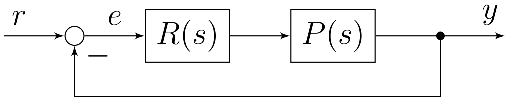
Name: ______________________ **Matr.-Nr.:** ____________

Aufgabe 1 (6 Punkte)

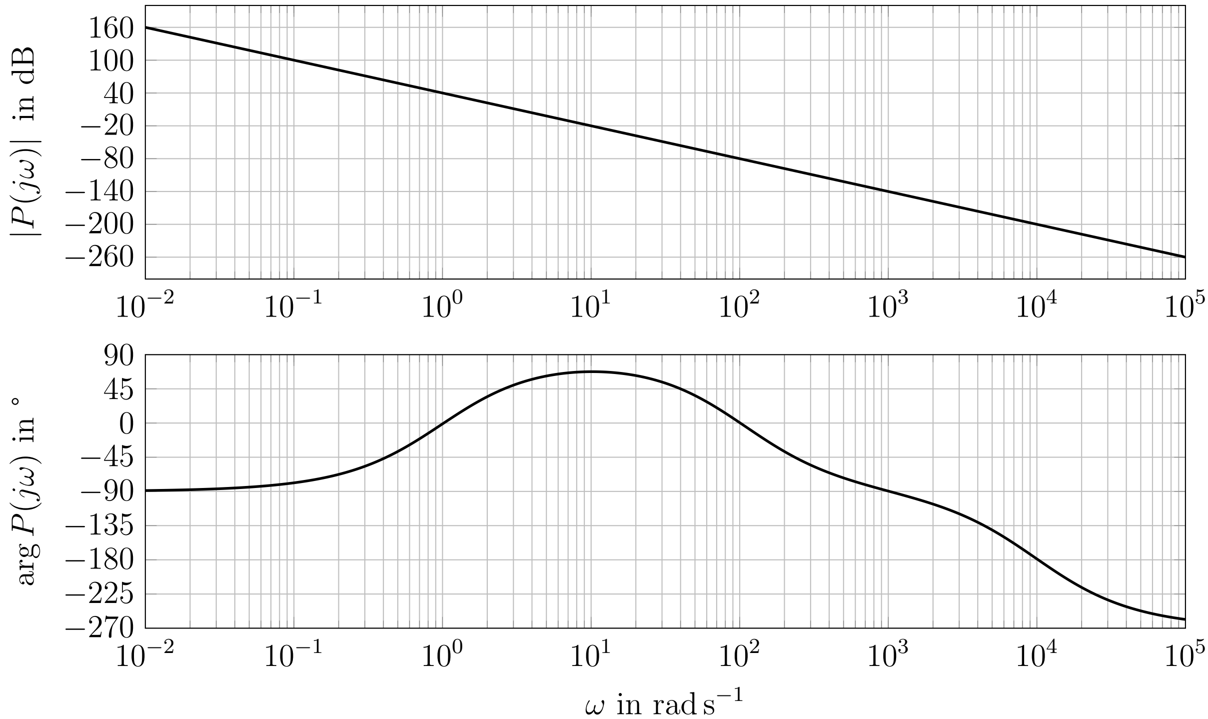
Gegeben sei folgender Regelkreis mit der Führungsgröße r, dem Regelfehler e und der Ausgangsgröße y:



Die Übertragungsfunktion der Strecke hat die Form

$$P(s) = \alpha_1 \frac{(1-\frac{s}{\alpha_2})(1-\frac{s}{\alpha_3})(1+\frac{s}{\alpha_4})}{s^3(1+\frac{s}{\alpha_2})(1+\frac{s}{\alpha_3})(1-\frac{s}{\alpha_4})}.$$

Es gilt $\alpha_1 \neq 0$ und $\alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ sind *positiv*. Der Frequenzgang $P(j\omega)$ ist graphisch in Form von Bode-Diagrammen gegeben:



a) Skizzieren Sie anhand der Bode-Diagramme die zugehörige Ortskurve und ermitteln Sie deren Schnittpunkte mit der reellen Achse.

