Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik** am 16.10.2002

Name / Vorname(n):

Kenn-Matr.Nr.:

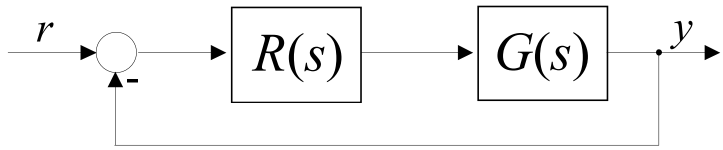
Geburtsdatum:

BONUSPUNKTE aus Computerrechenübung SS2002:

	1	2	3	4	
erreichbare Punkte	5	4	5	5	
erreichte Punkte					

Aufgabe 1

Gegeben sei folgender Regelkreis mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Die Übertragungsfunktionen der Strecke bzw. des Reglers sind gegeben als:

$$G(s) = \frac{1}{(s+3)(s+4)} \qquad \text{bzw.} \qquad R(s) = V\frac{s+6}{s}$$

Hierbei ist V ein reeller Parameter.

a) Berechnen Sie die Führungsübertragungsfunktion $T(s)$.

b) Skizzieren Sie die Lage der Pole der Führungsübertragungsfunktion $T(s)$ in Abhängigkeit vom Parameter V. Kennzeichnen Sie in der Skizze die Lage der Pole für die Werte $V = 0$ und $V \to \infty$.

c) Ermitteln Sie näherungsweise den Wertebereich des Parameters V, für den alle Pole s_i der Übertragungsfunktion $T(s)$ die Bedingung $\mathrm{Re}(s_i) < -1$ erfüllen.

Hinweise:

Regeln zur Konstruktion der Wurzelortskurve:

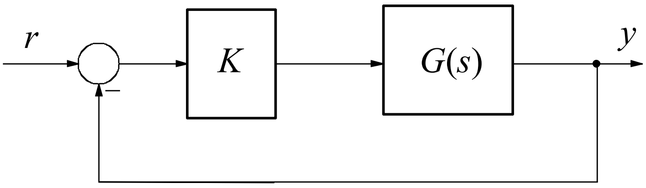
$$L(s) = K\frac{\prod_{\mu=1}^{m}(s-\beta_\mu)}{\prod_{\nu=1}^{n}(s-\alpha_\nu)}$$ Übertragungsfunktion des offenen Kreises

$$\Psi_i = \frac{180°}{n-m}(2i-1), \quad i = 1,\ldots,(n-m)$$ Winkel der Asymptoten für $K > 0$

$$\xi_0 = \frac{\sum_{\nu=1}^{n}\alpha_\nu - \sum_{\mu=1}^{m}\beta_\mu}{n-m}$$ Schnittpunkt der Asymptoten mit der reellen Achse

