

Schriftliche Prüfung aus **Regelungssysteme** am 24.03.2021 ¹

Name / Vorname(n):

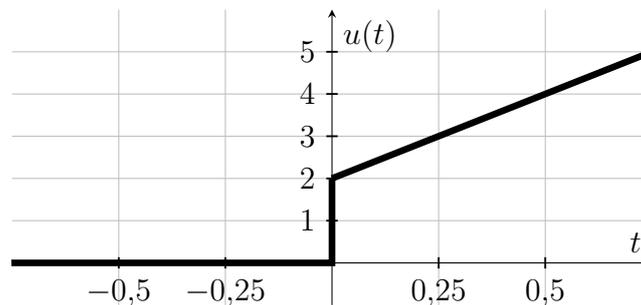
Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	3	3	2	3	2	3	3	2	21
erreichte Punkte									

¹Vorbehaltlich der Korrektur von Schreibfehlern.

Aufgabe 1:

Gegeben sei folgende Sprungantwort eines PI-Reglers:



- Lesen Sie den Proportionalbeiwert K_P und die Nachstellzeit T_N ab.
- Geben Sie die Übertragungsfunktion $R(s)$ und zeichnen Sie das Strukturbild eines PI-Reglers.
- Zeichnen Sie das Strukturbild eines PI-Reglers mit einer Anti-Windup Maßnahme.

Aufgabe 2:

Betrachten Sie die lineare zeitinvariante Regelstrecke mit Zustandsvektor \mathbf{x} , Eingangsgröße u und Ausgangsgröße y

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -5 & 7 & -3 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \mathbf{c}^T \mathbf{x} = [-2 \quad -1 \quad 1] \mathbf{x}$$

- Berechnen Sie die Streckenübertragungsfunktion $P(s) = \frac{\mu(s)}{\nu(s)}$
- Berechnen Sie einen Zustandsregler der Form

$$u = -\mathbf{k}^T \mathbf{x} + Vr$$

so, dass für die Führungsübertragungsfunktion

$$T(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{r}(s)} = \frac{3(s + \alpha)}{s^2 + 6s + 2}$$

mit $\alpha \in \mathbb{R}$ gilt. Geben Sie \mathbf{k}^T , V und α an.

Aufgabe 3:

Gegeben sei ein lineares zeitinvariantes System mit Eingangsgröße u , Ausgangsgröße y und Zustandsvektor \mathbf{x}

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u,$$

Führen Sie eine reguläre Zustandstransformation $\mathbf{z} = \mathbf{T}\mathbf{x}$ so durch, dass das transformierte System

$$\frac{d\mathbf{z}}{dt} = \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{z} + \tilde{\mathbf{b}}u$$

in Regelungsnormalform vorliegt. Geben Sie $\tilde{\mathbf{A}}, \tilde{\mathbf{b}}$ und \mathbf{T} an.

Aufgabe 4:

Gegeben sei ein lineares zeitkontinuierliches System mit der Eingangsgröße u , der Ausgangsgröße y und der Zustandsgröße x :

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= -6x - 2u, \\ y &= x. \end{aligned}$$

Entwerfen Sie einen *PI-Zustandsregler*

$$\begin{aligned} \frac{d\varepsilon}{dt} &= r - y \\ u &= -kx - k_i\varepsilon - k_p(r - y) \end{aligned}$$

wobei $k = 4k_i$ gilt. Berechnen Sie die Werte der Parameter k_p , k und k_i so, dass der geschlossene Regelkreis eine Dynamikmatrix mit den Eigenwerten $s_1 = -4$ und $s_2 = -2$ aufweist.

Aufgabe 5:

Für das System

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{x}}{dt} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} u \\ y &= \mathbf{c}^T \mathbf{x} = [1 \quad 0] \mathbf{x} \end{aligned}$$

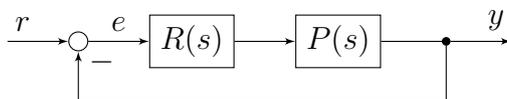
mit Zustandsvektor \mathbf{x} , Eingangsgröße u und Ausgangsgröße y soll ein Beobachter

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} &= \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \mathbf{l}(y - \hat{y}) \\ \hat{y} &= \mathbf{c}^T \hat{\mathbf{x}} \end{aligned}$$

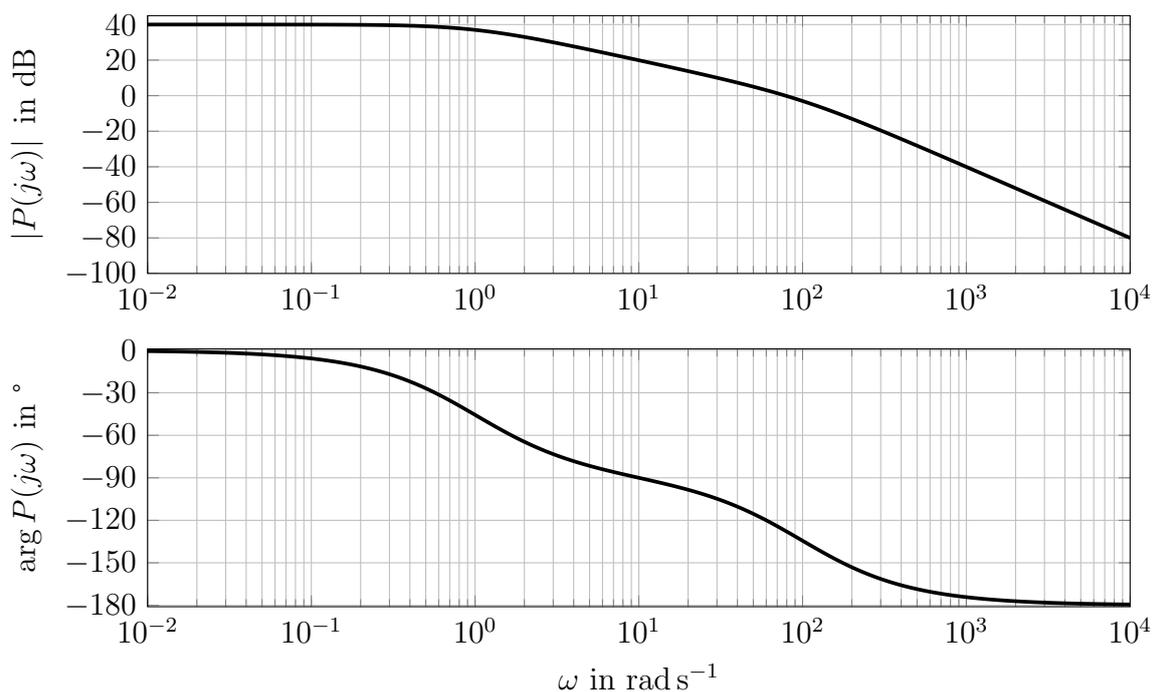
entworfen werden mit $\mathbf{l}^T = [l_1 \quad l_2]$. Bestimmen Sie die größtmöglichen zulässigen Wertebereiche der Parameter l_1 und l_2 , für die die Schätzfehlerdynamik asymptotisch stabil ist. *Begründen Sie Ihre Antworten mathematisch!*

