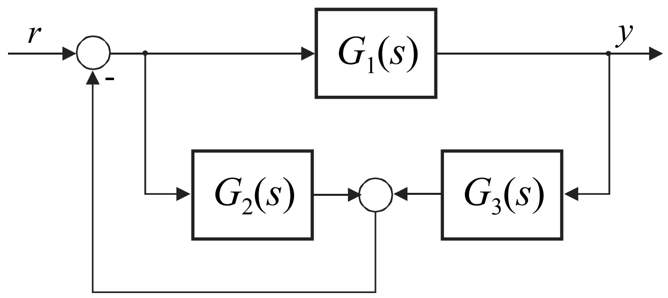
eingesetzt. Das mathematische Modell der Regelstrecke *mit* Beobachter *und* Zustandsregler lautet dann:

$$\frac{d\mathbf{z}}{dt} = \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{z} + \tilde{\mathbf{b}}u \qquad \text{wobei} \qquad \mathbf{z} = \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \hat{\mathbf{x}} \end{bmatrix}$$
$$y = \tilde{\mathbf{c}}^T\mathbf{z}$$

Ermitteln Sie die Größen $\tilde{\mathbf{A}}$, $\tilde{\mathbf{b}}$ und $\tilde{\mathbf{c}}^T$ des obigen Modells. Wo liegen die Eigenwerte von $\tilde{\mathbf{A}}$? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

Aufgabe 4:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



a) Ermitteln Sie die Führungsübertragungsfunktion $T(s)$ als Funktion der Übertragungsfunktionen $G_1(s)$, $G_2(s)$ und $G_3(s)$.

b) Für die Übertragungsfunktionen $G_1(s)$, $G_2(s)$ und $G_3(s)$ soll nun gelten:

$$G_1(s) = \alpha \qquad G_2(s) = \frac{1}{s} \qquad G_3(s) = \frac{s-1}{s+1}$$

(α ist hierbei ein reeller Parameter)

Ermitteln Sie den größtmöglichen Wertebereich des Parameters α, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft aufweist.

Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik** am 3. 2. 2006

Name / Vorname(n):

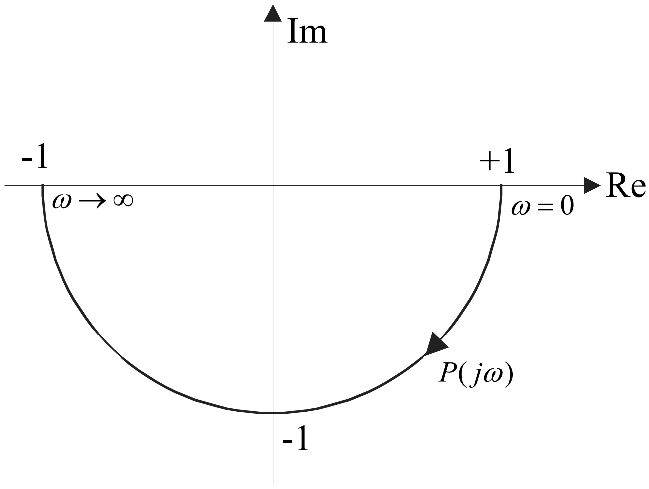
Kenn-Matr.Nr.:

Bonuspunkte:

	1	2	3	4
erreichbare Punkte	5	4	4	6
erreichte Punkte				

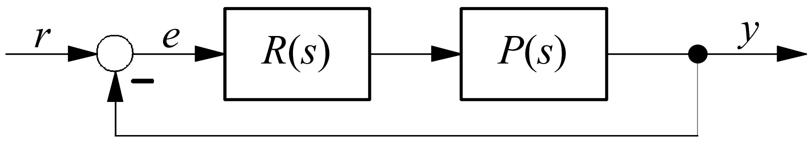
Aufgabe 1:

Gegeben sei eine Regelstrecke *erster Ordnung* mit der Übertragungsfunktion $P(s)$. Die *einzige* Polstelle von $P(s)$ liegt bei $s=-2$. Weiters liegt der Frequenzgang $P(j\omega)$ in graphischer Form vor:



a) Geben Sie die Übertragungsfunktion $P(s)$ an. (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

Zur Regelung obiger Strecke $P(s)$ wird folgender Regelkreis realisiert:



Mit r wird die Führungsgröße bezeichnet, y ist die Ausgangsgröße. Als Regler wird $R(s)=\dfrac{K}{s}$ verwendet. Hierbei ist K ein positiver, reeller Parameter.

b) Skizzieren Sie für K=1 den Verlauf der Frequenzgangs-Ortskurve $L(j\omega)=R(j\omega)P(j\omega)$.

c) Ermitteln Sie mit Hilfe des NYQUIST-Kriteriums den größtmöglichen Wertebereich von K, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

Hinweis: $\Delta arc\{1+L(j\omega)\}=(n_a+2n_r)\dfrac{\pi}{2}$

$L(s)$ stellt hierbei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.