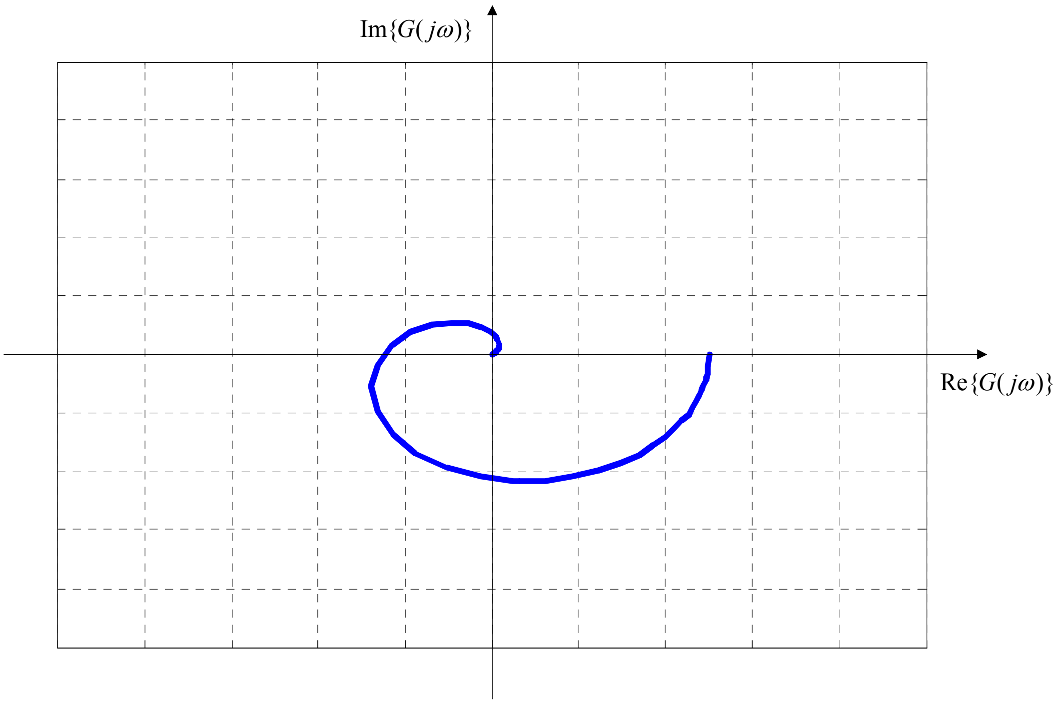
Aufgabe 2:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Führungsregelkreises mit der Eingangsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Als Regler wird ein Proportionalregler mit der Übertragungsfunktion K (mit $K > 0$) eingesetzt; die Übertragungsfunktion der Strecke lautet: $G(s) = \dfrac{2-s}{(2+s)^3}$.

Der Frequenzgang $G(j\omega)$ der Strecke liegt in maßstäblicher Darstellung aber ohne Beschriftung graphisch vor:



a) Ermitteln Sie aus den gegebenen Daten der Strecke die Schnittpunkte des Frequenzganges mit der reellen Achse. (*Geben Sie jeweils eine mathematische Begründung an!*)

b) Ermitteln Sie mit Hilfe des Nyquistkriteriums den größtmöglichen Wertebereich des Reglerparameters K, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

Hinweis: $\Delta arc(1 + L(j\omega)) = (n_a + 2n_r)\pi$

$L(s)$ stellt hierbei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises dar.

Aufgabe 3

Gegeben sei das mathematische Modell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y:

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}u$$
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}\mathbf{x}$$

Es soll ein Zustandsregler der Form

$$u = \begin{bmatrix} k_1 & k_2 \end{bmatrix}\mathbf{x}$$

eingesetzt werden. Hierbei sind k_1 und k_2 freie reelle Parameter.

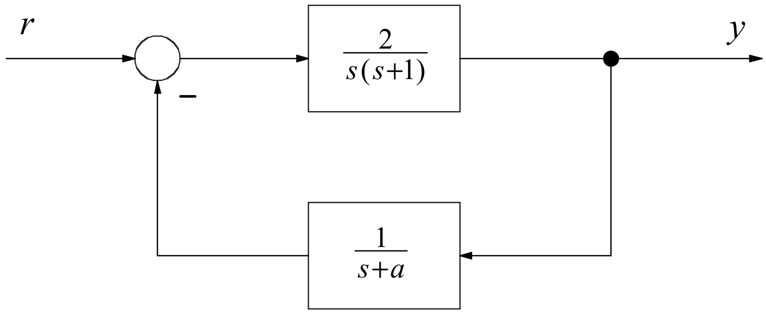
a) Geben Sie die Wertebereiche der Reglerparameter k_1 und k_2 an, damit der Regelkreis asymptotisch stabil ist.

Nun wird der Reglerparameter $k_1 = 1$ gewählt.

b) Bestimmen Sie den Wertebereich des Reglerparameters k_2 so, dass die Dynamikmatrix des Regelkreises asymptotisch stabil ist *und* ein konjugiert komplexes Eigenwertpaar besitzt.

Aufgabe 4

Gegeben sei folgender Regelkreis mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Hierbei ist a ein reeller Parameter.

a) Berechnen Sie die Führungsübertragungsfunktion $T(s)$.

b) Ermitteln Sie mit Hilfe des Routh-Hurwitz-Kriteriums den größtmöglichen Wertebereich von a so, damit die Führungsübertragungsfunktion die BIBO-Eigenschaft aufweist.

