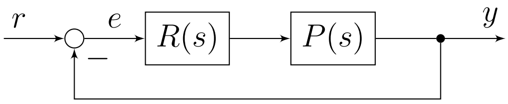
Name: ______________________ **Matr.-Nr.:** ______________

Für beide Aufgaben gilt:

Gegeben sei folgender Regelkreis mit der Führungsgröße r, dem Regelfehler e und der Ausgangsgröße y:

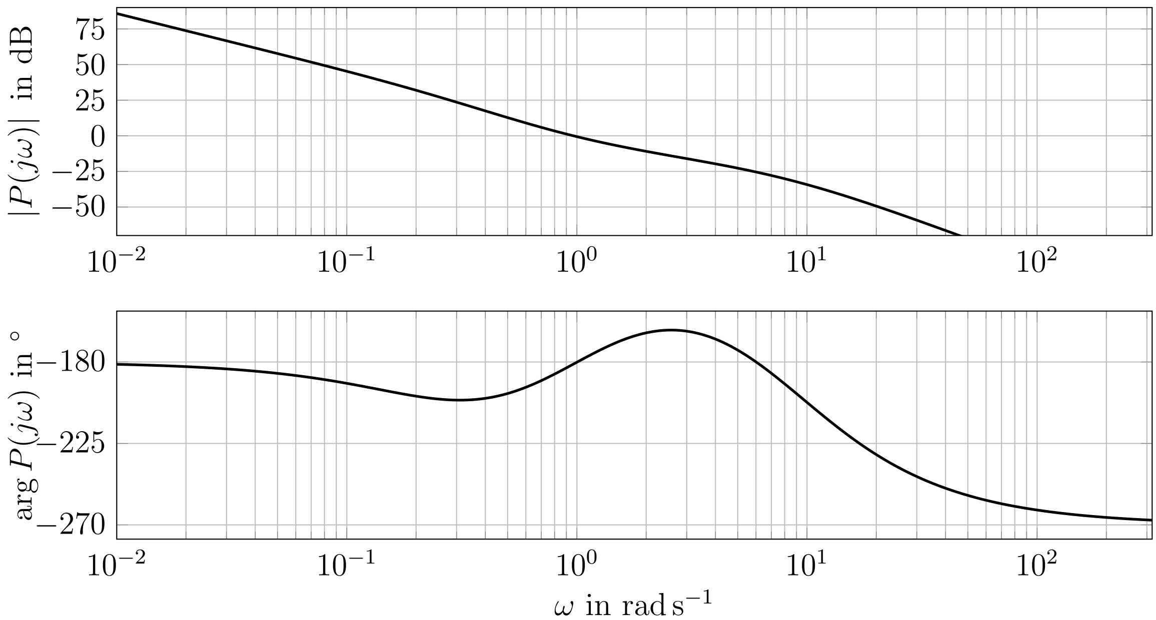


Aufgabe 1 (6 Punkte)

Die Übertragungsfunktion der Strecke hat die Form

$$P(s) = \alpha_1 \frac{(s+\alpha_2)^2}{s^2(s+\alpha_3)(s+\alpha_4)^2}.$$

Die Konstanten $\alpha_1, \ldots, \alpha_4$ sind dabei *positiv*. Ihr Frequenzgang $P(j\omega)$ ist graphisch in Form von Bode-Diagrammen gegeben:



a) Skizzieren Sie anhand der Bode-Diagramme die zugehörige Ortskurve und ermitteln Sie deren Schnittpunkte mit der reellen Achse.

b) Als Regler kommt ein Proportionalregler $R(s) = K$ mit dem reellen Parameter K zum Einsatz. Ermitteln Sie mit Hilfe des Nyquist-Kriteriums nachvollziehbar, d.h. mit Fallunterscheidung und Ermittlung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall, den größtmöglichen Wertebereich des Reglerparameters K, für den der Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Die Übertragungsfunktion der Regelstrecke lautet

$$P(s) = \frac{4s+8}{(s+6)(2s+3)}.$$

Dimensionieren Sie mittels der T-Summen Regel einen PI-Regler und geben Sie dessen Übertragungsfunktion $R(s)$ an. Ermitteln Sie die dazu benötigten Größen T_Σ und K_S analytisch und benutzen Sie die unten angegebene Tabelle.