Aufgabe 6:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Standardregelkreises mit der Führungsgröße r , der Regelabweichung e und der Ausgangsgröße y :



Die Übertragungsfunktion $P(s)$ ist vom einfachen Typ. Ihr Frequenzgang $P(j\omega)$ liegt in Form von BODE-Diagrammen vor:

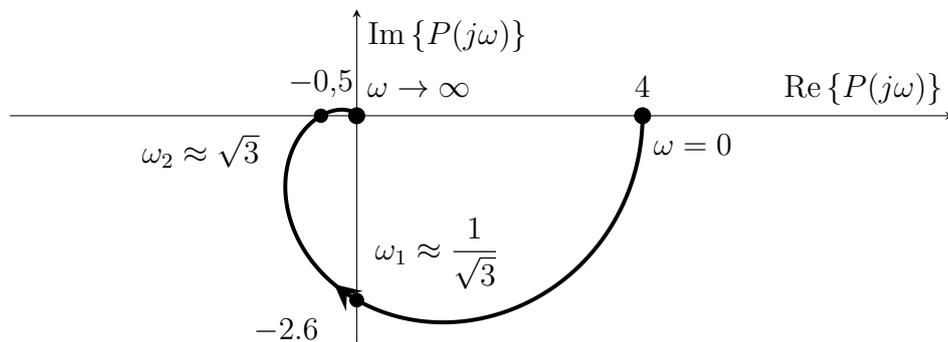


Es wird ein Regler der Form $R(s) = \frac{K}{s}$ verwendet.

- Dimensionieren Sie mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens den Regler so, dass die Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises $T(s)$ ein prozentuales Überschwingen von $\ddot{u} = 25\%$ aufweist.
- Wie groß sind die zu erwartende Anstiegszeit t_r (näherungsweise) und die bleibende Regelabweichung e_∞ ?

Aufgabe 7:

Die Ortskurve des Frequenzgangs $P(j\omega)$ einer Regelstrecke ist grafisch gegeben:



mit $P(j\omega_1) = -j2.6$ und $P(j\omega_2) = -0.5$.

Skizzieren Sie die Ortskurve der Übertragungsfunktion $G(s) := \frac{P(s)}{s}$ und bestimmen Sie deren Schnittpunkte mit der reellen und imaginären Achse.

Aufgabe 8:

Für ein LZI System

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u \\ y &= \mathbf{c}^T \mathbf{x} \end{aligned}$$

soll ein Regler der Form $u = -\mathbf{k}^T \mathbf{x} + Vr$ entworfen werden.

- a) In einem ersten Schritt wurde der Parametervektor \mathbf{k}^T so berechnet, dass die Matrix

$$(\mathbf{A} - \mathbf{b}\mathbf{k}^T)$$

eine Hurwitzmatrix ist. Welche Eigenschaft muss die Strecke besitzen, damit *alle* Eigenwerte des geschlossenen Regelkreises beliebig vorgebar sind?

- b) Zeigen Sie in nachvollziehbarer Weise, wie die Verstärkung V gewählt werden muss, damit die Ausgangsgröße $y(t)$ einer konstanten Referenz $r(t) = r_0$ asymptotisch nachgeführt wird.

Schriftliche Prüfung aus **Regelungssysteme** am 28.04.2021 ¹

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	2	3	3	2	3	3	3	2	21
erreichte Punkte									

¹Vorbehaltlich der Korrektur von Schreibfehlern.

Aufgabe 1:

Entwerfen Sie für die Regelstrecke

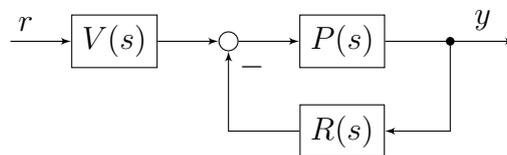
$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} -4 & -2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix} u = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u$$

$$y = \begin{bmatrix} -3 & -2 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

mit dem Zustandsvektor \mathbf{x} , der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y einen Luenberger-Beobachter so, dass die Eigenwert der Beobachterfehlerdynamik bei $s = -2$ und $s = -1$ liegen.

Aufgabe 2:

Betrachtet wird die erweiterte Regelkreisstruktur



mit der Regelstrecke

$$P(s) = \frac{s+2}{s^2-1} = \frac{\mu(s)}{\nu(s)}$$

und den beiden Reglerübertragungsfunktionen

$$R(s) = \frac{b_2s^2 + b_1s + b_0}{a_2s^2 + a_1s + a_0}, \quad V(s) = \frac{c_2s^2 + c_1s + c_0}{a_2s^2 + a_1s + a_0}.$$

Bestimmen Sie die Polynome $a(s)$, $b(s)$ und $c(s)$ so, dass

$$T(s) = \frac{V(s)P(s)}{1 + R(s)P(s)} = \frac{1}{s+1} = \frac{\mu_T(s)}{\nu_T(s)}$$

gilt und der Regler integrierendes Verhalten aufweist.

Hinweis: Erweitern Sie, sofern nötig, Zähler und Nenner von $T(s)$ um das Polynom

$$w(s) = (s+1)^k$$

mit einem geeigneten ganzzahligen Wert für k .

Aufgabe 3:

Für das LZI System

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} -2 & -2 \\ -1 & -3 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

mit dem Zustandsvektor \mathbf{x} und der Eingangsgröße u wird ein Regler der Form

$$u = - [k \quad 2k + 1] \mathbf{x}$$

mit $k \in \mathbb{R}$ verwendet.

- Ermitteln Sie den Wert k so, dass *ein* Eigenwert der Dynamikmatrix des geschlossenen Regelkreises bei $s_1 = -11$ liegt.
- Geben Sie den zweiten Eigenwert von $(\mathbf{A} - \mathbf{b}\mathbf{k}^T)$ an.

Hinweis: Für die Lage des zweiten Eigenwertes gibt es nur eine Möglichkeit.

Aufgabe 4:

Gegeben sei die Übertragungsfunktion einer Regelstrecke.

$$P(s) = \frac{1}{s^2 + s + 1}$$

Es soll nun ein Standardregelkreis über die Methode der Polvorgabe so ausgelegt werden, dass alle Pole von seiner Führungsübertragungsfunktion $T(s) = \frac{\mu_T(s)}{\nu_T(s)}$ an der Stelle $s = -1$ liegen, d.h.

$$\nu_T(s) = (s + 1)^k.$$

Zusätzlich soll der Regler $R(s)$ integrierendes Verhalten aufweisen.

- Ermitteln Sie den Wert von k so, dass das Gleichungssystem eindeutig gelöst werden kann.
Begründen Sie Ihre Antwort!
- Ermitteln Sie die Reglerübertragungsfunktion $R(s)$.