Als Führungsgröße wird nun die Sprungfunktion gewählt: $r(t) = \sigma(t)$

c) Berechnen Sie für die Parameterwerte $a = -2$ und $a = 2$ den *Grenzwert* der Ausgangsgröße $\lim_{t \to \infty} y(t)$.

Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik** am 29.1.2003

Name / Vorname(n):

Studienrichtung:

Kenn-Matr.Nr.:

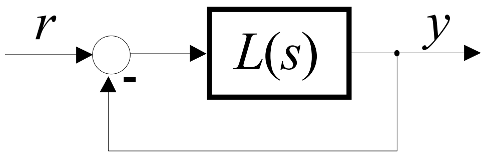
Geburtsdatum:

BONUSPUNKTE aus Computerrechenübung SS2002:

	1	2	3	4
erreichbare Punkte	5	5	5	4
erreichte Punkte				

Aufgabe 1

Gegeben sei der folgende Standardregelkreis mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Die Führungsübertragungsfunktion des Regelkreises lautet:

$$T(s) = \frac{K(s+2)}{s^2 + (K+1)s + 2K} \quad .$$

Hierbei ist K ein reeller Parameter.

a) Ermitteln Sie den Wertebereich von K, für den gilt:

$$y_\infty = \lim_{t\to\infty} y(t) = 1 \quad \text{für} \quad r(t) = \begin{cases} 0 \text{ für } t < 0 \\ 1 \text{ für } t \geq 0 \end{cases}$$

b) Skizzieren Sie die Lage der Pole der Führungsübertragungsfunktion $T(s)$ in Abhängigkeit des Parameters K. Hierbei kann K als positiv vorausgesetzt werden. Kennzeichnen Sie in der Skizze die Lage der Pole für die Wert $K=0$ und $K \to \infty$.

c) Ermitteln Sie auf *graphischem Wege* näherungsweise die Werte von K (mit $K>0$) so, dass $T(s)$ *mehrfache* Pole besitzt.

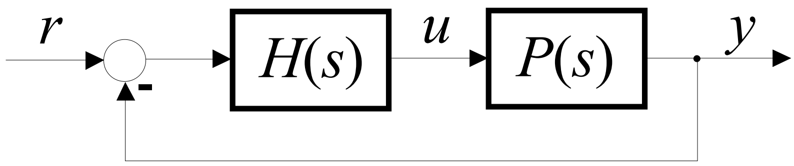
Hinweise: $$L(s) = K\frac{\prod_{\mu=1}^{m}(s-\beta_\mu)}{\prod_{\nu=1}^{n}(s-\alpha_\nu)}$$ Übertragungsfunktion des offenen Kreises

$$\Psi_i = \frac{180°}{n-m}(2i-1), \quad i = 1,\ldots(n-m)$$ Winkel der Asymptoten für $K > 0$

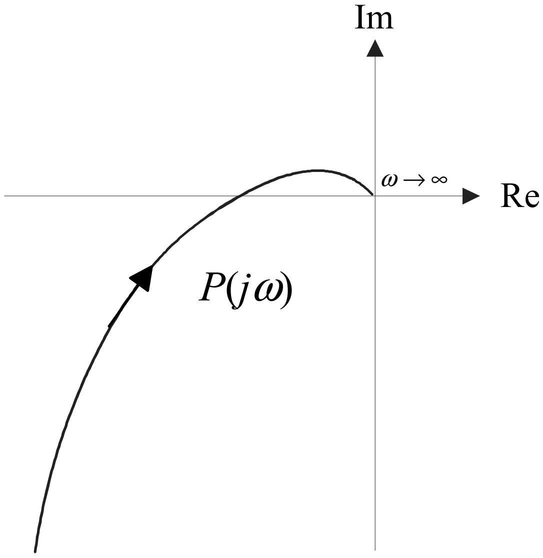
$$\xi_0 = \frac{\sum_{\nu=1}^{n}\alpha_\nu - \sum_{\mu=1}^{m}\beta_\mu}{n-m}$$ Schnittpunkt der Asymptoten mit der reellen Achse