Formeln und Tabellen

- Nyquist-Kriterium:

$$\Delta \arg\{1 + L(j\omega)\} \stackrel{!}{=} (n_\mathrm{a} + 2n_\mathrm{r})\frac{\pi}{2}$$

- Einstellregeln T-Summen-Regel, für einen idealen PID-Regler der Form

$$R(s) = K_\mathrm{P}\left(1 + \frac{1}{T_\mathrm{N}s} + T_\mathrm{V}s\right)$$

Reglertyp	K_P	T_N	T_V
P-Regler	$\frac{1}{K_\mathrm{S}}$	∞	0
PI-Regler	$\frac{1}{2K_\mathrm{S}}$	$\frac{T_\Sigma}{2}$	0
PD-Regler	$\frac{1}{K_\mathrm{S}}$	∞	$\frac{T_\Sigma}{3}$
PID-Regler	$\frac{1}{K_\mathrm{S}}$	$\frac{2T_\Sigma}{3}$	$\frac{T_\Sigma}{6}$

- Nützliche Funktionen:

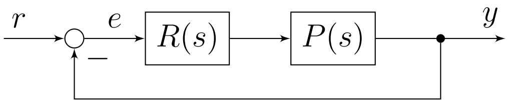
m	2	3	4	5	6	7	10	17
$\arctan m$	63°	72°	74°	79°	81°	82°	84°	87°
$\lvert m\rvert_\mathrm{dB}$	6	9,5	12	14	15,5	17	20	25

Hinweis: $\arctan\frac{1}{m} = 90° - \arctan m$

Name: ______________________ **Matr.-Nr.:** ____________

Für beide Aufgaben gilt:

Gegeben sei folgender Regelkreis mit der Führungsgröße r, dem Regelfehler e und der Ausgangsgröße y:

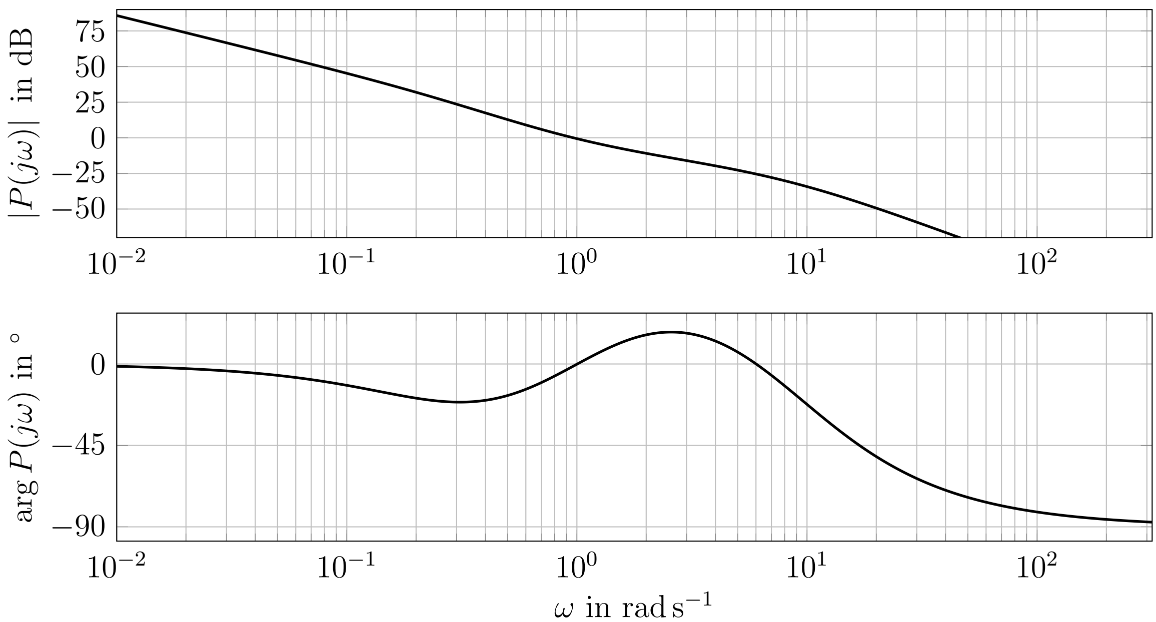


Aufgabe 1 (6 Punkte)

