Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik** am 17.10.2003

Name / Vorname(n):

Studienrichtung:

Kenn-Matr.Nr.:

Geburtsdatum:

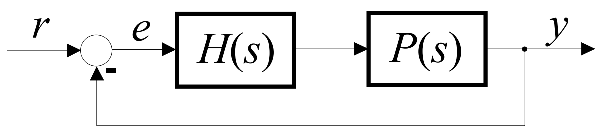
---

	①	②	③
erreichbare Punkte	8	8	4
erreichte Punkte			

Bonuspunkte aus Computerrechenübung SS2003:

Aufgabe 1

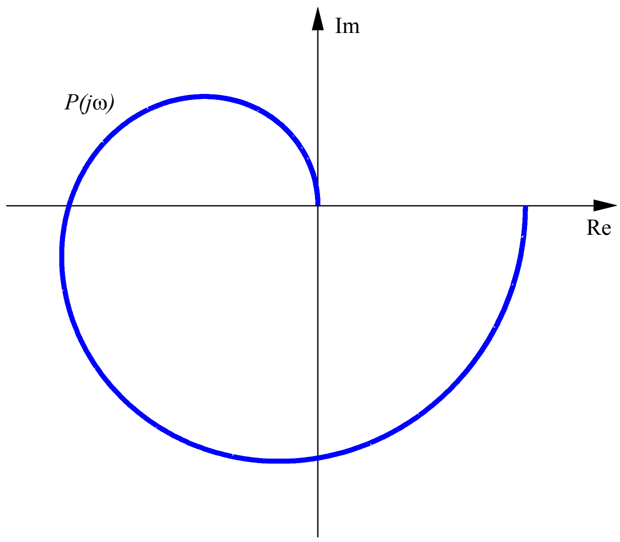
Gegeben sei der folgende Regelkreis mit der Führungsgröße *r*, dem Regelfehler *e* und der Ausgangsgröße *y*:



Die Regelstrecke wird durch die Übertragungsfunktion $P(s)$ beschrieben, $H(s)$ ist die Reglerübertragungsfunktion. Die Übertragungsfunktion der Regelstrecke lautet

$$P(s) = \frac{1-s}{(s+2)(s+3)}.$$

Der Frequenzgang $P(j\omega)$ (für positive Frequenzen ω) der Regelstrecke sei durch folgende qualitative Ortskurve bestimmt:



a) Ermitteln Sie den Richtungssinn der Ortskurve bezüglich steigender Frequenzen ω, sowie die Frequenz ω_1 für den Schnittpunkt der Ortskurve $P(j\omega)$ mit der negativen reellen Achse.

b) Es soll nun ein sogenannter Proportionalregler (*P-Regler*) entworfen werden, d.h. $H(s) = K$. Hierbei ist *K* ein reeller, positiver Parameter. Ermitteln Sie mit Hilfe des *Nyquistkriteriums* den Wertebereich von *K*, für den der geschlossene Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

c) Es wird nun als Führungsgröße die Sprungfunktion $r(t) = \sigma(t)$ gewählt. Bestimmen Sie den größtmöglichen Wertebereich des Parameters *K*, sodass für die bleibende Regelabweichung $e_\infty = \lim_{t\to\infty} e(t)$ gilt: $e_\infty < 2/3$.

Hinweis: $\Delta arc(1 + L(j\omega)) = (n_a + 2n_r)\pi$, $L(s)$ stellt hierbei die Übertragungsfunktion des offenen Regelkreises dar.

Aufgabe 2

Gegeben sei das mathematische Modell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y.

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -4 & 0 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}u, \quad y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}\mathbf{x}$$

a) Überprüfen Sie obiges Modell auf Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit.

b) Bestimmen Sie die Reglerparameter k_1, k_2 und k_3 eines Zustandsreglers $u = \begin{bmatrix} k_1 & k_2 \end{bmatrix}\mathbf{x} + k_3 r$ derart, dass die Dynamikmatrix des geregelten Systems ein konjugiert komplexes Eigenwertpaar der Form $s_{1,2} = -1 \pm j2$ aufweist und für die Ausgangsgröße $y(t)$ bei einer Eingangsgröße $r(t) = \sigma(t)$ und einem verschwindenden Anfangszustand $\mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}^T$ gilt: $\lim_{t \to \infty} y(t) = 1$.