Aufgabe 2

Gegeben sei der folgende Standardregelkreis mit der Führungsgröße r, der Stellgröße u und der Ausgangsgröße y:



Die Regelstrecke wird durch die Übertragungsfunktion $P(s)$ beschrieben, $H(s)$ ist die Reglerübertragungsfunktion. Der qualitative Verlauf der Ortskurve $P(j\omega)$ ist in folgender Abbildung dargestellt:



a) Zu welcher der folgenden Übertragungsfunktionen $P(s)$ kann obige Ortskurve prinzipiell gehören? Begründen Sie Ihre Antworten!

i) $P(s) = \dfrac{1}{(s+2)^3}$ ii) $P(s) = \dfrac{1}{s^2(s+1)}$

iii) $P(s) = \dfrac{1}{s(s+1)^2}$ iv) $P(s) = \dfrac{1}{s}$

b) Es soll nun ein sogenannter Proportionalregler (*P-Regler*) entworfen werden, d.h.

$$H(s) = K\,.$$

Hierbei ist K ein reeller, positiver Parameter. Ermitteln Sie mit Hilfe des *Nyquistkriteriums* den Wertebereich von K, für den der geschlossene Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

c) Für den Parameter K soll nun gelten: K=1. Ermitteln Sie im eingeschwungenen Zustand den Verlauf der Stellgröße u für

$$r(t) = \sin(t)\,.$$

Aufgabe 3

Gegeben sei das folgende mathematische Modell eines dynamischen Systems mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y:

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} -2 & 7 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} u \qquad y = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

Hierbei ist α ein reeller Parameter.

a) Überprüfen Sie obiges Modell auf Steuerbarkeit.

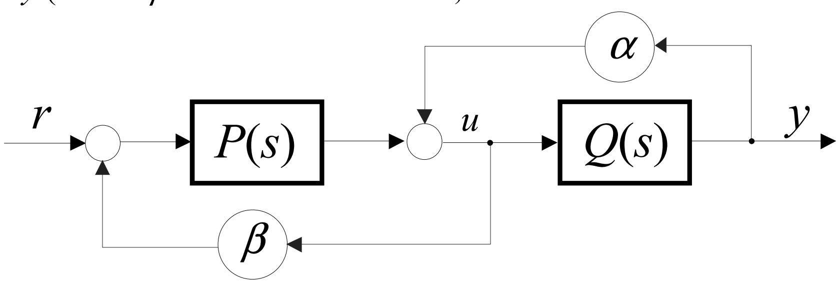
Es wird nun ein Zustandsregler der Form $u = \begin{bmatrix} k_1 & k_2 & k_3 \end{bmatrix} \mathbf{x}$ eingesetzt. Hierbei sind k_1, k_2 und k_3 freie reelle Parameter.

b) Bestimmen Sie die Reglerparameter k_1, k_2 und k_3 so, dass *zwei* Eigenwerte der Systemmatrix des Regelkreises bei $s = -2$ liegen. Wo liegt der dritte Eigenwert? (Begründen Sie Ihre Antwort!)

c) Für welche Werte von α besitzt die Ausgangsgröße y des Regelkreises für jeden *beliebigen* Anfangszustand $\mathbf{x}_0$ die Eigenschaft $y_\infty = \lim_{t \to \infty} y(t) = 0$?

Aufgabe 4

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Eingangsgröße r und der Ausgangsgröße y (α und β sind reelle Parameter).



a) Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $T(s) = \dfrac{y(s)}{r(s)}$.

Für die Übertragungsfunktionen $P(s)$ und $Q(s)$ soll nun gelten:

$$P(s) = \frac{1}{s} \qquad Q(s) = \frac{1}{s-1}$$

b) Geben Sie notwendige und hinreichende Bedingungen für die Parameter α und β an, so dass obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

c) Stellen Sie den in Punkt (b) ermittelten Stabilitätsbereich in der $\alpha-\beta$-Ebene graphisch dar.

Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik** am 18.3.2003

Name / Vorname(n):

Studienrichtung:

Kenn-Matr.Nr.:

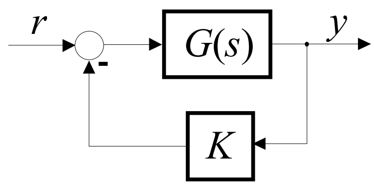
Geburtsdatum:

BONUSPUNKTE aus Computerrechenübung SS2002:

	1	2	3	4
erreichbare Punkte	4	4	4	4
erreichte Punkte				

Aufgabe 1

Gegeben sei der folgende Regelkreis mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Die Übertragungsfunktion $G(s)$ lautet:

$$G(s) = \frac{s+1}{s(s-2)} \quad .$$

Hierbei ist K ein reeller Parameter.

a) Ermitteln Sie den Wertebereich von K, für den gilt:

$$y_\infty = \lim_{t\to\infty} y(t) = 1 \quad \text{für} \quad r(t) = \begin{cases} 0 \text{ für } t < 0 \\ 1 \text{ für } t \geq 0 \end{cases}$$

b) Skizzieren Sie die Lage der Pole der Führungsübertragungsfunktion $T(s)$ in Abhängigkeit des Parameters K. Hierbei kann K als positiv vorausgesetzt werden. Kennzeichnen Sie in der Skizze die Lage der Pole für die Wert $K=0$ und $K \to \infty$.

c) Ermitteln Sie auf *graphischem Wege* näherungsweise die Werte von K (mit $K>0$) so, dass $T(s)$ die BIBO-Eigenschaft besitzt.

Hinweise:

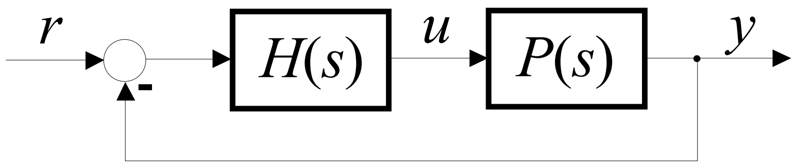
$$L(s) = K \frac{\prod_{\mu=1}^{m}(s-\beta_\mu)}{\prod_{\nu=1}^{n}(s-\alpha_\nu)}$$ Übertragungsfunktion des offenen Kreises

$$\Psi_i = \frac{180°}{n-m}(2i-1), \quad i = 1,\ldots(n-m)$$ Winkel der Asymptoten für $K > 0$

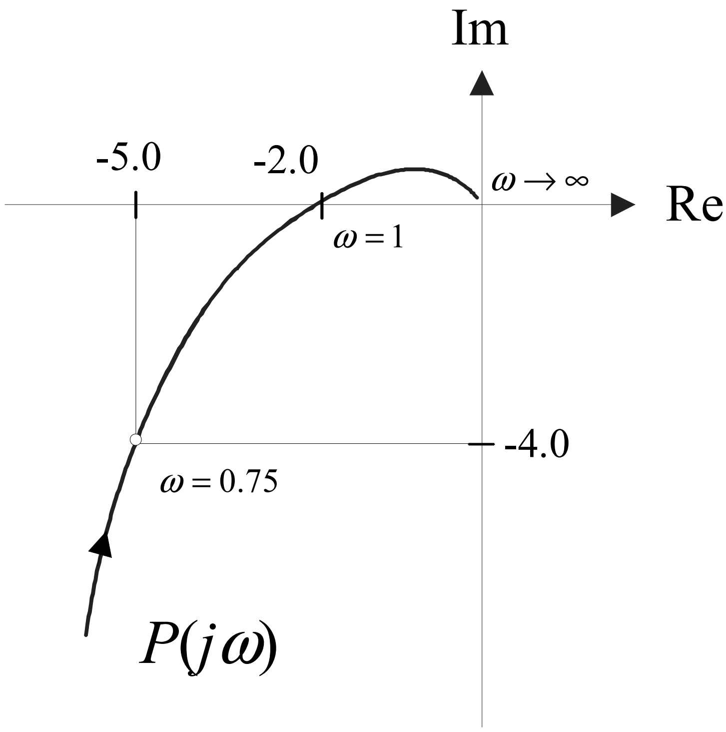
$$\xi_0 = \frac{\sum_{\nu=1}^{n}\alpha_\nu - \sum_{\mu=1}^{m}\beta_\mu}{n-m}$$ Schnittpunkt der Asymptoten mit der reellen Achse