Die Übertragungsfunktion der Strecke hat die Form

$$P(s) = -\alpha_1 \frac{(s+\alpha_2)^2}{s^2(s+\alpha_3)(s+\alpha_4)^2}.$$

Die Konstanten $\alpha_1, \ldots, \alpha_4$ sind dabei *positiv*. Ihr Frequenzgang $P(j\omega)$ ist graphisch in Form von Bode-Diagrammen gegeben:



a) Skizzieren Sie anhand der Bode-Diagramme die zugehörige Ortskurve und ermitteln Sie deren Schnittpunkte mit der reellen Achse.

b) Als Regler kommt ein Proportionalregler $R(s) = K$ mit dem reellen Parameter K zum Einsatz. Ermitteln Sie mit Hilfe des Nyquist-Kriteriums nachvollziehbar, d.h. mit Fallunterscheidung und Ermittlung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall, den größtmöglichen Wertebereich des Reglerparameters K, für den der Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Die Übertragungsfunktion der Regelstrecke lautet

$$P(s) = \frac{2s + 3}{(s + 2)(10s + 6)}.$$

Dimensionieren Sie mittels der T-Summen Regel einen PI-Regler und geben Sie dessen Übertragungsfunktion $R(s)$ an. Ermitteln Sie die dazu benötigten Größen T_Σ und K_S analytisch und benutzen Sie die unten angegebene Tabelle.

Formeln und Tabellen

- Nyquist-Kriterium:

$$\Delta \arg\{1 + L(j\omega)\} \stackrel{!}{=} (n_\mathrm{a} + 2n_\mathrm{r})\frac{\pi}{2}$$

- Einstellregeln T-Summen-Regel, für einen idealen PID-Regler der Form

$$R(s) = K_\mathrm{P}\left(1 + \frac{1}{T_\mathrm{N}s} + T_\mathrm{V}s\right)$$

Reglertyp	K_P	T_N	T_V
P-Regler	$\frac{1}{K_\mathrm{S}}$	∞	0
PI-Regler	$\frac{1}{2K_\mathrm{S}}$	$\frac{T_\Sigma}{2}$	0
PD-Regler	$\frac{1}{K_\mathrm{S}}$	∞	$\frac{T_\Sigma}{3}$
PID-Regler	$\frac{1}{K_\mathrm{S}}$	$\frac{2T_\Sigma}{3}$	$\frac{T_\Sigma}{6}$

- Nützliche Funktionen:

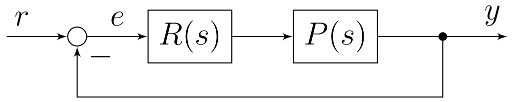
m	2	3	4	5	6	7	10	17
$\arctan m$	63°	72°	74°	79°	81°	82°	84°	87°
$\lvert m\rvert_\mathrm{dB}$	6	9,5	12	14	15,5	17	20	25