c) Nehmen Sie nun an, dass die Zustandsgrößen nicht direkt messbar sind. Entwerfen Sie daher für obiges System einen Beobachter der Form

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\mathbf{x}}} &= \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \mathbf{f}(\hat{y} - y) \\ \hat{y} &= \mathbf{c}^T\hat{\mathbf{x}} \end{aligned}$$

derart, dass die Dynamikmatrix des Beobachterfehlers $\mathbf{e} := \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$ zwei Eigenwerte bei $s_{1,2} = -4$ besitzt.

d) Der Schätzwert $\hat{\mathbf{x}}$ wird nun in einem Zustandsregler $u = \begin{bmatrix} k_1 & k_2 \end{bmatrix}\hat{\mathbf{x}} + k_3 r$ zur Regelung des obigen Übertragungssystems verwendet, wobei k_1, k_2 und k_3 die in Punkt (b) ermittelten Reglerparameter darstellen. Bestimmen Sie das Zustandsraummodell

$$\dot{\mathbf{z}} = \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{z} + \tilde{\mathbf{b}}r, \quad y = \tilde{\mathbf{c}}^T\mathbf{z} + dr$$

für den geschlossenen Regelkreis, wobei Sie als Zustandsvektor $\mathbf{z}$ die Kombination des Streckenzustands $\mathbf{x}$ und des Beobachterfehlers $\mathbf{e}$ wählen, d.h.:

$$\mathbf{z} := \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{e} \end{bmatrix}.$$

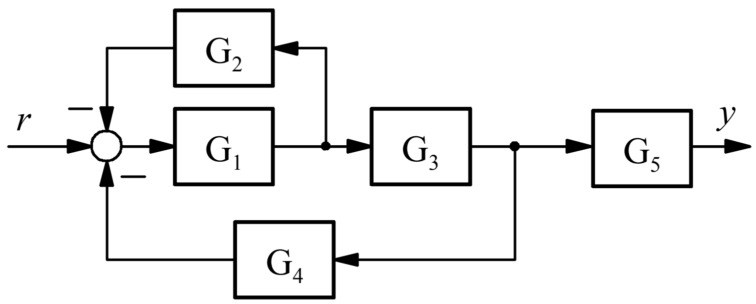
e) Bestimmen Sie die Führungsübertragungsfunktion

$$T(s) = \left.\frac{y(s)}{r(s)}\right|_{\text{Anfangswerte} = 0}$$

des geschlossenen Regelkreises und ermitteln Sie deren Polstellen.

Aufgabe 3

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße *r* und der Ausgangsgröße *y:*



Die Übertragungsfunktionen der Teilsysteme lauten (*k* ist ein reeller Parameter):

$$G_1 = \frac{1}{s-3}, \qquad G_2 = \frac{1}{s+1}, \qquad G_3 = \frac{1}{s+4}, \qquad G_4 = k, \qquad G_5 = \frac{s+3}{s+4}$$

a) Bestimmen sie die Führungsübertragungsfunktion $T(s)$ des Regelkreises.

b) Ermitteln Sie mit Hilfe des *Routh-Schemas* Bedingungen für den Parameter *k* so, dass die Führungsübertragungsfunktion die BIBO Eigenschaft besitzt.

Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik** am 29.01.2004

Name / Vorname(n):

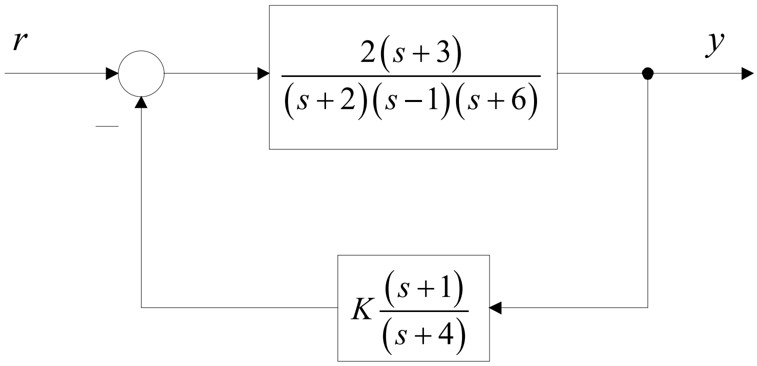
Kenn-Matr.Nr.:

Bonuspunkte:

	1	2	3	4
erreichbare Punkte	5	4	3	5
erreichte Punkte				

Aufgabe1:

Gegeben sei das Blockschaltbild des Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



(K sei hierbei ein reeller, *positiver* Parameter)

a) Skizzieren Sie die Lage der Pole der Führungsübertragungsfunktion in Abhängigkeit des reellen Parameter K (*Wurzelortskurve*).
b) Geben Sie an für welche Werte K der Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt, und zeigen Sie, dass die Führungsübertragungsfunktion für diese Werte von K ein konjugiert komplexes Polpaar aufweist.

