Schriftliche Prüfung aus **Regelungssysteme** am 25.03.2022

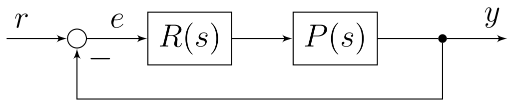
Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	3	3	3	2	3	2	3	2	21
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

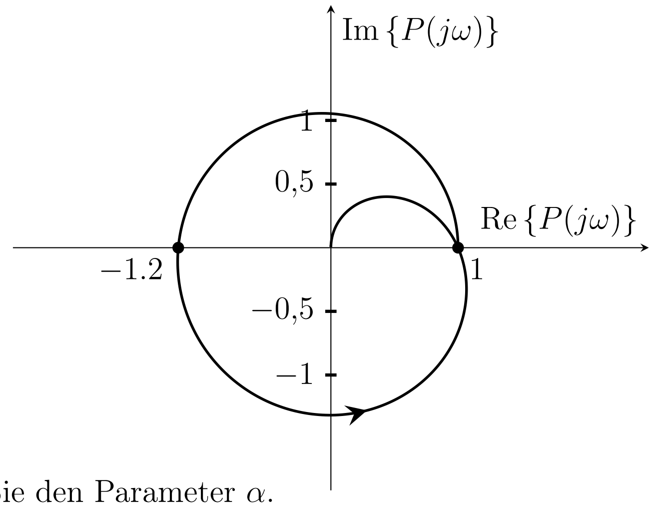
Gegeben sei ein Standardregelkreis mit der Führungsgröße r, dem Regelfehler e und der Ausgangsgröße y:



Als Regler kommt ein Proportionalregler $R(s) = K$ zum Einsatz. Dabei ist K ein reeller Parameter. Die Übertragungsfunktion der Strecke lautet

$$P(s) = \frac{-6(s+1)^2}{(s-1)(s-3)(s+\alpha)}$$

wobei α ein unbekannter reeller Parameter ist. Die Ortskurve des Frequenzgangs $P(j\omega)$ ist gegeben:



a) Ermitteln Sie den Parameter α.

b) Ermitteln Sie mit Hilfe des Nyquist-Kriteriums *nachvollziehbar* (mit Fallunterscheidung und Bestimmung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den obiger Regelkreis BIBO-stabil ist.

Aufgabe 2:

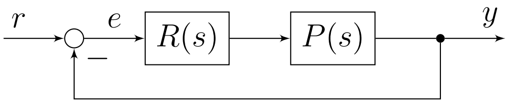
Zum Reglerentwurf mit dem Frequenzkennlinienverfahren werden oft spezielle Korrekturglieder eingesetzt.

a) Geben Sie die Übertragungsfunktion eines Lead/Lag-Gliedes an. Wie sind die beiden Parameter der Übertragungsfunktion für ein Lead-Glied zu wählen? Wie ist die Vorgangsweise beim Entwurf eines Lead-Gliedes? Geben Sie notwendigen mathematischen Zusammenhänge an.

b) Zeichnen Sie typischen Frequenzkennlinien eines Lead-Gliedes. Welche maximale Phasenänderung ist damit möglich?

Aufgabe 3:

Gegeben sei ein Standardregelkreis mit der Führungsgröße r, dem Regelfehler e und der Ausgangsgröße y:



Die Übertragungsfunktion der Strecke lautet:

$$P(s) = \frac{10}{(s+1)^2}.$$

Als Regler wird ein PI-Regler mit der Übertragungsfunktion

$$R(s) = K_P \left(1 + \frac{1}{s}\right)$$

eingesetzt. Hierbei ist K_P ein reeller Parameter.

a) Zeichnen Sie das Bode-Diagramm von $P(s)$.

b) Ermitteln Sie den Parameter K_P so, dass für die Anstiegszeit der Sprungantwort des Regelkreises $t_r \approx 1.5\mathrm{s}$ gilt. Wie groß ist das zu erwartende prozentuale Überschwingen?

c) Ermitteln Sie für $r(t) = \sigma(t) + 2t\sigma(t)$ die bleibende Regelabweichung $e_\infty = \lim_{t\to\infty} e(t)$.