b) Bestimmen Sie die Streckenverstärkung α_1. (*Hinweis:* Bestimmen Sie auch das Vorzeichen).

c) Als Regler kommt nun ein Proportionalregler $R(s) = K$ mit dem reellen Parameter K zum Einsatz. Zeigen Sie mit Hilfe des Nyquist-Kriteriums nachvollziehbar, d.h. mit Fallunterscheidung und Ermittlung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall, dass man mit diesem Regelgesetz keinen BIBO-stabilen Regelkreis erreichen kann.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Betrachten Sie folgendes System zweiter Ordnung mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y:

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} &= \begin{bmatrix} -5 & -3 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} u \\ y &= \begin{bmatrix} -4 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{x}.\end{aligned}$$

a) Berechnen Sie die Streckenübertragungsfunktion $P(s) = \dfrac{\mu(s)}{\nu(s)}$. Wobei das Zählerpolynom $\mu(s) = 4s + 44$ bereits bestimmt wurde.

b) Ermitteln Sie ein Regelgesetz der Form

$$u = -\boldsymbol{k}^T \mathbf{x} + Vr$$

so, dass das geregelte System die Führungsübertragungsfunktion

$$T(s) = \frac{3}{s+1}$$

aufweist.

Formeln

- Nyquist-Kriterium:

$$\Delta \arg \{1 + L(j\omega)\} \stackrel{!}{=} (n_\mathrm{a} + 2n_\mathrm{r}) \frac{\pi}{2}$$

- Binomische Formeln:

$$\begin{aligned}(a+b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2 \\ (a+b)^3 &= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \\ (a+b)^4 &= a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4\end{aligned}$$

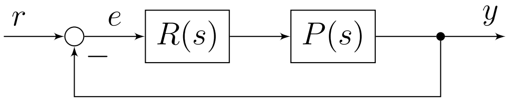
Institut für Regelungs- und Automatisierungstechnik

Regelungstechnik
2. Teilklausur SS 17
Gruppe B

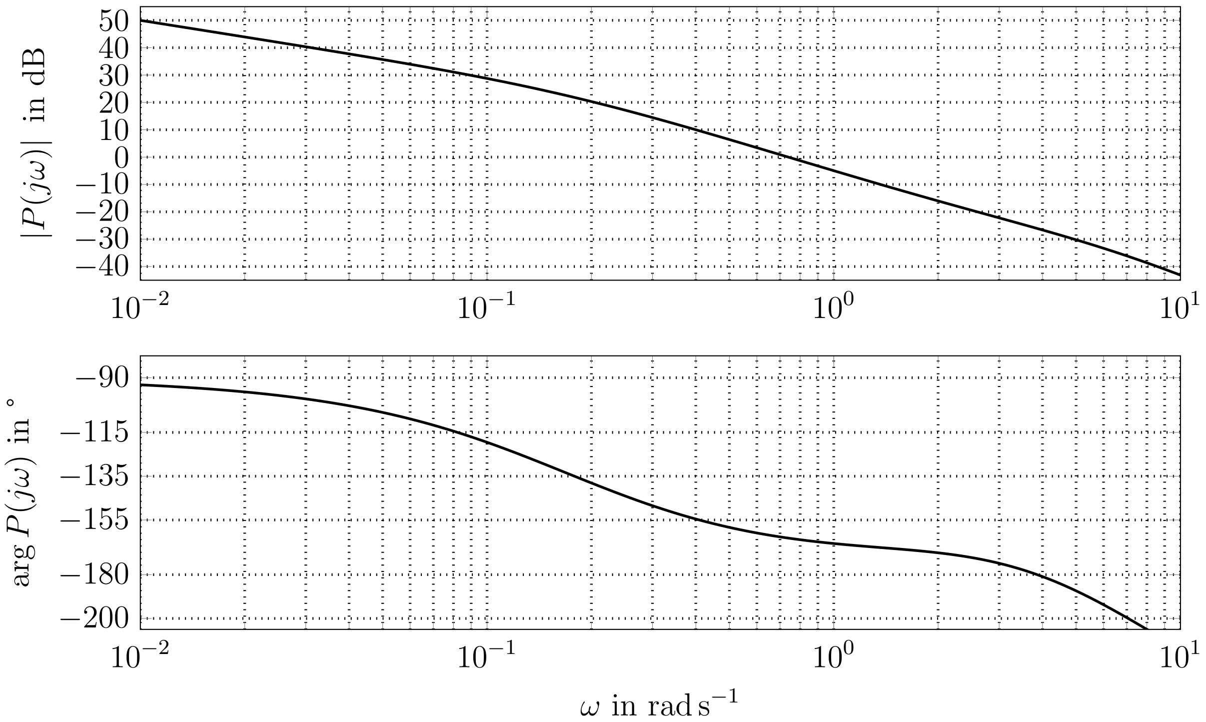
Name: ______________________ **Matr.-Nr.:** ______________