Hinweise:

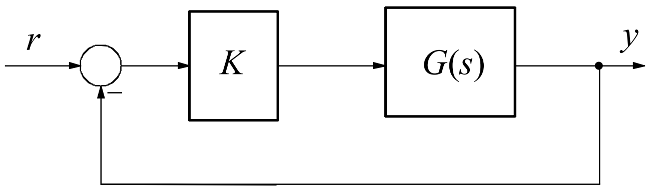
$$L(s) = K\frac{\prod_{\mu=1}^{m}(s-\beta_\mu)}{\prod_{\nu=1}^{n}(s-\alpha_\nu)}$$ Übertragungsfunktion des offenen Kreises

$$\Psi_i = \frac{180°}{n-m}(2i-1), \quad i = 1,2\ldots(n-m)$$ Winkel der Asymptoten für $K > 0$

$$\xi_0 = \frac{\sum_{\nu=1}^{n}\alpha_\nu - \sum_{\mu=1}^{m}\beta_\mu}{n-m}$$ Schnittpunkt der Asymptoten mit der reellen Achse

Aufgabe 2:

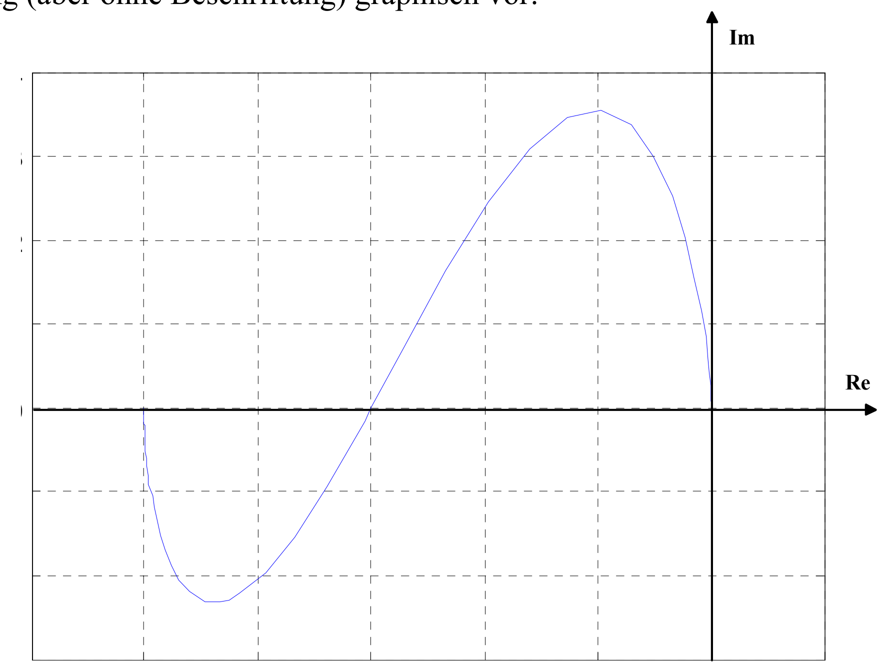
Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



(K ist hierbei ein reeller Parameter)

Die Übertragungsfunktion der Strecke lautet: $G(s) = \dfrac{3}{(s-1)(s+2)(s+3)}$

Zusätzlich liege der Frequenzgang $G(j\omega)$ der Strecke (für $0 \le \omega \le \infty$) in maßstäblicher Darstellung (aber ohne Beschriftung) graphisch vor:



a) Ermitteln Sie mit Hilfe des Nyquistkriteriums den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K (mit $K > 0$), für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

b) Zeigen Sie, dass mit Hilfe des obigen Reglers (K) folgende Forderung *nicht* erreicht werden kann:

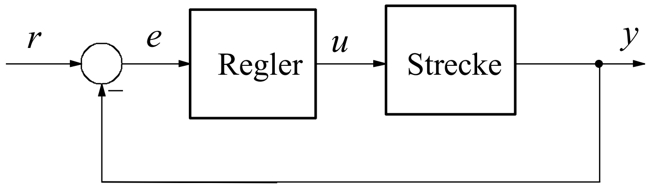
$$\lim_{t\to\infty} y(t) \le 1.1 \quad \textit{für} \quad r(t) = \sigma(t)$$

Hinweis: $\Delta arc(1 + L(j\omega)) = (n_a + 2n_r)\pi$

$L(s)$ stellt hierbei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.