Aufgabe 5:

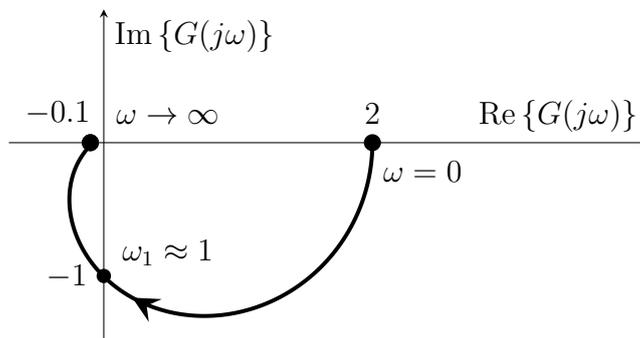
Gegeben sei ein lineares zeitinvariantes System mit Eingangsgröße u , Ausgangsgröße y und Zustandsvektor \mathbf{x}

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} -1 & -3 \\ -2 & -2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} u$$

- Ist das System steuerbar? *Begründen Sie Ihre Antwort!*
- Ist das System stabilisierbar? *Begründen Sie Ihre Antwort!*

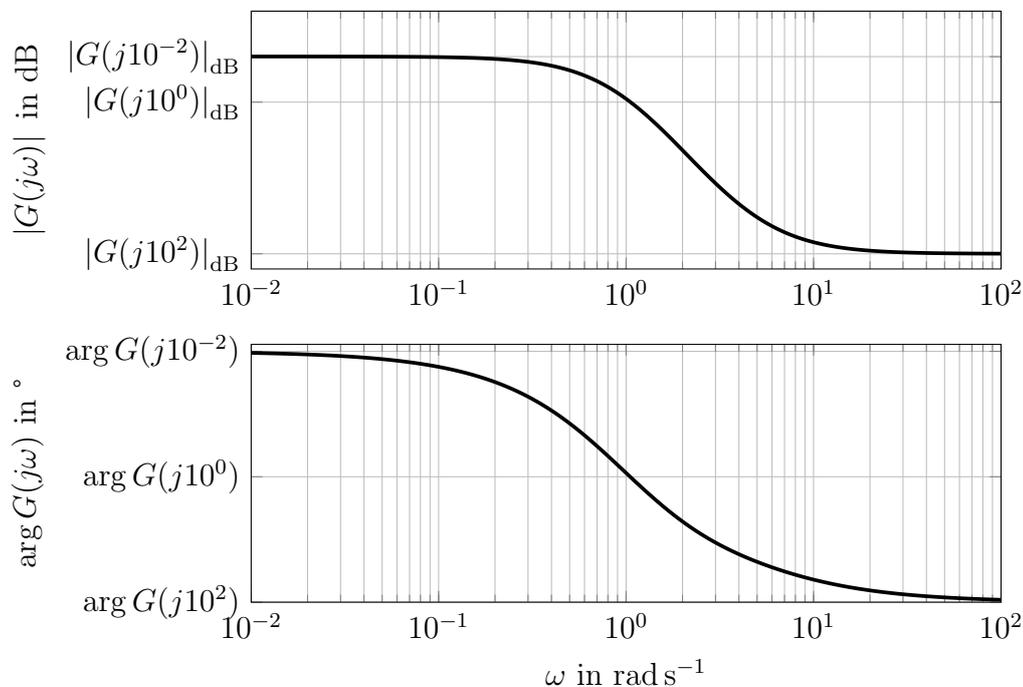
Aufgabe 6:

Die Ortskurve des Frequenzgangs $G(j\omega)$ einer Regelstrecke ist grafisch gegeben:



mit $G(0) = 2$, $G(j\omega_1) = -j$ und $\lim_{\omega \rightarrow \infty} G(j\omega) = -0.1$.

- a) Der Frequenzgang von $G(j\omega)$ ist in Form von BODE-Diagrammen graphisch gegeben:



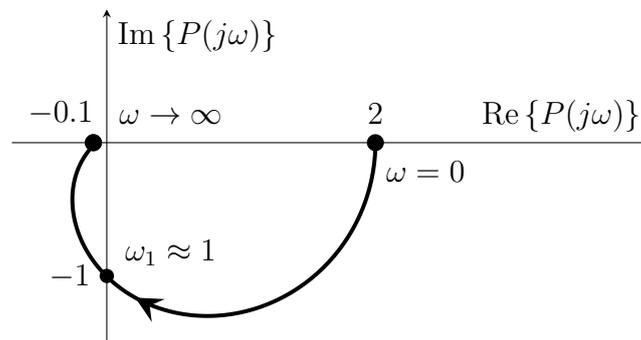
Bestimmen Sie die dazugehörigen Werte

- $|G(j10^{-2})|_{\text{dB}}$, $|G(j10^0)|_{\text{dB}}$ und $|G(j10^2)|_{\text{dB}}$
- $\arg G(j10^{-2})$, $\arg G(j10^0)$ und $\arg G(j10^2)$.

- b) Bestimmen Sie die Antwort des Systems $y(t)$ mit der Übertragungsfunktion $G(s)$ auf den Einheitssprung $u(t) = \sigma(t)$ für $t = 0$ und $t \rightarrow \infty$.

Aufgabe 7:

Die Ortskurve des Frequenzgangs $P(j\omega)$ einer Regelstrecke ist grafisch gegeben:



mit $P(0) = 2$, $P(j\omega_1) = -j$ und $\lim_{\omega \rightarrow \infty} P(j\omega) = -0.1$.

Skizzieren Sie die Ortskurve der Übertragungsfunktion $L(s) := -\frac{2}{s}P(s)$ und bestimmen Sie deren Schnittpunkte mit der reellen und imaginären Achse.

Aufgabe 8:

Gegeben sei folgendes Zustandsraummodell einer Regelstrecke

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \mathbf{c}^T \mathbf{x} = [-1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \mathbf{x}.$$

Ist das System beobachtbar? *Begründen Sie Ihre Antwort!*

Hinweis: Die Übertragungsfunktion des Systems erweist sich als nützlich

Schriftliche Prüfung aus **Regelungssysteme** am 23.06.2021 ¹

Name / Vorname(n):

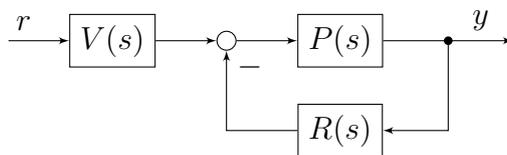
Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	3	2	2	3	3	3	2	3	21
erreichte Punkte									

¹Vorbehaltlich der Korrektur von Schreibfehlern.

Aufgabe 1:

Betrachtet wird die erweiterte Regelkreisstruktur



mit der Regelstrecke

$$P(s) = \frac{s-1}{s^2+6} = \frac{\mu(s)}{\nu(s)}$$

und den beiden Reglerübertragungsfunktionen $R(s) = \frac{b(s)}{a(s)}$ und $V(s) = \frac{c(s)}{a(s)}$.

- a) Bestimmen Sie die Polynome $a(s)$, $b(s)$ und $c(s)$ so, dass

$$T(s) = \frac{V(s)P(s)}{1 + R(s)P(s)} = \frac{3s-3}{s^3+4s^2+7s+9} = \frac{\mu_T(s)}{\nu_T(s)}$$

gilt.