Aufgabe 2:

Gegeben sei ein System mit der Übertragungsfunktion

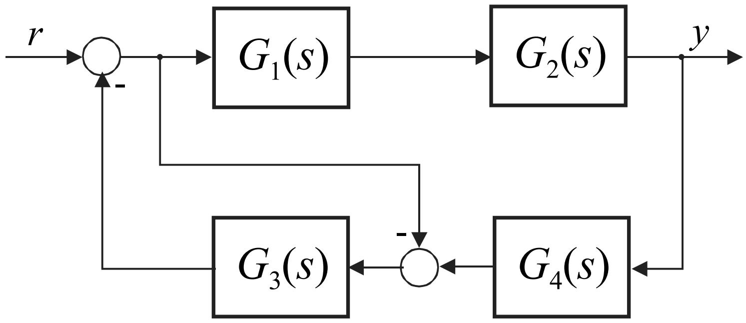
$$T(s) = \frac{1}{s^2 + s + 1}.$$

Skizzieren Sie den Verlauf der Sprungantwort des Systems. D.h. als Eingangsgröße wird die Sprungfunktion $\sigma(t)$ gewählt. Wie groß ist die Überschwingweite M_p, wie groß die Anstiegszeit t_r der Sprungantwort?

Hinweis: Interpretieren Sie $T(s)$ als Führungsübertragungsfunktion eines Standard-Regelkreises und wenden Sie das Frequenzkennlinien-Verfahren an.

Aufgabe 3:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



a) Ermitteln Sie die Führungsübertragungsfunktion $T(s)$ als Funktion der Übertragungsfunktionen $G_1(s), G_2(s)$, $G_3(s)$ und $G_4(s)$.

b) Für die Übertragungsfunktionen $G_1(s), G_2(s)$, $G_3(s)$ und $G_4(s)$ soll nun gelten:

$$G_1(s) = K \qquad G_2(s) = \frac{1}{s} \qquad G_3(s) = \alpha \qquad G_4(s) = \frac{s+2}{s}$$

(K und α sind hierbei reelle Parameter)

Zeichnen Sie in der $\alpha - K$ - Ebene denjenigen Bereich ein, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft aufweist.

Aufgabe 4:

Gegeben sei das mathematische Modell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u und der Messgröße y

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}u$$

$$y = \begin{bmatrix} -1 & -1 \end{bmatrix}\mathbf{x}$$

a) Entwerfen Sie einen Zustandsregler der Form $u = -\mathbf{h}^T\mathbf{x} + Vr$ so, dass die Pole der Übertragungsfunktion

$$T(s) = \left.\frac{y(s)}{r(s)}\right|_{\mathbf{x}_0 = 0}$$

bei $s_1 = s_2 = -4$ liegen und die Bedingung

$$y_\infty = \lim_{t\to\infty} y(t) = 1 \quad \text{für} \quad r(t) = \sigma(t)$$

gilt.

Da der Zustandsvektor $\mathbf{x}$ messtechnisch nicht erfassbar ist, wurde ein Beobachter der Form

$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \hat{\mathbf{b}}(y - \mathbf{c}^T\hat{\mathbf{x}})$$

entworfen. Das resultierende Modell der *Strecke mit Beobachter* lautet:

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}} \\ \mathbf{x} \end{bmatrix} = \bar{\mathbf{A}}\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}} \\ \mathbf{x} \end{bmatrix} + \bar{\mathbf{b}}u = \begin{bmatrix} 11 & 12 & -10 & -10 \\ -27 & -25 & 29 & 29 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}} \\ \mathbf{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}u$$

$$y = \bar{\mathbf{c}}^T\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}} \\ \mathbf{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}} \\ \mathbf{x} \end{bmatrix}$$

b) Ermitteln Sie den Vektor $\hat{\mathbf{b}}$. Wo liegen die Eigenwerte der Matrix $\bar{\mathbf{A}}$?. (*Begründen Sie Ihre Antworten!*)

Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik** am 10.3.2006

Name / Vorname(n):

Kenn-Matr.Nr.:

Bonuspunkte: O ja O nein

	1	2	3	4
erreichbare Punkte	4	4	6	5
erreichte Punkte				

Aufgabe 1:

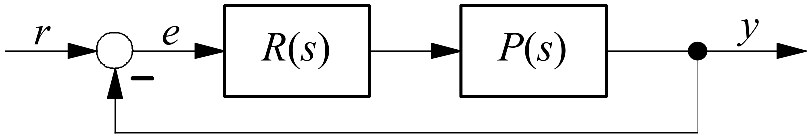
Gegeben sei eine Regelstrecke mit der Übertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{1}{s(s+\alpha)^2} \quad \text{(hierbei ist } \alpha \text{ ein positiver, reeller Parameter).}$$

Weiters weiß man, dass die Ortskurve $P(j\omega)$ die reelle Achse bei $-\frac{1}{16}$ schneidet.

a) Wie lautet die Übertragungsfunktion $P(s)$? Für welche Kreisfrequenz $\omega = \omega_k$ schneidet die Ortskurve $P(j\omega)$ die reelle Achse? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

Zur Regelung obiger Strecke $P(s)$ wird folgender Regelkreis realisiert:



Mit r wird die Führungsgröße bezeichnet, y ist die Ausgangsgröße. Als Regler wird $R(s) = K$ verwendet. Hierbei ist K ein reeller Parameter.

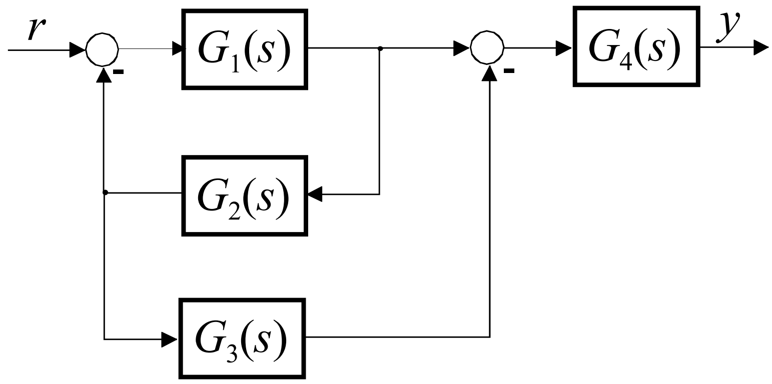
b) Ermitteln Sie mit Hilfe des NYQUIST-Kriteriums den größtmöglichen Wertebereich von K, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

Hinweis: $\Delta arc\{1 + L(j\omega)\} = (n_a + 2n_r)\frac{\pi}{2}$

$L(s)$ stellt hierbei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.

Aufgabe 2:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



a) Ermitteln Sie die Führungsübertragungsfunktion $T(s)$ als Funktion der Übertragungsfunktionen $G_1(s), G_2(s)$, $G_3(s)$ und $G_4(s)$.

b) Für die Übertragungsfunktionen $G_1(s), G_2(s)$, $G_3(s)$ und $G_4(s)$ soll nun gelten:

$$G_1(s) = \frac{K}{s+\alpha} \qquad G_2(s) = \frac{1}{s} \qquad G_3(s) = \frac{1}{s+1} \qquad G_4(s) = \frac{\beta}{s+2}$$

(K, α und β sind hierbei reelle Parameter)

Geben Sie die größtmöglichen Wertebereiche für die Parameter K, α und β an, für die obiger Regelkreis die Bedingung

$$y_\infty = \lim_{t\to\infty} y(t) = 1 \quad \text{für} \quad r(t) = \sigma(t)$$

erfüllt.