Aufgabe 3:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Die Übertragungsfunktion der Strecke lautet:

$$G(s) = \frac{2}{s^2 + 3s + 2}$$

Als Regler wird ein PI-Regler

$$u(t) = k_1 e(t) + k_2 \int_0^t e(\tau)\, d\tau$$

verwendet. (k_1, k_2 seien hierbei reelle Parameter)

Bestimmen Sie den größtmöglichen Wertebereich von k_1 und k_2, für den der Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

Aufgabe 4:

Gegeben sei das mathematische Modell der Regelstrecke mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 1 & -4 \\ 3 & -6 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

Es besitzt das charakteristische Polynom

$$\Delta(s) = s^2 + 5s + 6.$$

Es wird nun ein Zustandsregler der Form

$$u = \begin{bmatrix} k_1 & k_2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + k_3 r$$

eingesetzt. Hierbei sind k_1, k_2 und k_3 freie reelle Parameter. Mit r wird die Führungsgröße des Regelkreises bezeichnet.

Die Eigenwerte der Systemmatrix des Regelkreises sollen nun entweder bei

i) $s_1 = -1 \quad und \quad s_2 = -4$ oder bei
ii) $s_1 = -2 \quad und \quad s_2 = -2$

liegen.

a) Berechnen Sie die Reglerparameter k_1 und k_2 so, dass eine der beiden Eigenwertkonfigurationen erreicht wird. (Begründen Sie Ihre getroffene Wahl i) oder ii).)

b) Bestimmen Sie, für die in Punkt a) gewählte Eigenwertkonfiguration, den Reglerparameter k_3 so, dass bei Wahl der Führungsgröße

$$r(t) = \sigma(t)$$

für die Ausgangsgröße y gilt:

$$\lim_{t \to \infty} y(t) = 1$$

Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik** am 15.03.2004

Name / Vorname(n):

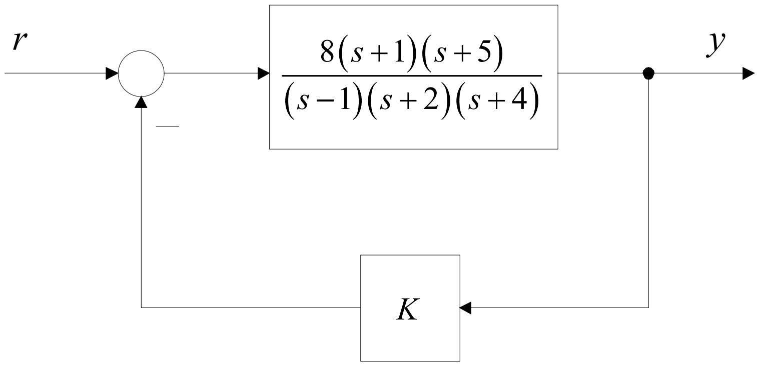
Kenn-Matr.Nr.:

Bonuspunkte:

	1	2	3	4
erreichbare Punkte	5	6	4	6
erreichte Punkte				

Aufgabe1:

Gegeben sei das Blockschaltbild des Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



(K sei hierbei ein reeller, positiver Parameter)

a) Skizzieren Sie die Lage der Pole der Führungsübertragungsfunktion in Abhängigkeit des reellen Parameters K (Wurzelortskurve).
b) Geben Sie an für welche Werte K der Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

Hinweise:

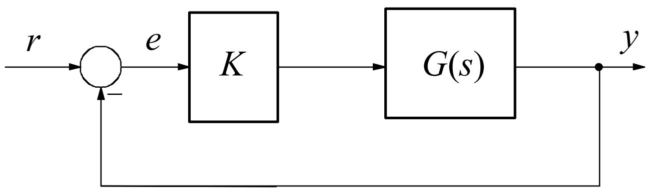
$$L(s) = K \frac{\prod_{\mu=1}^{m}(s-\beta_\mu)}{\prod_{\nu=1}^{n}(s-\alpha_\nu)}$$ Übertragungsfunktion des offenen Kreises

$$\Psi_i = \frac{180^\circ}{n-m}(2i-1), \quad i = 1,2\ldots(n-m)$$ Winkel der Asymptoten für $K > 0$