Aufgabe 2

Gegeben sei der folgende Standardregelkreis mit der Führungsgröße r, der Stellgröße u und der Ausgangsgröße y:



Die Regelstrecke wird durch die Übertragungsfunktion $P(s)$ beschrieben, $H(s)$ ist die Reglerübertragungsfunktion. Von der Regelstrecke ist bekannt, dass sie 3. Ordnung ist und *keine* Polstellen mit positivem Realteil besitzt. Der Verlauf der Ortskurve $P(j\omega)$ ist in folgender Abbildung dargestellt:



a) Es soll ein sogenannter Proportionalregler (*P-Regler*) entworfen werden, d.h.

$$H(s) = K\,.$$

Hierbei ist K ein reeller, positiver Parameter. Ermitteln Sie mit Hilfe des *Nyquistkriteriums* den Wertebereich von K, für den der geschlossene Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

b) Für den Parameter K soll nun gelten: K=0.1. Ermitteln Sie im *eingeschwungenen Zustand* den Verlauf der Stellgröße u für

$$r(t) = 1 + \cos(0.75t)\,.$$

Aufgabe 3

Gegeben sei das mathematische Modell eines Übertragungssystems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y.

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -5 & -2 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}u$$
$$y = \begin{bmatrix} 0 & -1 \end{bmatrix}\mathbf{x}.$$

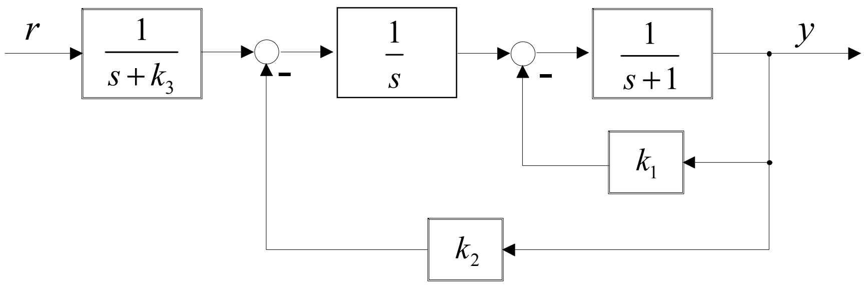
a) Untersuchen Sie obiges Modell auf Steuerbarkeit.

Es soll nun ein Zustandsregler der Form $u = \begin{bmatrix} k_1 & k_2 \end{bmatrix}\mathbf{x} + k_3 r$ eingesetzt werden. Hierbei sind k_1, k_2 und k_3 freie reelle Parameter. Mit r wird die Führungsgröße des Regelkreises bezeichnet.

b) Bestimmen Sie die Wertebereiche der Reglerparameter k_1, k_2 und k_3 so, dass die System-matrix des Regelkreises einen doppelten reellen Eigenwert s_i mit $s_i < -2$ besitzt und bei der Wahl der Führungsgröße $r(t) = \sigma(t)$ für die Ausgangsgröße $y(t)$ gilt: $\lim_{t\to\infty} y(t) = 1$.

Aufgabe 4

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Eingangsgröße r und der Ausgangsgröße y (k_1, k_2 und k_3 sind reelle Parameter).



a) Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $T(s) = \dfrac{y(s)}{r(s)}$.

b) Geben Sie notwendige und hinreichende Bedingungen für die Parameter k_1, k_2 und k_3 an, so dass obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

c) Bestimmen Sie die Parameter k_1, k_2 und k_3 so, dass *alle* Pole von *T(s)* an der Stelle

$$s = -5$$

liegen.