Aufgabe 3:

Gegeben sei das mathematische Modell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u und der Messgröße y

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} 7 & -6 \\ 15 & -12 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}u$$
$$y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} = \begin{bmatrix} -5 & 2 \end{bmatrix}\mathbf{x}$$

a) Entwerfen Sie einen Zustandsregler der Form $u = -\mathbf{h}^T\mathbf{x} + Vr$ so, dass gilt:

$$T(s) = \left.\frac{y(s)}{r(s)}\right|_{\mathbf{x}_0 = 0} = \frac{2}{s+2}$$

Da der Zustandsvektor $\mathbf{x}$ messtechnisch nicht erfassbar ist, wurde ein einfacher Beobachter der Form

$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u$$

entworfen. Hierbei repräsentiert $\hat{\mathbf{x}}$ den Schätzwert für den Zustandsvektor $\mathbf{x}$.

b) Geben Sie die Differentialgleichung für den Schätzfehler $\mathbf{e} = \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$ an. Klingt der Schätzfehler ausgehend von einem beliebigen Anfangswert $\mathbf{e}_0$ für $t \to \infty$ ab? (Begründen Sie Ihre Antwort!)

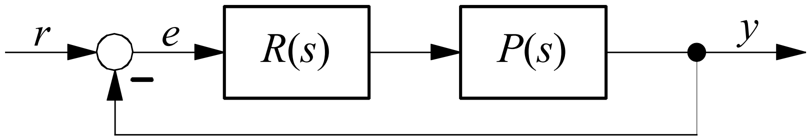
c) Geben Sie für die Regelstrecke *mit* Beobachter *und* Zustandsregler ein mathematisches Modell der Form

$$\frac{d\mathbf{z}}{dt} = \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{z} + \tilde{\mathbf{b}}r \qquad \text{wobei} \qquad \mathbf{z} = \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{e} \end{bmatrix}$$
$$y = \tilde{\mathbf{c}}^T\mathbf{z}$$

an. Ermitteln Sie die Größen $\tilde{\mathbf{A}}$, $\tilde{\mathbf{b}}$ und $\tilde{\mathbf{c}}^T$ des obigen Modells. Wo liegen die Eigenwerte von $\tilde{\mathbf{A}}$? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

Aufgabe 4:

Gegeben sei der folgende Standardregelkreis:



Die Streckenübertragungsfunktion lautet $P(s) = \dfrac{10}{s+1}$.

Es soll eine Reglerübertragungsfunktion $R(s)$ so ausgelegt werden, dass die Sprungantwort des Regelkreises folgende Eigenschaften besitzt:

$$\ddot{u} = 10\%$$
$$t_r = 1.5$$
$$e_\infty = 0$$

a) Mit welchem der folgenden Regler können die obigen Ziele prinzipiell erreicht werden (Begründen Sie Ihre Antworten!)

(i) $R(s) = K$ (ii) $R(s) = K\left(1 + \dfrac{1}{sT}\right)$ (iii) $R(s) = K\left(1 + sT\right)$

Hierbei sind K und T positive, reelle Parameter.

b) Dimensionieren Sie die in a) ausgewählte Übertragungsfunktion $R(s)$ so, dass die vorgegebenen Spezifikationen erfüllt werden.

Hinweise:

Die *asymptotische Darstellung* von Betragskennlinien erleichtert im vorliegenden Fall den Entwurfprozess!

tan	0°	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°	45°
	0	0.09	0.18	0.27	0.36	0.47	0.58	0.7	0.84	1

Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik** am 30. 6. 2006

Name / Vorname(n):

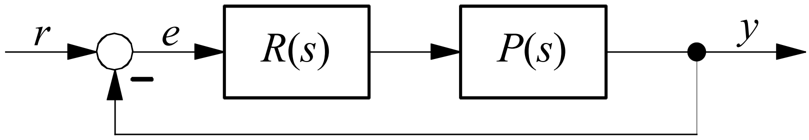
Kenn-Matr.Nr.:

Bonuspunkte: O ja O nein

	1	2	3	4
erreichbare Punkte	5	6	5	5
erreichte Punkte				

Aufgabe 1:

Gegeben sei der folgende Standardregelkreis:



Als Regler wird ein P-Regler, d.h. $R(s) = K$ verwendet. Hierbei ist K ein reeller Parameter. Die Übertragungsfunktion der Strecke lautet:

$$P(s) = \frac{s-1}{s(s+1)}$$

a) Skizzieren Sie die Ortskurve $P(j\omega)$ in der komplexen Ebene.

b) Ermitteln Sie mit Hilfe des Nyquist - Kriteriums den größtmöglichen Wertebereich für den Parameter K, für den der Regelkreis stabil ist.

Hinweis: $\Delta arc\{1 + L(j\omega)\} = (n_a + 2n_r)\frac{\pi}{2}$

$L(s)$ stellt hierbei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.