Aufgabe 4:

Gegeben sei folgendes Zustandsraummodell einer Regelstrecke

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -8 & 1 & 2 & 5 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$
$$y = \mathbf{c}^T \mathbf{x} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}.$$

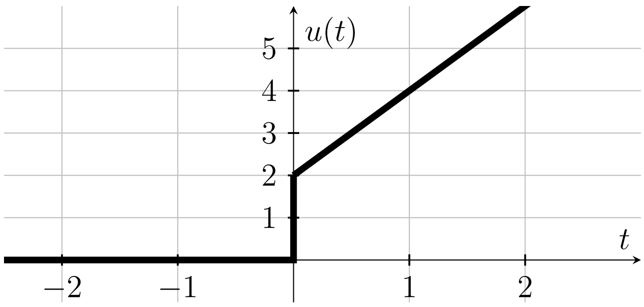
a) Geben Sie die Übertragungsfunktion der Regelstrecke an.

b) Ermitteln Sie ein Zustandsregelgesetz der Form $u = -\mathbf{k}^T\mathbf{x}$, sodass der geschlossene Kreis folgendes Hurwitzpolynom als charakteristisches Polynom aufweist:

$$w(s) = s^5 + 5s^4 + 10s^3 + 10s^2 + 5s + 1.$$

Aufgabe 5:

Gegeben sei folgende Sprungantwort eines PI-Reglers:



a) Lesen Sie den Proportionalbeiwert K_P und die Nachstellzeit T_N ab.

b) Geben Sie die Übertragungsfunktion eines PI-Reglers *mit den Parametern aus a)* an und zeichnen Sie das dazugehörige Strukturbild.

c) Erweitern Sie das Strukturbild des PI-Reglers um eine Anti-Windup Maßnahme.

Aufgabe 6:

Gegeben sei das mathematische Modell einer Regelstrecke mit der Eingangsgröße u und der Messgröße y:

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}u$$
$$y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \end{bmatrix}\mathbf{x}.$$

a) Zur Regelung stehen zwei Zustandsregler zur Verfügung:

$$\text{i)} \quad u = -\begin{bmatrix} -1 & -1 \end{bmatrix}\mathbf{x} + Vr \qquad \text{ii)} \quad u = -\begin{bmatrix} -5 & -5 \end{bmatrix}\mathbf{x} + Vr$$

Wählen Sie einen Regler (*begründen Sie Ihre Wahl!*) und bestimmen Sie den Vorfaktor V so, dass die Bedingung

$$y_\infty = \lim_{t\to\infty} y(t) = 1$$

für $r(t) = \sigma(t)$ erfüllt ist.

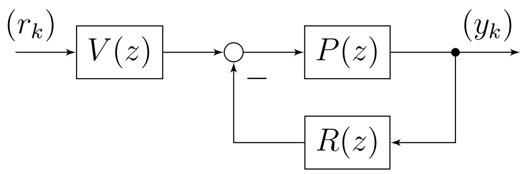
b) Da der Zustandsvektor $\mathbf{x}$ nicht messbar ist, wird für die praktische Realisierung obiger Regelung ein Schätzwert $\hat{\boldsymbol{x}}$ herangezogen, d.h. $u = -\boldsymbol{k}^T\hat{\boldsymbol{x}} + Vr$. Dafür soll ein Zustandsbeobachter der Form

$$\frac{\mathrm{d}\hat{\mathbf{x}}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \mathbf{l}(y - \boldsymbol{c}^T\hat{\mathbf{x}})$$

verwendet werden. Berechnen Sie $\mathbf{l}$ so, dass die Dynamikmatrix des Beobachterfehlers $\mathbf{e} = \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$ lauter Eigenwerte bei $s = -5$ besitzt?