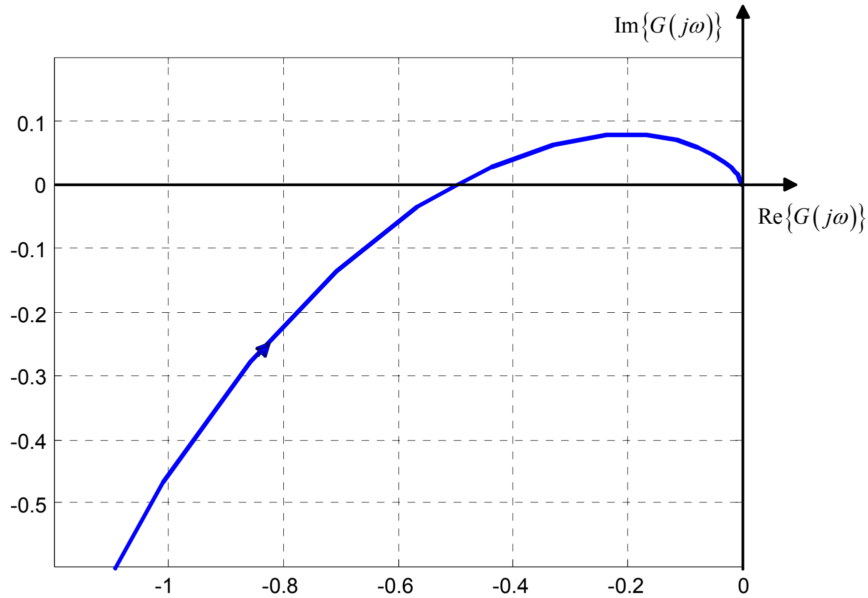
$$\xi_0 = \frac{\sum_{\nu=1}^{n}\alpha_\nu - \sum_{\mu=1}^{m}\beta_\mu}{n-m}$$ Schnittpunkt der Asymptoten mit der reellen Achse

Aufgabe 2:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



(K ist hierbei ein reeller, positiver Parameter)
Der Verlauf der Ortskurve $G(j\omega)$ ist in folgender Abbildung dargestellt:



a) Zu welcher der folgenden Übertragungsfunktionen $G(s)$ kann obige Ortskurve prinzipiell gehören? Begründen Sie Ihre Antwort!

$$i)\quad G(s)=\frac{1}{s} \qquad ii)\quad G(s)=\frac{1}{s(s+1)}$$

$$iii)\quad G(s)=\frac{1}{s^2(s+1)} \qquad iv)\quad G(s)=\frac{1}{s(s+1)^2}$$

b) Ermitteln Sie mit Hilfe des Nyquistkriteriums den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

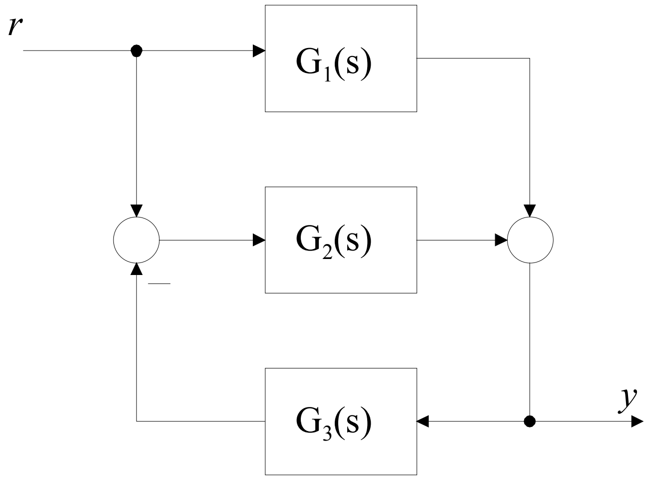
c) Es wird nun als Führungsgröße die Rampenfunktion $r(t)=t\sigma(t)$ gewählt. Bestimmen Sie den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den die bleibende Regelabweichung $e_\infty=\lim_{t\to\infty} e(t)<1$ ist.

Hinweis: $\Delta arc(1+L(j\omega))=(n_a+2n_r)\pi$

$L(s)$ stellt hierbei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.