Hinweis: $\arctan\frac{1}{m} = 90° - \arctan m$

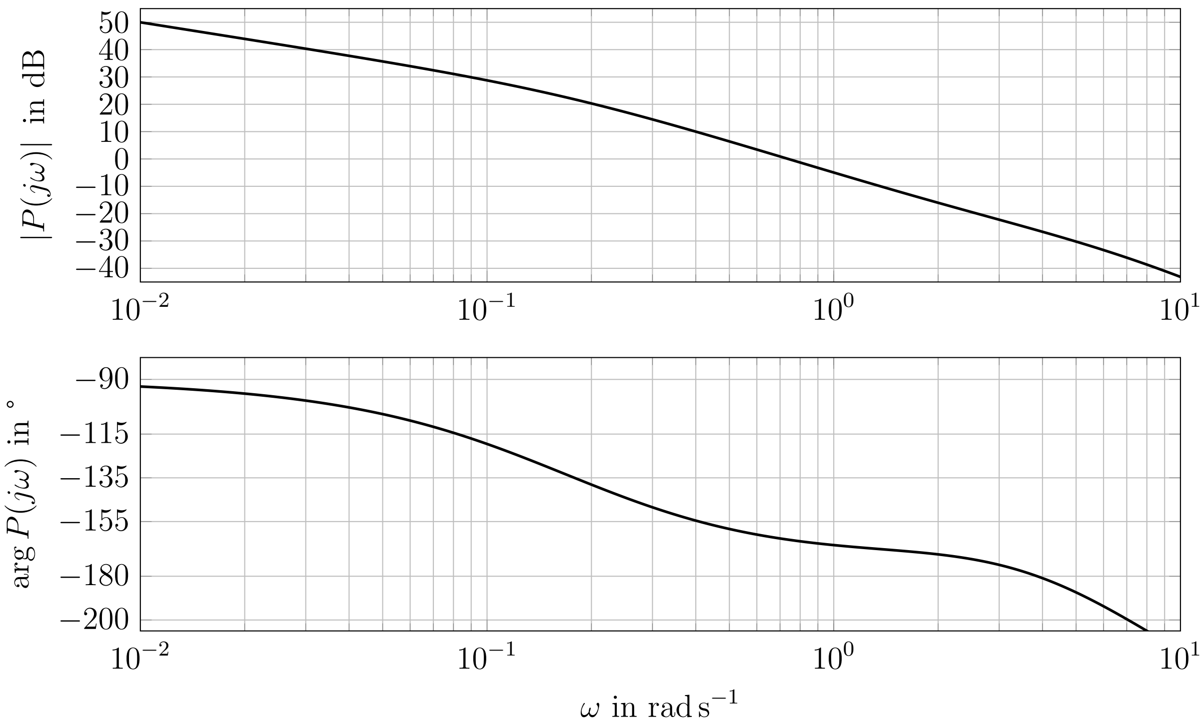
Name: ____________________ **Matr.-Nr.:** ____________

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Gegeben sei folgender Regelkreis mit der Führungsgröße r, dem Regelfehler e und der Ausgangsgröße y:



Die Übertragungsfunktion $P(s)$ ist vom einfachen Typ. Ihr Frequenzgang $P(j\omega)$ liegt in Form von Bode-Diagrammen vor:



Die Sprungantwort des geschlossenen Kreises soll eine Anstiegszeit von $t_\mathrm{r} \approx 3{,}75\,\mathrm{s} = \frac{15}{4}\mathrm{s}$ und eine Überschwingweite von $M_\mathrm{p} \approx 1{,}08$ aufweisen.

a) Dimensionieren Sie eine Reglerübertragungsfunktion der Form

$$R(s) = K\frac{1 + {}^{s}/_{\omega_\mathrm{Z}}}{1 + {}^{s}/_{\omega_\mathrm{N}}}$$

mit den reellen Reglerparametern K, ω_Z und ω_N mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens so, dass obige Anforderungen näherungsweise erfüllt werden. *Hinweis:* Benutzen Sie dazu gegebenenfalls die umseitig angegebene Tabelle.

b) Berechnen Sie die bleibende Regelabweichung e_∞ für folgende Führungsgrößen:

i) $r(t) = 10t$, ii) $r(t) = 27t^2$

Aufgabe 2 (3 Punkte)

Es sei folgendes System zweiter Ordnung mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y gegeben:

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{bmatrix} -6 & -2 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} u$$

Ermitteln Sie ein Regelgesetz der Form

$$u = -\mathbf{k}^T \mathbf{x}$$

so, dass die beiden Eigenwerte des geregelten Systems bei $\lambda_{1,2} = -2$ liegen.