Aufgabe 7:

Betrachtet wird die erweiterte Regelkreisstruktur



mit der Regelstrecke

$$P(z) = \frac{\mu(z)}{\nu(z)} = \frac{z-1}{z^2+1}$$

und den beiden Reglerübertragungsfunktionen $R(z) = \dfrac{b(z)}{a(z)}$ und $V(z) = \dfrac{c(z)}{a(z)}$.
Es soll der Regler in Form von $R(z)$ und $V(z)$ so entworfen werden, dass der geschlossene Kreis das Fuhrungsverhalten

$$T(z) = \frac{\mu_T(z)}{\nu_T(z)} = \frac{2z-2}{z^3}$$

aufweist.

a) Untersuchen Sie die gegebene Führungsübertragungsfunktion $T(z)$ auf Implementierbarkeit bei gegebener Streckenübertragungsfunktion $P(z)$.

b) Bestimmen Sie die Polynome $a(z)$, $b(z)$ und $c(z)$ so, dass die Führungsübertragungsfunktion des geschlossenen Kreises der gegebenen Übertragungsfunktion $T(z)$ entspricht. Geben Sie die beiden Reglerübertragungsfunktionen $R(z)$ und $V(z)$ an.

Aufgabe 8:

Gegeben sei das mathematische Modell einer Strecke mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & -\alpha \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 2 \\ \alpha \end{bmatrix} u \\ y &= \mathbf{c}^T\mathbf{x} = \begin{bmatrix} -1 & \beta \end{bmatrix}\mathbf{x}.\end{aligned}$$

a) Ermitteln Sie die Eigenwerte der Strecke.

b) Bestimmen Sie den größtmöglichen Wertebereich der Parameter α und β so, dass die Regelstrecke steuerbar ist.

Schriftliche Prüfung aus **Regelungssysteme** am 04.05.2022

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	Summe
erreichbare Punkte	3	3	4	3	3	2	3	21
erreichte Punkte								

Aufgabe 1:

Gegeben sei die Übertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{\mu(s)}{\nu(s)} = \frac{1}{s^3 + 3s + 1}$$

einer Regelstrecke. Es soll nun ein Standardregelkreis so ausgelegt werden, dass seine Führungsübertragungsfunktion $T(s) = \frac{\mu_T(s)}{\nu_T(s)}$ das vorgegebene Nennerpolynom

$$\nu_T(s) = (s+1)^4(s+2) = s^5 + 6s^4 + 14s^3 + 16s^2 + 9s + 2.$$

besitzt.

a) Ermitteln Sie die Parameter des Reglers $R(s) = \frac{b(s)}{a(s)}$ über die Methode der Polvorgabe.

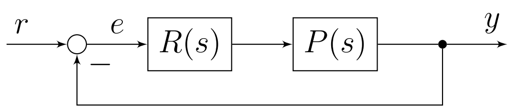
b) Geben Sie eine Realisierung der Reglerübertragungsfunktion $R(s)$ in der Form

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}_R}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x}_R + \mathbf{b}e$$
$$u = \mathbf{c}^T\mathbf{x}_R + de$$

an.

Aufgabe 2:

Gegeben sei folgender Standardregelkreis



Die Übertragungsfunktion der Strecke lautet

$$P(s) = \frac{s-1}{(s+1)^3}$$

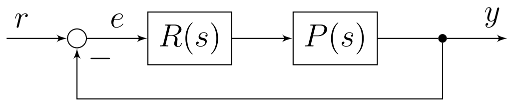
und als Regler wird ein Proportionalregler $R(s) = K$ mit $K \in \mathbb{R}$ eingesetzt.

a) Skizzieren Sie die Ortskurve der Übertragungsfunktion $P(s)$ und bestimmen Sie deren Schnittpunkte mit der reellen Achse.

b) Ermitteln Sie mit Hilfe des NYQUIST-Kriteriums *nachvollziehbar* (mit Fallunterscheidung und Bestimmung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den obiger Regelkreis BIBO-stabil ist.

Aufgabe 3:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Standardregelkreises mit der Führungsgröße r, der Regelabweichung e und der Ausgangsgröße y:



Die Übertragungsfunktion der Strecke lautet

$$P(s) = -0.1\frac{(s-10)}{(s+10)(s+0.001)}.$$

a) Zeichnen Sie das Bode-Diagramm von $P(s)$.

b) Als Regler wird ein PI-Regler mit der Übertragungsfunktion

$$R(s) = 10 + K_I\frac{1}{s}$$

eingesetzt. Dimensionieren Sie den Parameter des Reglers K_I so, dass für die bleibende Regelabweichung e_∞ bei Vorgabe der *rampenförmigen* Führungsgröße $r(t) = t\sigma(t)$ der Wert

$$|e_\infty| = \frac{1}{100}$$

folgt.

c) Bestimmen Sie die Durchtrittsfrequenz ω_c.

d) Bestimmen Sie die Phasenreserve.