Aufgabe 1 (6 Punkte)

Gegeben sei folgender Regelkreis mit der Führungsgröße r, dem Regelfehler e und der Ausgangsgröße y:



Die Übertragungsfunktion $P(s)$ ist vom einfachen Typ. Ihr Frequenzgang $P(j\omega)$ liegt in Form von Bode-Diagrammen vor:



Die Sprungantwort des geschlossenen Kreises soll eine Anstiegszeit von $t_\mathrm{r} \approx 16,\dot{6}s = \dfrac{50}{3}\mathrm{s}$ und eine Überschwingweite von $M_\mathrm{p} \approx 1{,}06$ aufweisen. Zusätzlich soll bei der rampenförmigen Führungsgröße $r(t) = t\sigma(t)$ die bleibende Regelabweichung

$$\left|\lim_{t\to\infty} e(t)\right| = 1$$

gelten. Dimensionieren Sie eine Reglerübertragungsfunktion der Form

$$R(s) = K\frac{1 + {}^{s}/_{\omega_\mathrm{Z}}}{1 + {}^{s}/_{\omega_\mathrm{N}}}$$

mit den reellen Reglerparametern K, ω_Z und ω_N mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens so, dass obige Anforderungen näherungsweise erfüllt werden. Bei der Überschwingweite wird eine Abweichung von $\pm 0,05$ toleriert. *Hinweis:* Benutzen Sie dazu gegebenenfalls die umseitig angegebene Tabelle.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Betrachten Sie folgendes System zweiter Ordnung mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y:

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{bmatrix} -6 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} -1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}.$$

a) Berechnen Sie die Streckenübertragungsfunktion $P(s) = \dfrac{\mu(s)}{\nu(s)}$. Wobei das Zählerpolynom $\mu(s) = s + 3$ bereits bestimmt wurde.

b) Ermitteln Sie ein Regelgesetz der Form

$$u = -\boldsymbol{k}^T\mathbf{x} + Vr$$

so, dass das geregelte System die Führungsübertragungsfunktion

$$T(s) = \frac{1}{s+2}$$

aufweist.

Formeln und Tabellen

- Frequenzkennlinienverfahren: $\Phi_\mathrm{r} + \ddot{u} \approx 70$, $\omega_\mathrm{c} t_\mathrm{r} \approx 1{,}5$
- Mitunter nützliche Funktionen:

m	2	3	4	5	6	8	10
$\arcsin \frac{m-1}{m+1}$	19°	30°	37°	42°	46°	51°	55°
$\arctan m$	63°	72°	74°	79°	81°	83°	84°
$\lvert m\rvert_\mathrm{dB}$	6	9,5	12	14	15,5	18	20

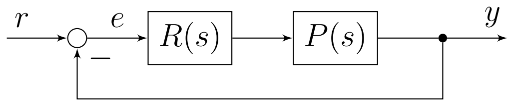
- Bleibende Regelabweichung für unterschiedliche Führungsgrößen in Abhängigkeit der Anzahl an Integratoren im offenen Kreis

e_∞	$\lambda = 0$	$\lambda = 1$	$\lambda = 2$
$r(t) = \sigma(t)$	$\frac{1}{1+V}$	0	0
$r(t) = t\sigma(t)$	-	$\frac{1}{V}$	0
$r(t) = \frac{t^2}{2!}\sigma(t)$	-	-	$\frac{1}{V}$