Aufgabe 3 (3 Punkte)

Gegeben sei eine Strecke mit der Übertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{s + \sqrt{3}}{s^2 - s + 1}.$$

Ermitteln Sie für diese Strecke eine implementierbare Übertragungsfunktion $T(s)$ so, dass für $r(t) = \sigma(t)$ das Integral

$$\int_0^\infty \left[r(t) - y(t)\right]^2 + \delta \left[u(t) - u_\infty\right]^2 \mathrm{d}t$$

für $\delta = 1$ minimiert wird. Dabei steht die Abkürzung u_∞ für

$$u_\infty = \lim_{t \to \infty} u(t).$$

Hinweis: $\sqrt{j} = \dfrac{1 + j}{\sqrt{2}}$.

Formeln und Tabellen

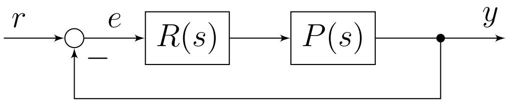
- Optimierung: $\Delta(s) = \nu(s)\nu(-s) + \frac{1}{\delta}\mu(s)\mu(-s)$
- Frequenzkennlinienverfahren: $\Phi_\mathrm{r} + \ddot{u} \approx 70$, $\omega_\mathrm{c} t_\mathrm{r} \approx 1{,}5$
- Mitunter nützliche Funktionen:

m	2	3	4	5	6	8	10
$\arcsin \frac{m-1}{m+1}$	19°	30°	37°	42°	46°	51°	55°
$\arctan m$	63°	72°	74°	79°	81°	83°	84°
$\lvert m \rvert_\mathrm{dB}$	6	9,5	12	14	15,5	18	20

Name: ______________________ **Matr.-Nr.:** ____________

Für beide Aufgaben gilt:

Gegeben sei folgender Regelkreis mit der Führungsgröße r, dem Regelfehler e und der Ausgangsgröße y:



Aufgabe 1 (6 Punkte)

Die Regelstrecke ist durch

$$P(s) = \frac{1}{s+1}$$

gegeben. Als Regler wird ein PI-Regler

$$R(s) = K\left(1 + \frac{1}{sT_{\mathrm{N}}}\right)$$

verwendet. Für dessen Nachstellzeit wird $T_{\mathrm{N}} = 1$ gewählt, während K ein freier reeller Parameter ist.

a) Ermitteln Sie mit Hilfe des Nyquist-Kriteriums nachvollziehbar, d.h. mit Fallunterscheidung und Ermittlung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall, den größtmöglichen Wertebereich des Reglerparameters K, für den der Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

b) Als Führungsgröße wird $r(t) = \cos t$ gewählt. Ermitteln Sie den Verlauf der Ausgangsgröße $y(t)$ im eingeschwungenen Zustand für folgende Werte des Reglerparameters:

i) $K = -1$, ii) $K = 1$.

c) Ermitteln Sie mit der Methode von Tustin eine zeitdiskrete Approximation $R(z)$ des Reglers für die Abtastzeit $T_{\mathrm{d}} = 2$ und geben Sie das zeitdiskrete Regelgesetz in Form einer Differenzengleichung an.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Die Übertragungsfunktion der Regelstrecke lautet

$$P(s) = \frac{2}{s^2}.$$

Bestimmen Sie die Reglerübertragungsfunktion $R(s)$ durch eine Polvorgabe so, dass alle Pole der Führungsübertragungsfunktion $T(s)$ an der Stelle $s = -2$ liegen. Welche Führungsübertragungsfunktion $T(s)$ ergibt sich auf diese Weise?

Formeln

- Nyquist-Kriterium:

$$\Delta \arg\{1 + L(j\omega)\} \overset{!}{=} (n_\mathrm{a} + 2n_\mathrm{r})\frac{\pi}{2}$$

- Tustin-Formel:

$$s = \frac{2}{T_\mathrm{d}}\frac{z-1}{z+1}$$

- Binomische Formeln:

$$\begin{aligned}(a+b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2\\ (a+b)^3 &= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3\\ (a+b)^4 &= a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4\end{aligned}$$