Aufgabe 4:

Es sei eine Regelstrecke mit der Übertragungsfunktion $P(s)$ gegeben:

$$P(s) = \frac{s^2-4s+20}{s^3+1}$$

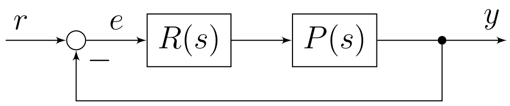
Geben Sie zu dieser Streckenübertragungsfunktion jeweils, sofern möglich, ein Beispiel für eine *implementierbare* Führungsübertragungsfunktion

- 1. Ordnung,
- 2. Ordnung,
- 3. Ordnung,
- 4. Ordnung

an, die zu einem *stationär genauen* Regelkreis führt.
Begründen Sie jeweils Ihre Antworten!

Aufgabe 5:

Gegeben sei folgendes Blockschaltbild eines Regelkreises mit der Führungsgröße r, dem Regelfehler e und der Ausgangsgröße y:



Die Regelstrecke und der Regler sind als Übertragungsfunktionen

$$P(s) = \frac{k}{1 + s\tau}, \qquad \text{und} \qquad R(s) = \frac{k_p s + k_I}{s}.$$

gegeben, wobei τ, k, k_p und k_I positive Parameter sind.

a) Berechnen Sie die Führungsübertragungsfunktion $T(s) = \dfrac{\bar{y}(s)}{\bar{r}(s)}$ des geschlossenen Regelkreises.

b) Zeigen Sie in mathematisch nachvollziehbarer Weise, dass für $r(t) = \sigma(t)$

$$y_\infty = \lim_{t\to\infty} y(t) = 1$$

gilt.

c) Wählen Sie nun die Paramter $k = \tau = k_p = k_I = 1$. Ermitteln Sie für $r(t) = \sin(t)$ die Ausgangsgröße y des Regelkreises *im eingeschwungenen Zustand*.

Aufgabe 6:

Zum Reglerentwurf mit dem Frequenzkennlinienverfahren werden oft spezielle Korrekturglieder eingesetzt.

a) Geben Sie die Übertragungsfunktion eines Lead/Lag-Gliedes an. Wie sind die Parameter der Übertragungsfunktion zu wählen, damit es sich um ein Lag-Glied handelt?

b) Zeichnen Sie typische Frequenzkennlinien eines Lag-Gliedes.

Aufgabe 7:

Es sei ein I-Regler im Zeitbereich gegeben

$$u(t) = K_I \int_0^t e(\tau) d\tau.$$

Der zeitkontinuierlich entworfene Regelgesetz $u(t)$ soll zeitdiskret mit Hilfe der Tustin-Formel (Trapez-Regel) für eine Abtastzeit T_d realisiert werden.

a) Erklären Sie diese Methode und bestimmen Sie *nachvollziehbar* die Differenzengleichung des Reglers zur Bestimmung von u_k.

b) Geben Sie die Tustin-Formel an. Stellen Sie in der komplexen Ebene denjenigen Bereich graphisch dar, auf welchen die Tustin-Formel die Halbebene $\mathrm{Re}\{s\} < 0$ abbildet.