Schriftliche Prüfung aus **Regelungstechnik** am 24.6.2003

Name / Vorname(n):

Kenn-Matr.Nr.:

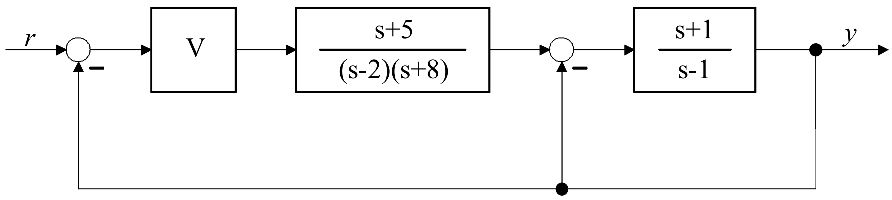
Geburtsdatum:

BONUSPUNKTE aus Computerrechenübung SS2002:
BONUSPUNKTE aus Computerrechenübung SS2003:

	1	2	3	4
erreichbare Punkte	5	5	5	5
erreichte Punkte				

Aufgabe 1:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y (V ist hierbei ein reeller Parameter):



a) Berechnen Sie die Führungsübertragungsfunktion $T(s)$.

b) Skizzieren Sie die Lage der Pole der Führungsübertragungsfunktion in Abhängigkeit des reellen Parameters V (mit $V > 0$) (Wurzelortskurve).

c) Ermitteln Sie mit Hilfe der Wurzelortskurve den größtmöglichen Wertebereich des Parameters V so, dass alle Pole s_i der Führungsübertragungsfunktion die Bedingung $\mathrm{Re}(s_i) < -2$ erfüllen.

Hinweise:

Regeln zur Konstruktion der Wurzelortskurve:

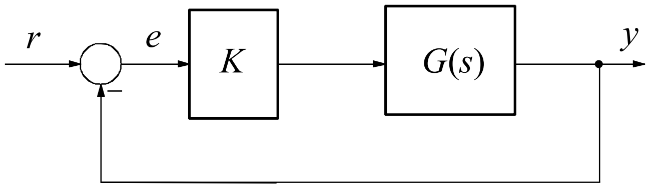
$$L(s) = K \frac{\prod_{\mu=1}^{m}(s-\beta_\mu)}{\prod_{\nu=1}^{n}(s-\alpha_\nu)}$$ Übertragungsfunktion des offenen Kreises

$$\Psi_i = \frac{180°}{n-m}(2i-1), \quad i = 1, \ldots, (n-m)$$ Winkel der Asymptoten für $K > 0$

$$\xi_0 = \frac{\sum_{\nu=1}^{n}\alpha_\nu - \sum_{\mu=1}^{m}\beta_\mu}{n-m}$$ Schnittpunkt der Asymptoten mit der reellen Achse

Aufgabe 2:

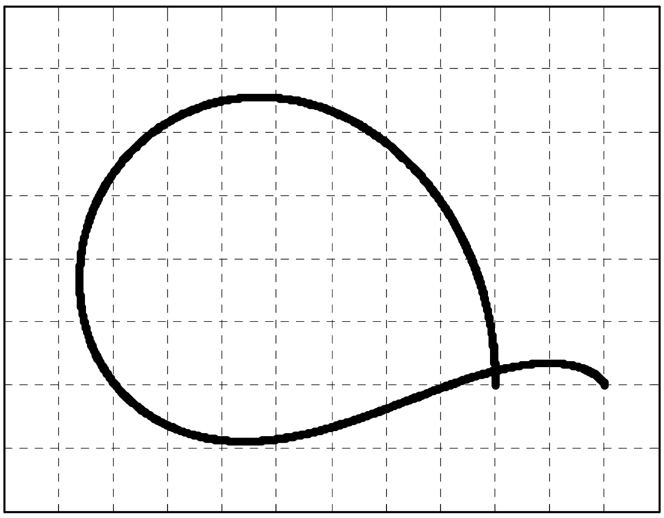
Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



(K ist hierbei ein reeller Parameter)

Die Übertragungsfunktion der Strecke lautet: $$G(s) = \frac{50(10s-1)}{3(s+5)(s-1)^2(s+10)}$$

Zusätzlich liegt der Frequenzgang $G(j\omega)$ der Strecke (für $0 \le \omega < \infty$) in maßstäblicher Darstellung (aber ohne Beschriftung) graphisch vor:



a) Ermitteln Sie mit Hilfe des Nyquistkriteriums den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K (mit $K > 0$), für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

b) Es wird nun als Führungsgröße die Sprungfunktion $r(t) = \sigma(t)$ gewählt. Bestimmen Sie den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K (mit $K > 0$), für den für die bleibende Regelabweichung $e_\infty = \lim_{t\to\infty} e(t) < 2$ gilt.