- b) Realisieren Sie den Regler aus Punkt a) als ein dynamisches System.

Aufgabe 2:

Gegeben sei ein Zustandsraummodell der Form

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{x}}{dt} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u \\ y &= \mathbf{c}^T \mathbf{x}. \end{aligned}$$

Für dieses System wird ein asymptotischer Beobachter der Form

$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \mathbf{l}(y - \mathbf{c}^T \hat{\mathbf{x}})$$

verwendet.

- a) Ermitteln Sie in nachvollziehbarer Weise die Differentialgleichung des Beobachterfehlers $\mathbf{e} := \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$.
- b) Geben Sie eine notwendige und hinreichende Bedingung dafür an, dass

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{e}(t) = 0$$

unabhängig vom Anfangsfehler $\mathbf{e}(0)$ gilt.

Aufgabe 3:

Es sei eine Regelstrecke mit der Übertragungsfunktion $P(s)$ gegeben:

$$P(s) = \frac{s - 1}{s^4 + 16}$$

Geben Sie zu dieser Streckenübertragungsfunktion jeweils, sofern möglich, ein Beispiel für eine *implementierbare* Führungsübertragungsfunktion $T(s)$

- 3. Ordnung,
- 4. Ordnung

an, sodass sich für sprungförmige Eingangsgrößen $r(t) = \sigma(t)$ jeweils die stationäre Ausgangsgröße

$$y_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = -2$$

ergibt.

Aufgabe 4:

Gegeben sei ein lineares zeitinvariantes System mit Eingangsgröße u , Ausgangsgröße y und Zustandsvektor \mathbf{x}

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ 6 & -4 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix} u$$

- Ist das System steuerbar? *Begründen Sie Ihre Antwort!*
- Ist das System stabilisierbar? *Begründen Sie Ihre Antwort!*

Aufgabe 5:

Gegeben sei ein lineares zeitkontinuierliches System mit der Eingangsgröße u , der Ausgangsgröße y und der Zustandsgröße x :

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= -3x + u, \\ y &= x. \end{aligned}$$

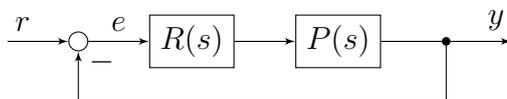
Entwerfen Sie einen *PI-Zustandsregler*

$$\begin{aligned} \frac{d\varepsilon}{dt} &= r - y \\ u &= -kx - k_i\varepsilon - k_p(r - y) \end{aligned}$$

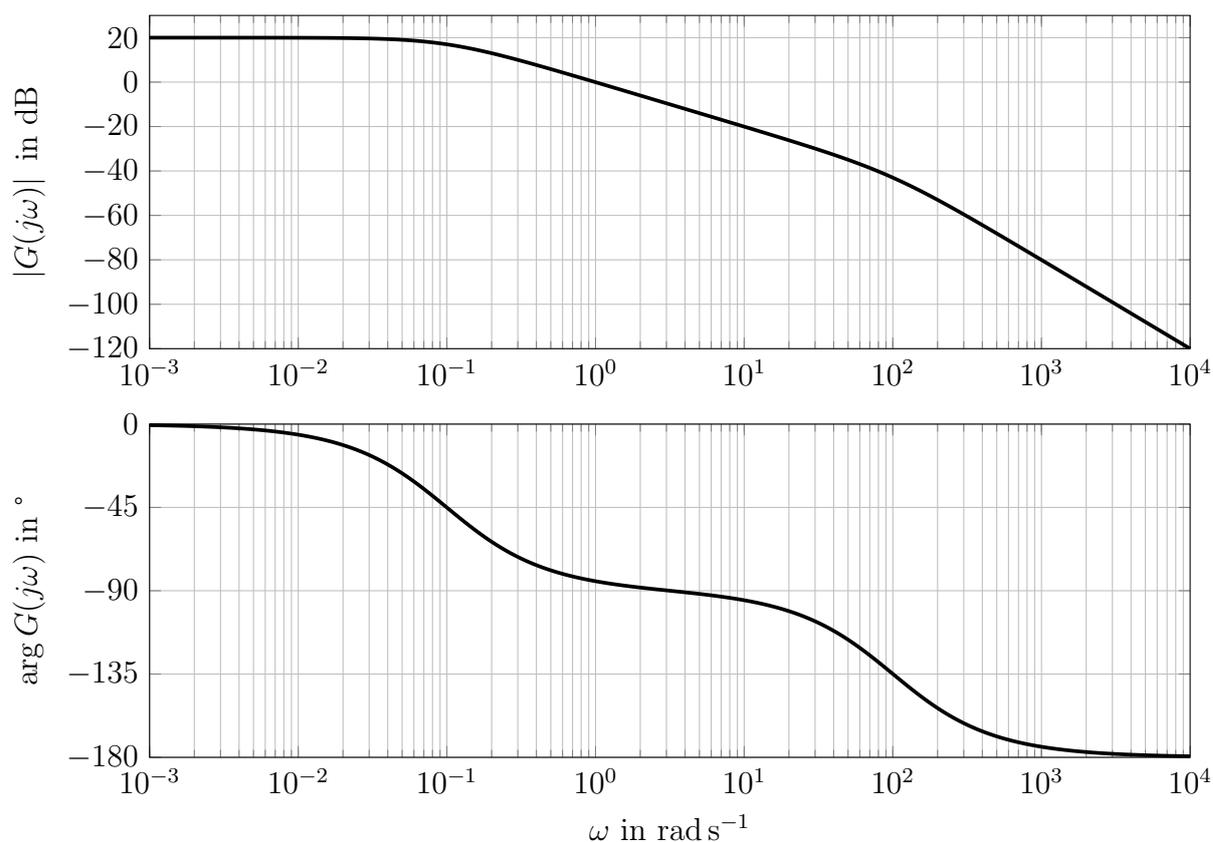
mit dem Proportionalbeiwert $k_p = -3$. Berechnen Sie die Werte der Parameter k und k_i so, dass der geschlossene Regelkreis eine Dynamikmatrix mit den Eigenwerten $s_1 = s_2 = -5$ aufweist.

Aufgabe 6:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Standardregelkreises mit der Führungsgröße r , der Regelabweichung e und der Ausgangsgröße y :



Die Übertragungsfunktion $P(s)$ ist vom einfachen Typ. Ihr Frequenzgang $P(j\omega)$ liegt in Form von BODE-Diagrammen vor:

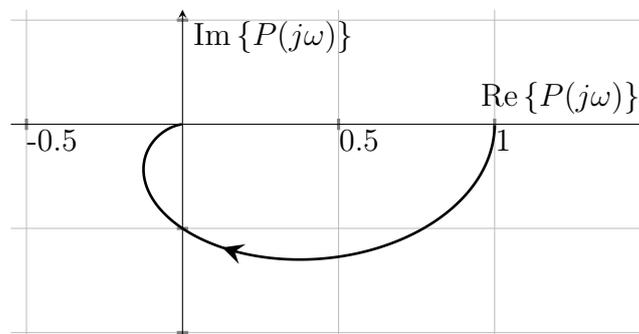


Es wird ein Regler der Form $R(s) = \frac{K}{s}$ verwendet.