Aufgabe 3:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Die Übertragungsfunktionen der Teilsysteme lauten (K ist ein reeller Parameter):

$$G_1(s) = \frac{1}{s+2} \qquad G_2(s) = \frac{s+1}{s-3} \qquad G_3(s) = \frac{K}{s+4}$$

a) Bestimmen Sie die Führungsübertragungsfunktion $T(s)$ des Regelkreises.
b) Ermitteln Sie Bedingungen für den Parameter K so, dass die Führungsübertragungsfunktion die BIBO-Eigenschaft besitzt.

Aufgabe 4:

Gegeben sei das mathematische Modell der Regelstrecke mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

a) Überprüfen Sie obiges Modell auf Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit

Es wird nun ein Zustandsregler der Form

$$u = \begin{bmatrix} k_1 & k_2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + k_3 r$$

eingesetzt. Hierbei sind k_1, k_2 und k_3 freie reelle Parameter. Mit r wird die Führungsgröße des Regelkreises bezeichnet.

b) Bestimmen Sie die Reglerparameter k_1, k_2 und k_3 so, dass für die Führungsübertragungsfunktion des Regelkreises gilt:

$$T(s) = \frac{10s + 5}{s^2 + 2s + 5}.$$

c) Nehmen Sie nun an, dass die Zustandsgrößen nicht direkt messbar sind. Entwerfen Sie daher für obiges System einen Beobachter der Form

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \mathbf{f}(\hat{y} - y)$$
$$\hat{y} = \mathbf{c}^{\mathrm{T}} \hat{\mathbf{x}}$$

derart, dass die Dynamikmatrix des Beobachterfehlers $\mathbf{e} := \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$ zwei Eigenwerte bei $s_{1,2} = -2$ besitzt.

d) Ermitteln Sie die Eigenwerte des Gesamtsystems, bestehend aus Strecke, Zustandsregler und Zustandsbeobachter, mit dem Zustandsvektor

$$\mathbf{z} := \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{e} \end{bmatrix}.$$

Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik** am 29.6.2004

Name / Vorname(n):

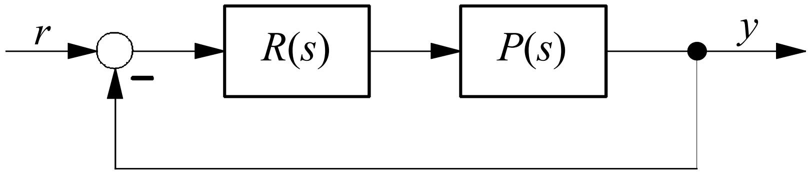
Kenn-Matr.Nr.:

BONUSPUNKTE aus Computerrechenübung SS2003:
BONUSPUNKTE aus Computerrechenübung SS2004:

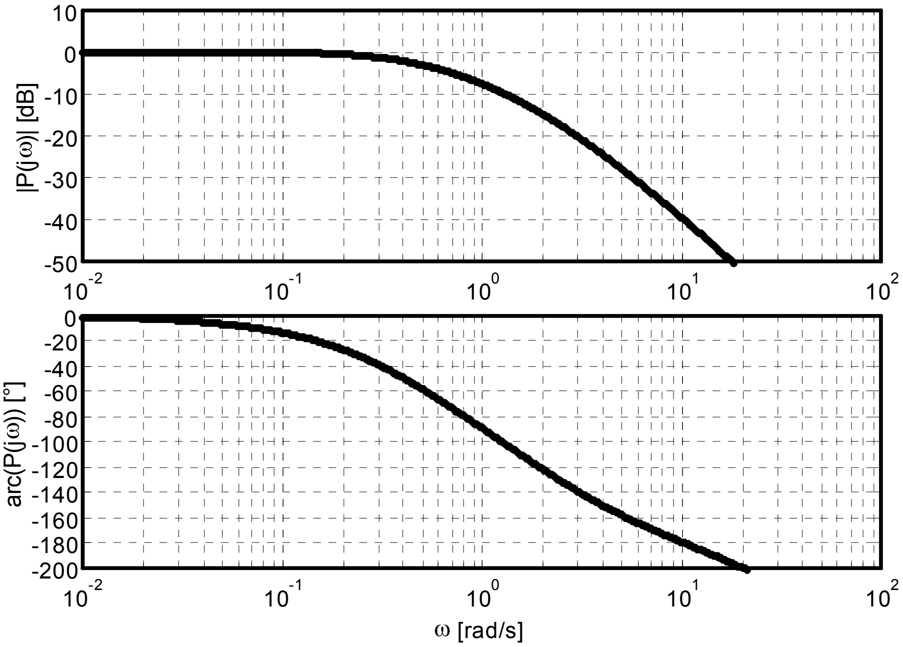
	1	2	3	4	
erreichbare Punkte	5	5	7	4	
erreichte Punkte					