Schriftliche Prüfung aus **Regelungssysteme** am 01.07.2022

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	Summe
erreichbare Punkte	2	3	2	4	3	3	4	21
erreichte Punkte								

Aufgabe 1:

Für ein LZI System

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u$$
$$y = \mathbf{c}^T\mathbf{x}$$

soll ein Regler der Form $u = -\mathbf{k}^T\mathbf{x} + Vr$ entworfen werden.

a) In einem ersten Schritt wurde der Parametervektor $\mathbf{k}^T$ so berechnet, dass die Matrix

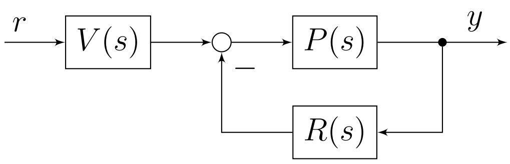
$$(\mathbf{A} - \mathbf{b}\mathbf{k}^T)$$

eine Hurwitzmatrix ist. Welche Eigenschaft muss die Strecke besitzen, damit *alle* Eigenwerte des geschlossenes Regelkreises beliebig vorgebbar sind?

b) Zeigen Sie in nachvollziehbarer Weise, wie die Verstärkung V gewählt werden muss, damit die Ausgangsgröße $y(t)$ einer konstanten Referenz $r(t) = r_0$ asymptotisch nachgeführt wird.

Aufgabe 2:

Betrachtet wird die erweiterte Regelkreisstruktur



mit der Regelstrecke

$$P(s) = \frac{s-1}{s^2+6} = \frac{\mu(s)}{\nu(s)}$$

und den beiden Reglerübertragungsfunktionen $R(s) = \dfrac{b(s)}{a(s)}$ und $V(s) = \dfrac{c(s)}{a(s)}$.

a) Bestimmen Sie die Polynome $a(s)$, $b(s)$ und $c(s)$ so, dass

$$T(s) = \frac{V(s)P(s)}{1+R(s)P(s)} = \frac{2s-2}{s^3+4s^2+7s+9} = \frac{\mu_T(s)}{\nu_T(s)}$$

gilt.

b) Realisieren Sie den Regler aus Punkt a) als ein dynamisches System.

Aufgabe 3:

Gegeben sei folgendes Zustandsraummodell einer Regelstrecke

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}.$$

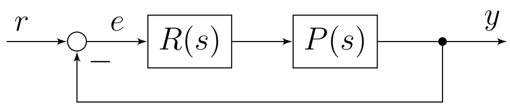
a) Geben Sie die Übertragungsfunktion der Regelstrecke an.

b) Ermitteln Sie ein Zustandsregelgesetz der Form $u = -\mathbf{k}^T\mathbf{x}$, sodass der geschlossene Kreis folgendes Hurwitzpolynom als charakteristisches Polynom aufweist:

$$w(s) = s^5 + 15s^4 + 85s^3 + 225s^2 + 274s + 120$$

Aufgabe 4:

Gegeben sei folgender Standardregelkreis



Die Übertragungsfunktion der Strecke lautet

$$P(s) = \frac{8}{s(s+2)^2}$$

und als Regler wird ein Proportionalregler $R(s) = K$ mit $K \in \mathbb{R}$ eingesetzt.

a) Skizzieren Sie die Ortskurve der Übertragungsfunktion $P(s)$ und bestimmen Sie deren Schnittpunkte mit der reellen Achse.

b) Ermitteln Sie mit Hilfe des Nyquist-Kriteriums *nachvollziehbar* (mit Fallunterscheidung und Bestimmung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des Parameters K, für den obiger Regelkreis BIBO-stabil ist.

Aufgabe 5:

Es sei eine zeitdiskrete Regelstrecke mit der Übertragungsfunktion $P(z)$ gegeben:

$$P(z) = \frac{(z+1)(z-1)}{z^3 - 2}$$

Geben Sie zu dieser Streckenübertragungsfunktion jeweils, sofern möglich, ein Beispiel für eine *implementierbare* Führungsübertragungsfunktion

- 1. Ordnung,
- 2. Ordnung,
- 3. Ordnung,
- 4. Ordnung

an.
Begründen Sie jeweils Ihre Antworten!

Aufgabe 6:

Gegeben sei folgende Übertragungsfunktion eines linearen zeitinvarianten Systems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y:

$$P(s) = \frac{s+2}{s^2 + s}.$$

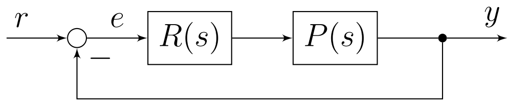
a) Welche der Ihnen bekannten Einstellregeln für PID-Regler kann für diese Regelstrecke verwendet werden, um die Parameter eines PID-Reglers zu ermitteln?