- Dimensionieren Sie mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens den Regler so, dass die Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises $T(s)$ ein prozentuales Überschwingen von $\ddot{u} = 25\%$ aufweist.
- Wie groß sind die zu erwartende Anstiegszeit t_r (näherungsweise) und die bleibende Regelabweichung e_∞ für $r(t) = \sigma(t)$?

Aufgabe 7:

Die Ortskurve des Frequenzgangs $P(j\omega)$ einer *BIBO stabilen* Regelstrecke ist grafisch gegeben:



Zur Regelung soll ein P-Regler mit dem Proportionalfaktor K in einem Standardregelkreis eingesetzt werden. Ermitteln Sie nachvollziehbar den größtmöglichen Wertebereich des *reellen* Reglerparameters K so, dass der geschlossene Kreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

Aufgabe 8:

Durch einen Computerfehler wurden die Daten eines Reglerentwurfs für einen Standardregelkreis bestehend aus einem Regler mit der Übertragungsfunktion $R(s)$ und einem Streckenmodell mit der Übertragungsfunktion $P(s)$ gelöscht. Jemand konnte sich allerdings an den Zähler $\mu(s) = -2(s - 3)$ von $P(s)$ erinnern.

Zusätzlich ist bekannt, dass für die *nicht sprungfähige, implementierbare* Führungsübertragungsfunktion $T(s)$ *zweiter Ordnung* folgendes gegolten hat:

$$\lim_{s \rightarrow (-3-3j)} |T(s)| = \infty \qquad T(0) = \frac{1}{3}$$

Die Reglerübertragungsfunktion

$$R(s) = \frac{1}{s+2}$$

konnte komplett rekonstruiert werden.

- Wie lautet die Führungsübertragungsfunktion $T(s)$?
- Wie lautet die Streckenübertragungsfunktion $P(s)$?

Hinweis: Berücksichtigen Sie die Implementierbarkeitsbedingungen.

Schriftliche Prüfung aus **Regelungssysteme** am 28.10.2021 ¹

Name / Vorname(n):

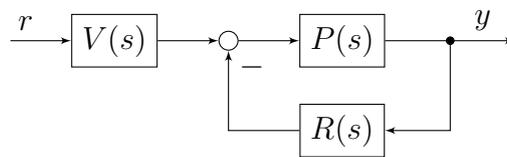
Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	3	2	2	3	3	3	2	3	21
erreichte Punkte									

¹Vorbehaltlich der Korrektur von Schreibfehlern.

Aufgabe 1:

Betrachtet wird die erweiterte Regelkreisstruktur



mit der Regelstrecke

$$P(s) = \frac{1}{s^2 + 1} = \frac{\mu(s)}{\nu(s)}$$

und den beiden Reglerübertragungsfunktionen $R(s) = \frac{b(s)}{a(s)}$ und $V(s) = \frac{c(s)}{a(s)}$.

- a) Bestimmen Sie die Polynome $a(s)$, $b(s)$ und $c(s)$ so, dass

$$T(s) = \frac{V(s)P(s)}{1 + R(s)P(s)} = \frac{2}{s^4 + 2s^3 + s^2 + 3s + 4} = \frac{\mu_T(s)}{\nu_T(s)}$$

gilt **und** der Regler integrierendes Verhalten aufweist.

- b) Realisieren Sie den Regler aus Punkt a) als ein dynamisches System.

Aufgabe 2:

Gegeben sei ein Zustandsraummodell der Form

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{x}}{dt} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u \\ y &= \mathbf{c}^T \mathbf{x}. \end{aligned}$$

Für dieses System wird ein asymptotischer Beobachter der Form

$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \mathbf{l}(y - \mathbf{c}^T \hat{\mathbf{x}})$$

verwendet.

- a) Ermitteln Sie in nachvollziehbarer Weise die Differentialgleichung des Beobachterfehlers $\mathbf{e} := \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$.
- b) Geben Sie eine notwendige und hinreichende Bedingung dafür an, dass

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{e}(t) = 0$$

unabhängig vom Anfangsfehler $\mathbf{e}(0)$ gilt.

Aufgabe 3:

Es sei eine Regelstrecke mit der Übertragungsfunktion $P(s)$ gegeben:

$$P(s) = \frac{s - 2}{s^4 + 16}$$

Geben Sie zu dieser Streckenübertragungsfunktion jeweils, sofern möglich, ein Beispiel für eine *implementierbare* Führungsübertragungsfunktion $T(s)$

- 3. Ordnung,
- 4. Ordnung

an, sodass sich für sprungförmige Eingangsgrößen $r(t) = 2\sigma(t)$ jeweils die stationäre Ausgangsgröße

$$y_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = 4$$

ergibt.

Aufgabe 4:

Gegeben sei das mathematische Modell einer Strecke mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= \mathbf{A}x + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & -\alpha \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 2 \\ \alpha \end{bmatrix} u \\ y &= \mathbf{c}^T x = [-1 \quad \beta] x. \end{aligned}$$

- a) Ermitteln Sie die Eigenwerte der Strecke. Bestimmen Sie den größtmöglichen Wertebereich der Parameter α und β so, dass die Regelstrecke steuerbar ist.

Wählen Sie nun $\alpha = 2$ und $\beta = 1$.

- b) Entwerfen Sie einen Zustandsregler der Form $u = -\mathbf{k}^T x$ so, dass die Eigenwerte des Regelkreises bei $\lambda_1 = -1$ und $\lambda_2 = -2$ liegen.

Aufgabe 5:

Die Übertragungsfunktion der Strecke ist durch

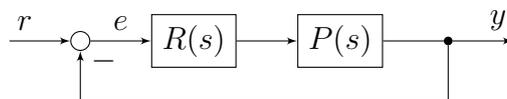
$$P(s) = \frac{4}{(s + 1)^3}$$

gegeben.