Aufgabe 1:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Als Regler soll ein Proportionalregler $R(s) = K$ (K ist hierbei ein reeller Parameter) verwendet werden, der Frequenzgang $P(j\omega)$ der Regelstrecke liegt in Form eines Bode-Diagramms graphisch vor:



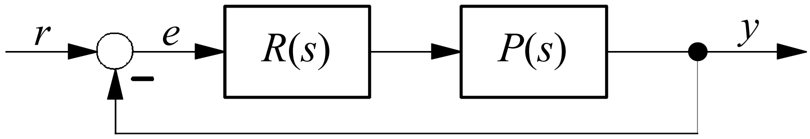
a) Bestimmen Sie den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K (mit $K > 0$), für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt

b) Dimensionieren Sie mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens den Proportionalregler so, dass die Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises ein prozentuales Überschwingen von 30 $[\%]$ aufweist. Geben Sie dabei den absoluten Zahlenwert von K (*nicht* in $[\mathrm{dB}]$) an. Wie groß ist die zu erwartende Anstiegszeit t_r ? (*Begründen Sie Ihre Antwort.*)

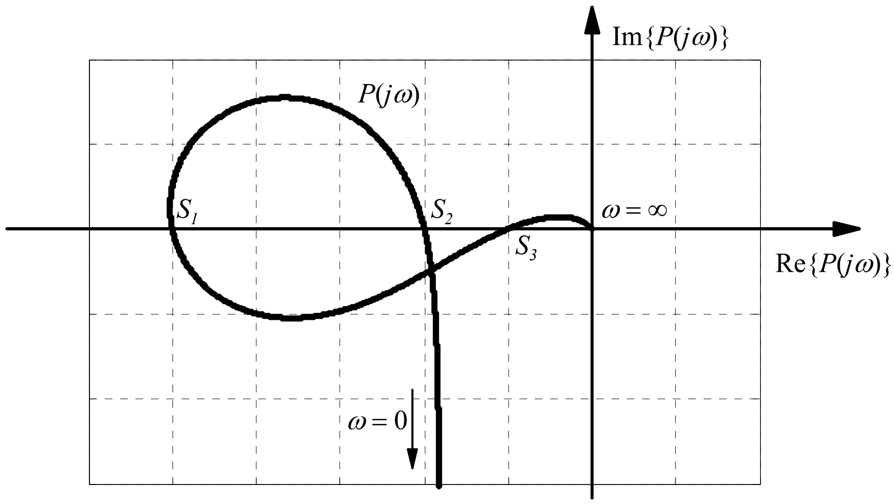
c) Als Führungsgröße wird $r(t) = \sin(10t)$ gewählt. Ermitteln Sie für den unter b) gefundenen Regler im *eingeschwungenen Zustand* die Ausgangsgröße $y(t)$.

Aufgabe 2:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Als Regler soll ein Proportionalregler $R(s) = K$ (K ist hierbei ein reeller Parameter) verwendet werden, der Frequenzgang $P(j\omega)$ der Strecke liegt für $0 \leq \omega < \infty$ in maßstäblicher Darstellung (aber ohne Beschriftung) graphisch vor:



a) Ermitteln Sie die stetige Winkeländerung $\Delta\text{arc}\{1 + L(j\omega)\}$ für alle qualitativ unterschiedlichen Fälle, die sich für $0 < K < \infty$ ergeben.

Zusätzlich ist bekannt, dass der geschlossene Regelkreis für $4 < K < 5$ sicher die BIBO-Eigenschaft besitzt, für $0.5 < K < 1$ und $5 < K < 6$ hingegen sicher nicht (*über den restlichen Wertebereich ist nichts bekannt*).

b) Ermitteln Sie mit Hilfe obiger maßstäblicher Darstellung von $P(j\omega)$ die Schnittpunkte S_1, S_2 und S_3 des Frequenzgangs mit der reellen Achse. Bestimmen Sie die Anzahl der Pole von $P(s)$, die auf der imaginären Achse (bezeichnet mit n_a) sowie in der rechten offenen Halbebene (bezeichnet mit n_r) liegen.

c) Bestimmen Sie den *größtmöglichen* Wertebereich des Parameters K (mit $K > 0$), für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

d) Ermitteln Sie $e_\infty = \lim\limits_{t\to\infty} e(t)$ in Abhängigkeit des Parameters K, wenn als Führungsgröße die Sprungfunktion $r(t) = \sigma(t)$ gewählt wird.