   Begründen Sie Ihre Wahl!

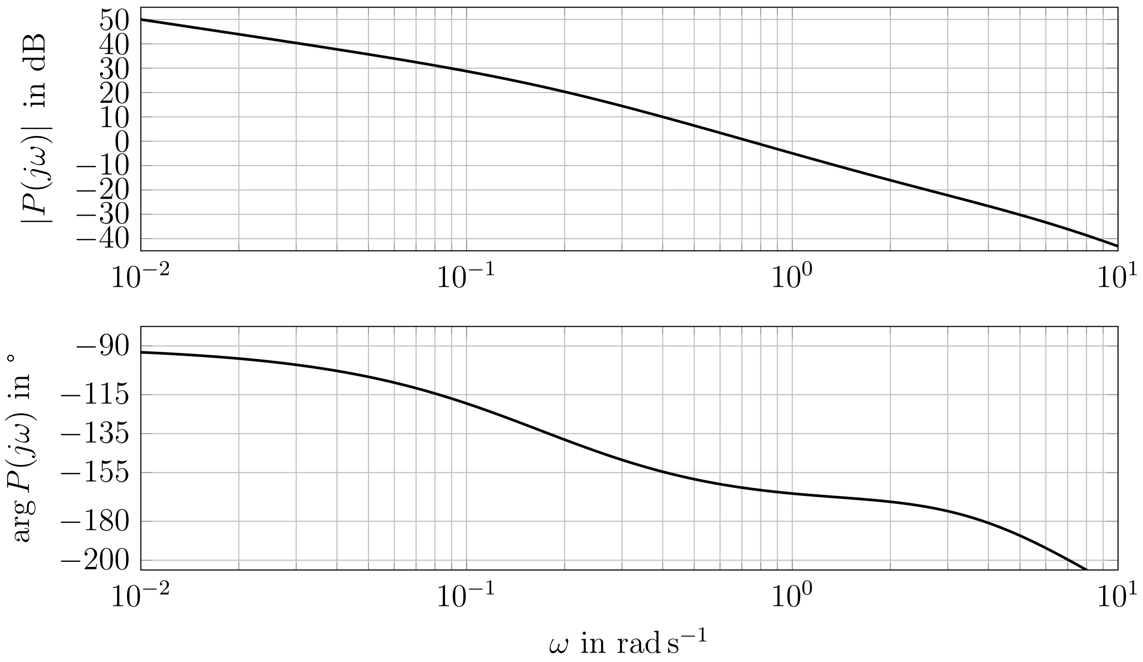
b) Beschreiben Sie diese Einstellregel im Detail.

Aufgabe 7:

Gegeben sei folgender Regelkreis mit der Führungsgröße r, dem Regelfehler e und der Ausgangsgröße y:



Die Übertragungsfunktion $P(s)$ ist vom einfachen Typ. Ihr Frequenzgang $P(j\omega)$ liegt in Form von Bode-Diagrammen vor:



Die Sprungantwort des geschlossenen Kreises soll eine Anstiegszeit von $t_\mathrm{r} \approx 3{,}75\,\mathrm{s} = \frac{15}{4}\mathrm{s}$ und eine Überschwingweite von $M_\mathrm{p} \approx 1{,}08$ aufweisen.

a) Dimensionieren Sie mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens einen Regler der Form

$$R(s) = K\frac{1 + {}^{s}\!/\!_{\omega_Z}}{1 + {}^{s}\!/\!_{\omega_N}}$$

mit den reellen Reglerparametern K, ω_Z und ω_N so, dass obige Anforderungen näherungsweise erfüllt werden.

b) Berechnen Sie die bleibende Regelabweichung e_∞ für folgende Führungsgrößen:

i) $r(t) = 10\sigma(t)$, ii) $r(t) = 2t\sigma(t)$

Begründen Sie Ihre Antworten!

m	2	3	4	5	6	8	10
$\arcsin\frac{m-1}{m+1}$	19°	30°	37°	42°	46°	51°	55°
$\lvert m\rvert_\mathrm{dB}$	6	9,5	12	14	15,5	18	20