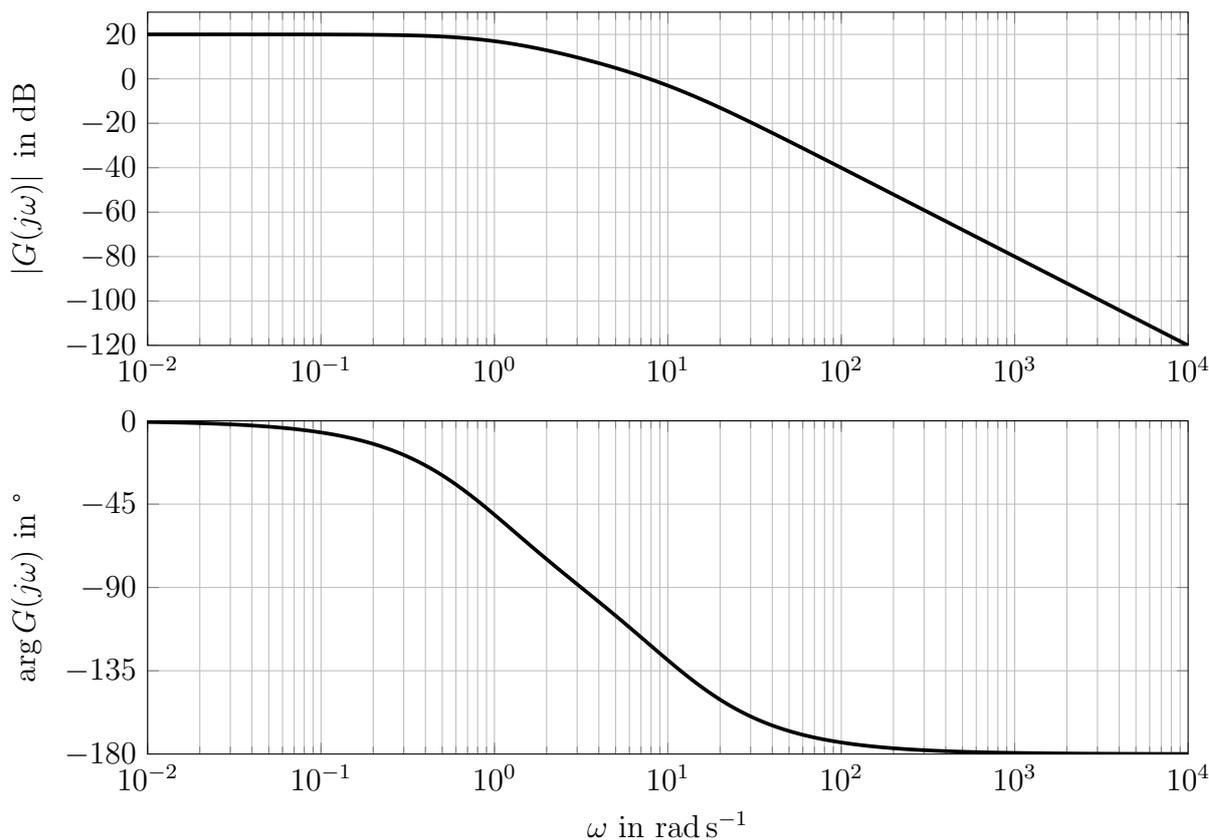
- a) Skizzieren Sie die Ortskurve des Frequenzgangs $P(j\omega)$.
- b) Ermitteln Sie *rechnerisch* alle Schnittpunkte (die Kreisfrequenz ω und den Wert von $P(j\omega)$) dieser Frequenzgangsortskurve mit der reellen Achse.

Aufgabe 6:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Standardregelkreises mit der Führungsgröße r , der Regelabweichung e und der Ausgangsgröße y :



Die Übertragungsfunktion $P(s)$ ist vom einfachen Typ. Ihr Frequenzgang $P(j\omega)$ liegt in Form von BODE-Diagrammen vor:



Es wird ein Regler der Form $R(s) = \frac{\left(1 + \frac{s}{\omega_1}\right)}{s}$ verwendet.

- Dimensionieren Sie mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens den Regler so, dass die Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises $T(s)$ näherungsweise eine Anstiegszeit von $t_r = 0.15s$ ein prozentuales Überschwingen von $\ddot{u} = 25\%$ aufweist.
- Wie groß ist die bleibende Regelabweichung e_∞ für $r(t) = \sigma(t)$?
Begründen Sie Ihre Antwort!

Aufgabe 7:

Gegeben sei folgendes Zustandsraummodell einer Regelstrecke

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

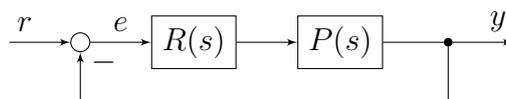
$$y = \mathbf{c}^T \mathbf{x} = [-1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \mathbf{x}.$$

- a) Ist das System beobachtbar? *Begründen Sie Ihre Antwort!*
Hinweis: Die Übertragungsfunktion des Systems erweist sich als nützlich.
- b) Ermitteln Sie ein Zustandsregelgesetz der Form $u = -\mathbf{k}^T \mathbf{x}$, sodass der geschlossene Kreis folgendes Hurwitzpolynom als charakteristisches Polynom aufweist:

$$w(s) = s^5 + 5s^4 + 13s^3 + 16s^2 + 12s + 4$$

Aufgabe 8:

Für einen Standardregelkreis



ist die Übertragungsfunktion des offenen Kreises in normierter Darstellung gegeben:

$$L(s) = \frac{Vp(s)}{s^\lambda q(s)} \quad \text{mit} \quad p(0) = q(0) = 1.$$

Ermitteln Sie *nachvollziehbar* den minimalen Wert für λ so, dass die bleibende Regelabweichung $e(t)$ bei einer Führungsgröße $r(t) = 2t\sigma(t)$ verschwindet, d.h. $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$.

Schriftliche Prüfung aus **Regelungssysteme** am 1.12.2021 ¹

Name / Vorname(n):

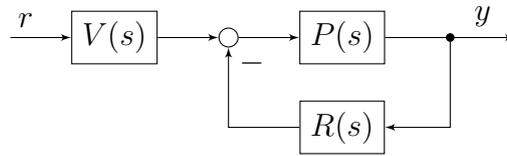
Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	3	3	3	3	2	2	2	3	21
erreichte Punkte									

¹Vorbehaltlich der Korrektur von Schreibfehlern.

Aufgabe 1:

Betrachtet wird die erweiterte Regelkreisstruktur



mit der Regelstrecke

$$P(s) = \frac{s+1}{s^2+1} = \frac{\mu(s)}{\nu(s)}$$

und den beiden Reglerübertragungsfunktionen $R(s) = \frac{b(s)}{a(s)}$ und $V(s) = \frac{c(s)}{a(s)}$.

- Untersuchen Sie die gegebene Führungsübertragungsfunktion $T(s)$ auf Implementierbarkeit für die gegebene Streckenübertragungsfunktion $P(s)$.
- Bestimmen Sie die Polynome $a(s)$, $b(s)$ und $c(s)$ so, dass

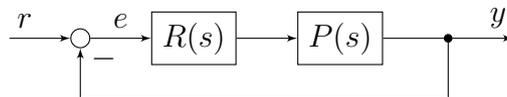
$$T(s) = \frac{V(s)P(s)}{1 + R(s)P(s)} = \frac{2s-2}{s^2+2s+1} = \frac{\mu_T(s)}{\nu_T(s)}$$

gilt. Geben Sie die beiden Reglerübertragungsfunktionen $R(s)$ und $V(s)$ an.

- Realisieren Sie den Regler aus Punkt b) als ein dynamisches System.

Aufgabe 2:

Gegeben sei ein Standardregelkreis



mit der Streckenübertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{1}{s+1}.$$

Zur Regelung der Strecke kann aus folgenden Reglern ausgewählt werden:

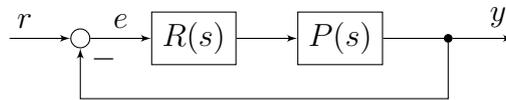
$$\text{i) } R_1(s) = \alpha \frac{(1+\beta s)}{s} \quad \text{ii) } R_2(s) = \frac{(1+\beta s)}{(1+\alpha s)} \quad \text{iii) } R_3(s) = \alpha(1+\beta s)$$

Hierbei sind α und β jeweils reelle Parameter.