Hinweis: $\Delta\text{arc}\{1 + L(j\omega)\} = (n_a + 2n_r)\pi / 2$

$L(s)$ stellt hierbei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.

Aufgabe 3:

Gegeben sei folgendes mathematische Modell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}u$$
$$y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}\mathbf{x}$$

a) Ermitteln Sie ein Regelgesetz der Form
$$u = -\begin{bmatrix} h_1 & h_2 \end{bmatrix}\mathbf{x} + Vr = -\mathbf{h}^T\mathbf{x} + Vr$$
so, dass die Eigenwerte des geregelten Systems bei $s_{1,2} = -2$ liegen und für einen Einheitssprung $r(t) = \sigma(t)$ gilt: $y_\infty = \lim_{t\to\infty} y(t) = 1$.

Da der Zustandsvektor $\mathbf{x}$ *nicht* messbar ist, wird für die praktische Realisierung obiger Regelung ein Schätzwert $\hat{\mathbf{x}}$ herangezogen, d.h.: $u = -\mathbf{h}^T\hat{\mathbf{x}} + Vr$.
Dafür soll ein Zustandsbeobachter der Form
$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \hat{\mathbf{b}}y$$
verwendet werden.

b) Bestimmen Sie die Größe $\hat{\mathbf{b}}$ so, dass die Dynamikmatrix des Beobachterfehlers $\mathbf{e} := \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$ Eigenwerte bei $s_{1,2} = -3 \pm j$ besitzt.

c) Die obige Zusammenschaltung von Regelstrecke, Zustandsregler und Zustandsbeobachter ergibt ein Gesamtsystem der Form

$$\frac{d\mathbf{z}}{dt} = \bar{\mathbf{A}}\mathbf{z} + \bar{\mathbf{b}}r \qquad \text{mit dem Zustandsvektor} \qquad \mathbf{z} = \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{e} \end{bmatrix}.$$
$$y = \bar{\mathbf{c}}^T\mathbf{z}$$

Bestimmen Sie (zahlenmäßig) die Systemgrößen $\bar{\mathbf{A}}$, $\bar{\mathbf{b}}$ und $\bar{\mathbf{c}}^T$.

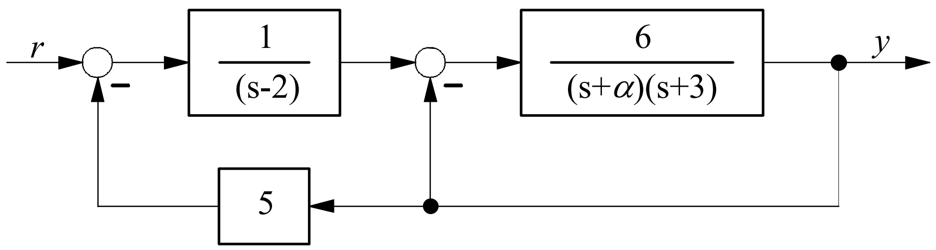
d) Ermitteln Sie die Führungsübertragungsfunktion des Gesamtregelkreises:

$$T(s) := \left.\frac{y(s)}{r(s)}\right|_{\mathbf{z}(0)=0}$$

e) Ist das Gesamtsystem steuerbar ? Ist es beobachtbar ? (*Geben Sie jeweils eine mathematische Begründung an.*)

Aufgabe 4:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



(α ist hierbei ein reeller Parameter.)

a) Ermitteln Sie den größtmöglichen Wertebereich des Parameters α, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft aufweist.

b) Als Führungsgröße wird die Sprungfunktion $r(t) = \sigma(t)$ gewählt. Ermitteln Sie die eingeschwungene Ausgangsgröße $y_\infty = \lim\limits_{t \to \infty} y(t)$ in Abhängigkeit des Parameters α. Skizzieren Sie den Verlauf der Funktion $y_\infty = f(\alpha)$ in einem Diagramm.