Aufgabe 2:

Gegeben ein Standardregelkreis (siehe Aufgabe 1) mit der Streckenübertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{1}{s+1}$$

Zur Regelung der Strecke kann aus folgenden Reglern ausgewählt werden:

(i) $R_1(s) = \alpha\frac{(1+\beta s)}{s}$ (ii) $R_2(s) = \frac{1+\beta s}{1+\alpha s}$ (iii) $R_3(s) = \alpha(1+\beta s)$

Hierbei sind α und β jeweils reelle Parameter.

a) Um welche Reglertypen handelt es sich bei $R_1(s)$, $R_2(s)$ bzw. $R_3(s)$? Skizzieren Sie die Sprungantworten von $R_1(s)$, $R_2(s)$ und $R_3(s)$.

b) Mit welchem der drei möglichen Regler können die folgenden Spezifikationen für den Regelkreis *prinzipiell* erreicht werden:

$$t_r = 1.5, \quad \ddot{u} = 10\%, \quad e_\infty = \lim_{t\to\infty} [r(t) - y(t)] = 0 \quad \text{für} \quad r(t) = \sigma(t)$$

c) Bestimmen Sie den größtmöglichen Wertebereich der Parameter α und β des in Punkt b) ausgewählten Reglers so, dass der Regelkreis BIBO-stabil ist. Stellen Sie den Bereich graphisch in der α - β - Ebene dar.

Aufgabe 3:

Gegeben sei das mathematische Modell einer zeitdiskreten Regelstrecke mit der Eingangsgröße u und dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$:

$$\mathbf{x}_{i+1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -4 & -2 \end{bmatrix} \mathbf{x}_i + \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} u_i \qquad y_i = \begin{bmatrix} 1 & -2 \end{bmatrix} \mathbf{x}_i$$

a) Entwerfen Sie einen Zustandsregler der Form $u_i = -\mathbf{h}^T \mathbf{x}_i$ so, dass das geregelte System lauter Eigenwerte an der Stelle z=0 besitzt. Wie nennt man einen solchen Regler? Welche bemerkenswerte Eigenschaft besitzt der Regelkreis?

Da der Zustandsvektor messtechnisch *nicht* erfassbar ist, wurde ein Beobachter der Form $\hat{\mathbf{x}}_{i+1} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}_i + \mathbf{b}u_i + \hat{\mathbf{b}}y_i - \hat{\mathbf{b}}\mathbf{c}^T\hat{\mathbf{x}}_i$ entworfen. Zur Regelung werden daher die Zustandsvariablen des Beobachters herangezogen.

b) Eine Modellbeschreibung für das System, bestehend aus Strecke, Beobachter und Zustandsregler ist gegeben durch:

$$\mathbf{z}_{i+1} = \begin{bmatrix} ? & ? & -0.5 & ? \\ ? & ? & ? & ? \\ ? & ? & ? & ? \\ ? & ? & ? & 0 \end{bmatrix} \mathbf{z}_i = \bar{\mathbf{A}}\mathbf{z}_i \qquad \text{wobei} \qquad \mathbf{z}_i = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_i \\ \mathbf{x}_i - \hat{\mathbf{x}}_i \end{bmatrix}$$

Ergänzen Sie die fehlenden Elemente von $\bar{\mathbf{A}}$. Wo liegen die Eigenwerte von $\bar{\mathbf{A}}$?

Aufgabe 4:

Gegeben sei das folgende mathematische Modell:

$$\mathbf{x}_{i+1} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{x}_i + \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha \end{bmatrix} u_i \qquad y_i = [\beta \quad 2]\mathbf{x}_i$$

Hierbei sind α und β reelle Parameter.

a) Berechnen Sie die zugehörige Übertragungsfunktion $G(z)$. Für welche Werte der Parameter α und β ist das System BIBO-stabil?

b) Für welche Werte der Parameter α und β ist das Modell steuerbar? Für welche Werte der Parameter α und β ist das Modell beobachtbar?

c) Geben Sie ein System *zweiter* Ordnung der Form $\mathbf{z}_{i+1} = \mathbf{A}_d\mathbf{z}_i + \mathbf{b}_d u_i$, $y_i = \mathbf{c}_d{}^T \mathbf{z}_i$ an, welches die Übertragungsfunktion $G(z)$ aus a) besitzt und für *beliebige* Werte der Parameter α und β steuerbar ist.