- Um welche Reglertypen handelt es sich bei $R_1(s)$, $R_2(s)$ bzw. $R_3(s)$? Skizzieren Sie die Sprungantwort von $R_1(s)$ für $\alpha = 4$ und $\beta = 2$.
- Bestimmen Sie den größtmöglichen Wertebereich der Parameter α und β des Reglers $R_1(s)$ so, dass der Regelkreis BIBO-stabil ist.

Aufgabe 3:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Standardregelkreises mit der Führungsgröße r , der Regelabweichung e und der Ausgangsgröße y :



Für die Übertragungsfunktion der Strecke gilt

$$P(s) = \frac{1-s}{1+s}.$$

- a) Skizzieren Sie den Verlauf der zu $P(s)$ gehörigen Ortskurve $P(j\omega)$. Wo liegen die Schnittpunkte der Ortskurve mit der reellen Achse?

Als Regler soll ein Proportionalregler eingesetzt werden, d.h. $R(s) = K$. K ist hierbei ein reeller Reglerparameter.

- b) Bestimmen Sie mit Hilfe des Nyquist-Kriteriums den größtmöglichen Bereich des Parameters K , für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.
- c) Als Führungsgröße wird nun die Sprungfunktion gewählt, d.h. $r(t) = \sigma(t)$. Ermitteln Sie den Wert $e_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} [r(t) - y(t)]$ in Abhängigkeit des Parameters $K \in (-\infty, \infty)$.

Aufgabe 4:

Gegeben sei ein lineares zeitkontinuierliches System mit der Eingangsgröße u , der Ausgangsgröße y und der Zustandsgröße x :

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= -3x + u, \\ y &= x. \end{aligned}$$

Entwerfen Sie einen *PI-Zustandsregler*

$$\begin{aligned} \frac{d\varepsilon}{dt} &= r - y \\ u &= -kx - k_i\varepsilon - k_p(r - y) \end{aligned}$$

mit dem Proportionalbeiwert $k_p = -3$. Berechnen Sie die Werte der Parameter k und k_i so, dass die Dynamikmatrix des geschlossenen Regelkreises lauter Eigenwerte an der Stelle $s = -5$ besitzt.

Aufgabe 5:

Gegeben sei das mathematische Modell der Regelstrecke mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \mathbf{c}^T \mathbf{x} = [1 \quad -2 \quad 0] \mathbf{x}.$$

a) Bestimmen Sie ein Regelgesetz der Form

$$y = -\mathbf{k}^T \mathbf{x} = -[k_1 \quad k_2 \quad k_3] \mathbf{x}.$$

so, dass die Dynamikmatrix des geschlossenen Regelkreises ein charakteristisches Polynom

$$\Delta(s) = s^3 + 4s^2 + 3s + 4$$

besitzt.

b) Nehmen Sie an, dass die Zustandsgrößen nicht direkt messbar sind. Ist es möglich, für das obige System einen Beobachter der Form

$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \mathbf{l}(y - \mathbf{c}^T \hat{\mathbf{x}})$$

$$y = \mathbf{c}^T \hat{\mathbf{x}}$$

so zu entwerfen, dass die Dynamikmatrix des Beobachterfehlers $\mathbf{e} = \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$ lauter Eigenwerte bei $s = -5$ besitzt? *Begründen Sie Ihre Antwort!*

Aufgabe 6:

Für das System

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \mathbf{c}^T \mathbf{x} = [1 \quad 0] \mathbf{x}$$

mit Zustandsvektor \mathbf{x} , Eingangsgröße u und Ausgangsgröße y soll ein Beobachter

$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \mathbf{l}(y - \hat{y})$$

$$\hat{y} = \mathbf{c}^T \hat{\mathbf{x}}$$

entworfen werden mit $\mathbf{l}^T = [l_1 \quad l_2]$. Bestimmen Sie die größtmöglichen zulässigen Wertebereiche der Parameter l_1 und l_2 , für die die Schätzfehlerdynamik asymptotisch stabil ist.

Begründen Sie Ihre Antworten mathematisch!

Aufgabe 7:

Es sei eine Regelstrecke mit der Übertragungsfunktion $P(s)$ gegeben:

$$P(s) = \frac{s - 4}{s^4 + 3s + 16}$$

Geben Sie zu dieser Streckenübertragungsfunktion jeweils, sofern möglich, ein Beispiel für eine *implementierbare* Führungsübertragungsfunktion $T(s)$

- 3. Ordnung,
- 4. Ordnung

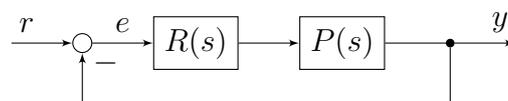
an, sodass sich für sprungförmige Eingangsgrößen $r(t) = 2\sigma(t)$ jeweils die stationäre Ausgangsgröße

$$y_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = 1$$

ergibt.

Aufgabe 8:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Standardregelkreises mit der Führungsgröße r , der Regelabweichung e und der Ausgangsgröße y :



Für die Übertragungsfunktion der Strecke gilt

$$P(s) = -\frac{1}{5} \cdot \frac{(s - 200)}{(s + 2)(s + 20)}$$

Als Regler soll ein Proportionalregler der Form $R(s) = K$ verwendet werden. K ist hierbei ein reeller Reglerparameter.

- a) Dimensionieren Sie mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens den Regler so, dass der offene Kreis eine Durchtrittsfrequenz von $\omega_c = 20$ besitzt. Die Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises $T(s)$ soll dabei ein prozentuales Überschwingen von $\ddot{u} = 25\%$ aufweisen.

Hinweis: Verwenden Sie dazu die asymptotischen Darstellungen von Betrags- und Phasenkennlinie.

- b) Wie groß ist die bleibende Regelabweichung e_∞ für $r(t) = \sigma(t)$?
Begründen Sie Ihre Antwort!

Schriftliche Prüfung aus **Regelungssysteme** am 02.02.2022 ¹

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	2	3	2	4	3	2	3	2	21
erreichte Punkte									

¹Vorbehaltlich der Korrektur von Schreibfehlern.

Aufgabe 1:

Gegeben sei folgendes Zustandsraummodell einer Regelstrecke

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -4 & 0 & 2 & 0 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \mathbf{c}^T \mathbf{x} = [-1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \mathbf{x}.$$

Ermitteln Sie ein Zustandsregelgesetz der Form $u = -\mathbf{k}^T \mathbf{x}$, sodass der geschlossene Kreis folgendes Hurwitzpolynom als charakteristisches Polynom aufweist:

$$w(s) = s^5 + 4s^4 + 17s^3 + 11s^2 + 6s + 6$$

Aufgabe 2:

Gegeben sei folgende Übertragungsfunktion eines linearen zeitinvarianten Systems mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y :

$$P(s) = \frac{2 - s}{s^2 - s}.$$

- Welche der Ihnen bekannten Einstellregeln kann für diese Regelstrecke verwendet werden, um die Parameter eines PID-Reglers zu ermitteln?
Begründen Sie Ihre Wahl!
- Beschreiben Sie diese Einstellregel im Detail.