Aufgabe 3:

Im Zuge des Kulturhauptstadtjahres hat sich ein Künstler in den Kopf gesetzt, für das mathematisches Modell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

einen besonders künstlerischen Zustandsregler der Form $u = \begin{bmatrix} h_1 & h_2 \end{bmatrix}^T \mathbf{x} = \mathbf{h}^T \mathbf{x}$ zu entwerfen. Ein Eigenwert des geregelten Systems soll (aufgrund 2003) klarerweise bei $s_i = -3$ liegen. Da aber der Zustandsvektor $\mathbf{x}$ *nicht* messbar ist, muss für die praktische Realisierung der Regelung ein Schätzwert $\hat{\mathbf{x}}$ herangezogen werden, d.h. $u = \mathbf{h}^T \hat{\mathbf{x}}$. Hierfür soll ein Zustandsbeobachter der Form $\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \hat{\mathbf{A}}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u - \mathbf{f}y$ verwendet werden, wodurch sich ein Gesamtsystem der Form

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \dot{\hat{\mathbf{x}}} \end{bmatrix} = \mathbf{G} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \hat{\mathbf{x}} \end{bmatrix}$$

ergeben würde. Die Eigenwerte der Matrix $\mathbf{G}$ sollen nun (aus naheliegenden ästhetischen Gründen) entweder bei

i) $s_1 = -1$, $s_2 = -2$, $s_3 = -3$ und $s_4 = -4$ oder bei
ii) $s_1 = -2$, $s_2 = -3$, $s_3 = -4$ und $s_4 = -5$ oder bei
iii) $s_{1,2} = -3$ und $s_{3,4} = -3 \pm j3$

liegen.

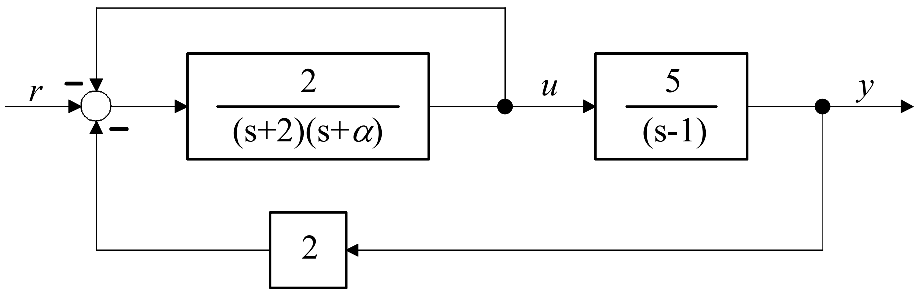
a) Zu welcher Eigenwertkonfiguration würden Sie raten ? *(Begründen Sie Ihre Wahl.)* *(Hinweis: Betrachten Sie zunächst das mathematische Modell der Regelstrecke genauer.)*

b) Bestimmen Sie den Zeilenvektor $\mathbf{h}^T$ des Zustandsreglers. (Der Künstler hatte die Idee, dass $h_1 - h_2 = 2003$ gelten soll. Was halten Sie davon ?)

c) Ermitteln Sie den Vektor $\mathbf{f}$ des asymptotischen Beobachters.

Aufgabe 4:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



(α ist hierbei ein reeller Parameter)

a) Berechnen Sie die Führungsübertragungsfunktion $T(s)$.

b) Ermitteln Sie den größtmöglichen Wertebereich des Parameters α, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft aufweist.

c) Als Führungsgröße wird nun die Sprungfunktion $r(t) = \sigma(t)$ gewählt.

   i) Für welche Werte von α erhält man $y_\infty = \lim_{t \to \infty} y(t) = 1$?

   ii) Für welche Werte von α erhält man $u_\infty = \lim_{t \to \infty} u(t) = 1$?