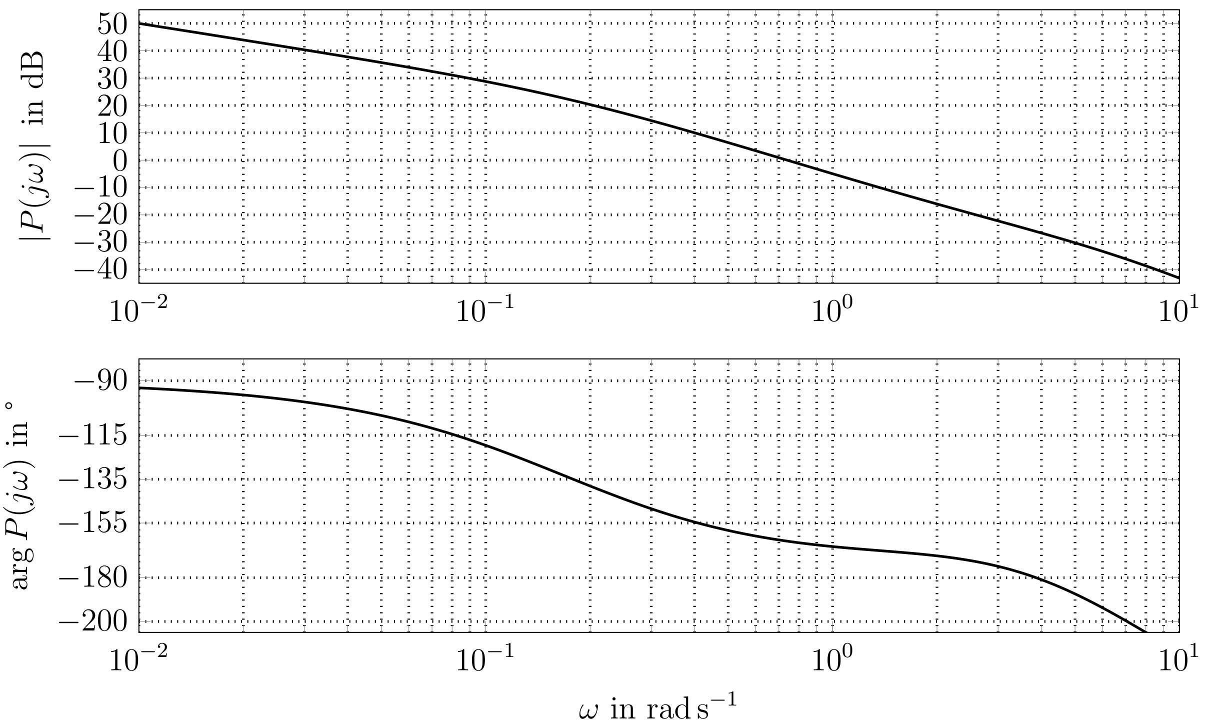
Name: ______________________ **Matr.-Nr.:** ______________

Aufgabe 1 (6 Punkte)

Gegeben sei folgender Regelkreis mit der Führungsgröße r, dem Regelfehler e und der Ausgangsgröße y:



Die Übertragungsfunktion $P(s)$ ist vom einfachen Typ. Ihr Frequenzgang $P(j\omega)$ liegt in Form von Bode-Diagrammen vor:



Die Sprungantwort des geschlossenen Kreises soll eine Anstiegszeit von $t_{\mathrm{r}} \approx 3{,}75\,\mathrm{s} = \frac{15}{4}\mathrm{s}$ und eine Überschwingweite von $M_{\mathrm{p}} \approx 1{,}45$ aufweisen. Zusätzlich soll bei der rampenförmigen Führungsgröße $r(t) = t\sigma(t)$ die bleibende Regelabweichung

$$\left|\lim_{t\to\infty} e(t)\right| = \frac{1}{10}$$

gelten. Dimensionieren Sie eine Reglerübertragungsfunktion der Form

$$R(s) = K\frac{1 + {}^{s}/_{\omega_{\mathrm{Z}}}}{1 + {}^{s}/_{\omega_{\mathrm{N}}}}$$

mit den reellen Reglerparametern K, ω_{Z} und ω_{N} mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens so, dass obige Anforderungen näherungsweise erfüllt werden. Bei der Überschwingweite wird eine Abweichung von $\pm 0,05$ toleriert. *Hinweis:* Benutzen Sie dazu gegebenenfalls die umseitig angegebene Tabelle.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Betrachten Sie folgendes System zweiter Ordnung mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y:

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} &= \begin{bmatrix} -6 & -2 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} u \\ y &= \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}\mathbf{x}.\end{aligned}$$

a) Berechnen Sie die Streckenübertragungsfunktion $P(s) = \dfrac{\mu(s)}{\nu(s)}$. Wobei das Zählerpolynom $\mu(s) = s + 10$ bereits bestimmt wurde.

b) Ermitteln Sie ein Regelgesetz der Form

$$u = -\boldsymbol{k}^T\mathbf{x} + Vr$$

so, dass das geregelte System die Führungsübertragungsfunktion

$$T(s) = \frac{1}{s+1}$$

aufweist.

Formeln und Tabellen

- Frequenzkennlinienverfahren: $\Phi_\mathrm{r} + \ddot{u} \approx 70$, $\omega_\mathrm{c} t_\mathrm{r} \approx 1{,}5$
- Mitunter nützliche Funktionen:

m	2	3	4	5	6	8	10
$\arcsin \dfrac{m-1}{m+1}$	19°	30°	37°	42°	46°	51°	55°
$\arctan m$	63°	72°	74°	79°	81°	83°	84°
$\lvert m\rvert_\mathrm{dB}$	6	9,5	12	14	15,5	18	20

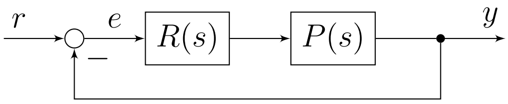
- Bleibende Regelabweichung für unterschiedliche Führungsgrößen in Abhängigkeit der Anzahl an Integratoren im offenen Kreis

e_∞	$\lambda = 0$	$\lambda = 1$	$\lambda = 2$
$r(t) = \sigma(t)$	$\dfrac{1}{1+V}$	0	0
$r(t) = t\sigma(t)$	-	$\dfrac{1}{V}$	0
$r(t) = \dfrac{t^2}{2!}\sigma(t)$	-	-	$\dfrac{1}{V}$

Name: ____________________ **Matr.-Nr.:** ____________

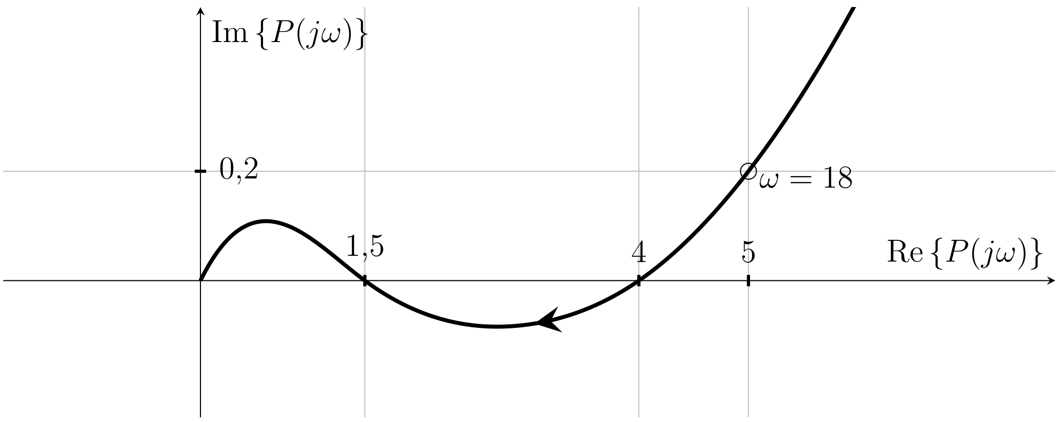
Für beide Aufgaben gilt:

Gegeben sei folgender Regelkreis mit der Führungsgröße r, dem Regelfehler e und der Ausgangsgröße y:



Aufgabe 1 (7 Punkte)

Die Streckenübertragungsfunktion $P(s)$ besitzt eine Polstelle bei $s = 0$ und keine Polstellen mit *positivem* Realteil. Die Ortskurve ihres Frequenzgangs ist in graphischer Form gegeben:



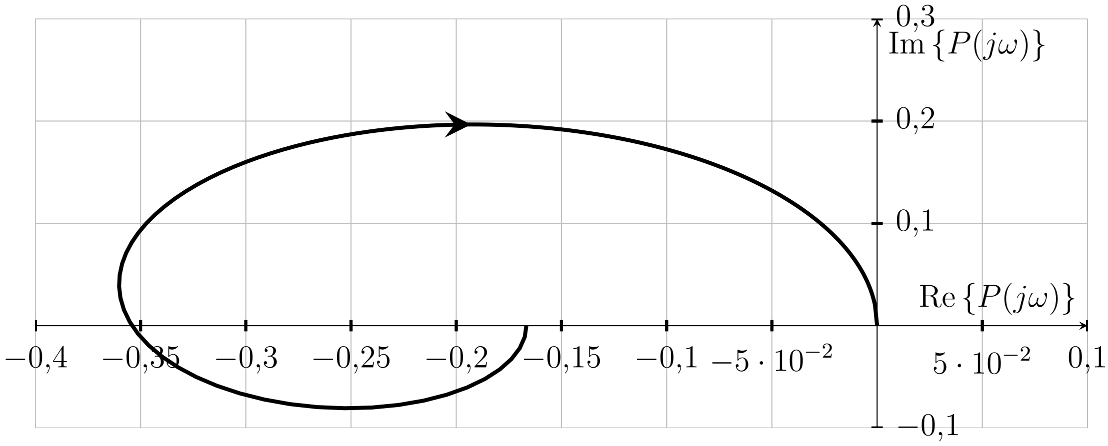
a) Als Regler kommt ein Proportionalregler $R(s) = K$ mit dem reellen Parameter K zum Einsatz. Ermitteln Sie mit Hilfe des Nyquist-Kriteriums nachvollziehbar, d.h. mit Fallunterscheidung und Ermittlung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall, den größtmöglichen Wertebereich des Reglerparameters K, für den der Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

b) Als Führungsgröße wird nun $r(t) = 25 + \sqrt{2}\cos(18t)$ vorgegeben. Ermitteln Sie den Verlauf des Regelfehlers $e(t)$ im sogenannten eingeschwungenen Zustand, d.h. für große Werte des Zeitparameters t, für folgende Werte des Reglerparameters K:

i) $K = \dfrac{52}{3}$ ii) $K = -\dfrac{10}{52}$.

Aufgabe 2 (3 Punkte)

Die Strecke $P(s)$ besitzt die *BIBO Eigenschaft*. Die Ortskurve ihres Frequenzgangs ist gegeben:



Als Regler wird ein I-Regler $R(s) = \dfrac{K_\mathrm{I}}{s}$ mit dem reellen Parameter K_I eingesetzt.

Skizzieren Sie die Ortskurve der Übertragungsfunktion $G(s) := \dfrac{P(s)}{s}$ und bestimmen Sie deren Schnittpunkte mit der reellen Achse.

Formeln und Tabellen

- Nyquist-Kriterium:

$$\Delta \arg \{1 + L(j\omega)\} \stackrel{!}{=} (n_\mathrm{a} + 2n_\mathrm{r})\frac{\pi}{2}$$

- Nützliche Funktionen:

m	2	3	4	5	6	7	10	17
$\arctan m$	63°	72°	74°	79°	81°	82°	84°	87°
$\lvert m \rvert_\mathrm{dB}$	6	9,5	12	14	15,5	17	20	25

Hinweis: $\arctan \dfrac{1}{m} = 90° - \arctan m$