Aufgabe 3:

Gegeben sei die Übertragungsfunktion einer Regelstrecke

$$P(s) = \frac{1}{s^2 + 1}.$$

Es soll nun ein Standardregelkreis über die Methode der Polvorgabe so ausgelegt werden, dass alle Pole von seiner Führungsübertragungsfunktion $T(s) = \frac{\mu_T(s)}{\nu_T(s)}$ an der Stelle $s = -1$ liegen, d.h.

$$\nu_T(s) = (s + 1)^k.$$

- Ermitteln Sie den Wert von k so, dass das Gleichungssystem eindeutig gelöst werden kann.
Begründen Sie Ihre Antwort!
- Ermitteln Sie die Reglerübertragungsfunktion $R(s)$.

Aufgabe 4:

Zur Regelung einer Strecke mit der Übertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{2}{s(s+1)}$$

soll ein realisierbarer PD-Regler eingesetzt werden.

- Geben Sie eine Übertragungsfunktion möglichst niedriger Ordnung eines realisierbaren PD-Reglers an.
- Berechnen Sie die Führungsübertragungsfunktion $T(s)$ eines Standardregelkreises mit der gegebenen Strecke und den im Punkt a) ermittelten PD-Regler
- Begründen Sie *mathematisch* ob dieser Standardregelkreis konstante Störungen am Streckenausgang stationär unterdrücken kann.

Aufgabe 5:

Betrachten Sie die lineare zeitinvariante Regelstrecke mit Zustandsvektor \mathbf{x} , Eingangsgröße u und Ausgangsgröße y

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{x}}{dt} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -6 & 7 & -2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \\ y &= \mathbf{c}^T \mathbf{x} = [-2 \quad -1 \quad 1] \mathbf{x} \end{aligned}$$

- Berechnen Sie die Streckenübertragungsfunktion $P(s) = \frac{\mu(s)}{\nu(s)}$
- Berechnen Sie einen Zustandsregler der Form

$$u = -\mathbf{k}^T \mathbf{x} + Vr$$

so, dass für die Führungsübertragungsfunktion

$$T(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{r}(s)} = \frac{3(s+\alpha)}{s^2+6s+2}$$

mit $\alpha \in \mathbb{R}$ gilt. Geben Sie \mathbf{k}^T , V und α an.

Aufgabe 6:

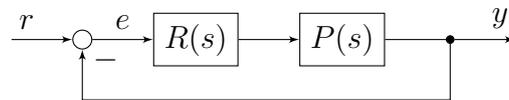
Gegeben sei ein lineares zeitinvariantes System mit Eingangsgröße u , Ausgangsgröße y und Zustandsvektor \mathbf{x}

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 2 \\ 6 \end{bmatrix} u$$

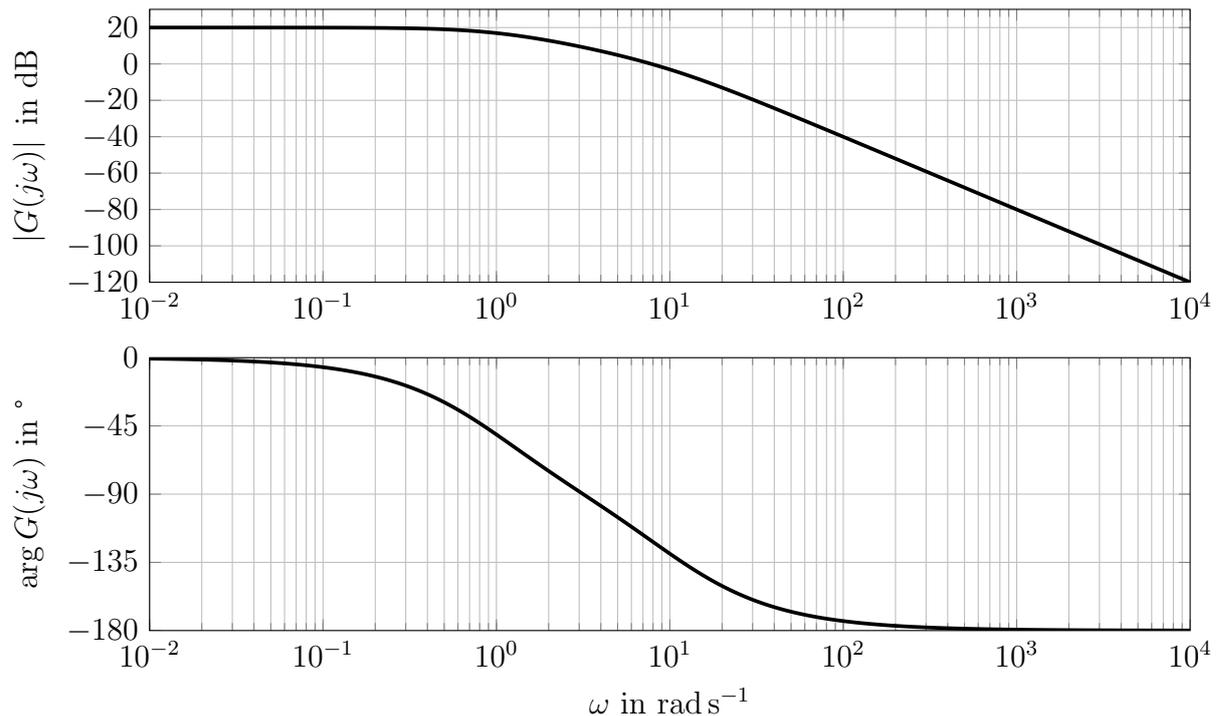
- Ist das System steuerbar? *Begründen Sie Ihre Antwort!*
- Was bedeutet Stabilisierbarkeit? Wie unterscheidet sie sich von der Steuerbarkeit?

Aufgabe 7:

Gegeben sei das Blockschaltbild eines Standardregelkreises mit der Führungsgröße r , der Regelabweichung e und der Ausgangsgröße y :



Die Übertragungsfunktion $P(s)$ ist vom einfachen Typ. Ihr Frequenzgang $P(j\omega)$ liegt in Form von BODE-Diagrammen vor:



Es wird ein Regler der Form $R(s) = \frac{K}{s}$ verwendet.

- Dimensionieren Sie mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens den Regler so, dass die Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises $T(s)$ ein prozentuales Überschwingen von $\ddot{u} = 25\%$ aufweist.
- Wie groß sind die zu erwartende Anstiegszeit t_r (näherungsweise) und die bleibende Regelabweichung e_∞ ? *Begründen Sie Ihre Antworten!*

Aufgabe 8:

Skizzieren Sie die Ortskurve folgender Übertragungsfunktionen:

$$\text{i) } P(s) = \frac{1}{s^2 + 11s + 10}$$

$$\text{ii) } P(s) = \frac{1}{s(s+1)}$$