

Schriftliche Prüfung aus **Regelungssysteme** am 13.03.2020 ¹

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	3	3	2	2	3	2	3	3	21
erreichte Punkte									

¹Vorbehaltlich der Korrektur von Schreibfehlern.

Aufgabe 1:

Die Übertragungsfunktion eines *offenen* Regelkreises

$$L(s) = \frac{100}{s^2 + 10s}$$

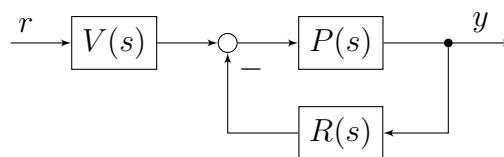
sei gegeben.

- Stellen Sie den Frequenzgang $L(j\omega)$ in Form von BODE-Diagrammen dar.
- Ermitteln Sie näherungsweise die zu erwartende Anstiegszeit t_r und die Überschwingweite M_p der Sprungantwort des *geschlossenen* Kreises.
- Wird mit dieser Konfiguration stationäre Genauigkeit für konstante Führungsgrößen erreicht?

Begründen Sie Ihre Antwort!

Aufgabe 2:

Gegeben sei folgender Regelkreis mit der Führungsgröße r , der Stellgröße u und der Ausgangsgröße y :



Die Übertragungsfunktion der Regelstrecke lautet

$$P(s) = \frac{s-1}{s^2-2}.$$

- Untersuchen Sie folgende Führungsübertragungsfunktionen $T(s)$ auf Implementierbarkeit für die gegebene Streckenübertragungsfunktion $P(s)$:

$$(i) \quad T(s) = \frac{1}{s^2 + 2s + 1} \qquad (ii) \quad T(s) = \frac{s^2 - 2s + 1}{(s + 1)^4}$$

- Wählen Sie die einzig mögliche implementierbare Führungsübertragungsfunktion $T(s)$ aus und dimensionieren Sie beiden Übertragungsfunktionen

$$R(s) = \frac{b(s)}{a(s)}, \quad V(s) = \frac{c(s)}{a(s)}$$

so, dass der Regler integrierendes Verhalten aufweist.

- Realisieren Sie den Regler aus b) als *ein* dynamisches System.

Aufgabe 3:

Gegeben sei folgendes Zustandsraummodell einer Regelstrecke

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \mathbf{c}^T \mathbf{x} = [-1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \mathbf{x}.$$

- a) Ist das System beobachtbar? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)
Hinweis: Die Übertragungsfunktion des Systems erweist sich als nützlich.
- b) Ermitteln Sie ein Zustandsregelgesetz der Form $u = -\mathbf{k}^T \mathbf{x}$, sodass der geschlossene Kreis folgendes Hurwitzpolynom als charakteristisches Polynom aufweist:

$$w(s) = s^5 + 5s^4 + 12s^3 + 16s^2 + 12s + 4$$

Aufgabe 4:

Durch einen Computerfehler wurden die Daten eines Reglerentwurfs für einen Standardregelkreis bestehend aus einem Regler mit der Übertragungsfunktion $R(s)$ und einem Streckenmodell mit der Übertragungsfunktion $P(s)$ gelöscht. Ein Mitarbeiter konnte sich allerdings an den Zähler $\mu(s) = -2(s - 3)$ von $P(s)$ erinnern.

Zusätzlich ist bekannt, dass für die *nicht sprungfähige, implementierbare* Führungsübertragungsfunktion $T(s)$ *zweiter Ordnung* folgendes gegolten hat:

$$\lim_{s \rightarrow (-3-3j)} |T(s)| = \infty \qquad T(0) = \frac{1}{3}$$

Die Reglerübertragungsfunktion

$$R(s) = \frac{1}{s+2}$$

konnte komplett rekonstruiert werden.

- a) Wie lautet die Führungsübertragungsfunktion $T(s)$?
- b) Wie lautet die Streckenübertragungsfunktion $P(s)$?

Hinweis: Berücksichtigen Sie die Implementierbarkeitsbedingungen.

Aufgabe 5:

Gegeben sei ein lineares zeitkontinuierliches System mit der Eingangsgröße u , der Ausgangsgröße y und der Zustandsgröße x :

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= -3x + u, \\ y &= x.\end{aligned}$$

Entwerfen Sie einen *PI-Zustandsregler*

$$\begin{aligned}\frac{d\varepsilon}{dt} &= r - y \\ u &= -kx - k_i\varepsilon - k_p(r - y)\end{aligned}$$

mit dem Proportionalbeiwert $k_p = -3$. Berechnen Sie die Werte der Parameter k und k_i so, dass der geschlossene Regelkreis eine Dynamikmatrix mit den Eigenwerten $s_1 = s_2 = -5$ aufweist.

Aufgabe 6:

Es sei eine Regelstrecke mit der Übertragungsfunktion $P(s)$ gegeben:

$$P(s) = \frac{s^2 - 2s + 10}{s^3 + 1}$$

Geben Sie zu dieser Streckenübertragungsfunktion jeweils, sofern möglich, ein Beispiel für eine *implementierbare* Führungsübertragungsfunktion $T(s)$

- 2. Ordnung,
- 3. Ordnung,
- 4. Ordnung

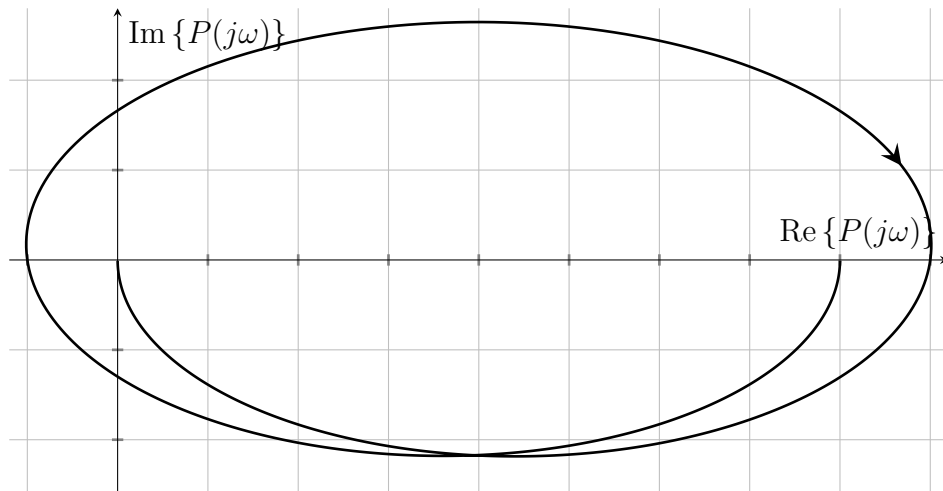
an, sodass sich für sprungförmige Eingangsgrößen $r(t) = \sigma(t)$ jeweils die stationäre Ausgangsgröße

$$y_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = 3$$

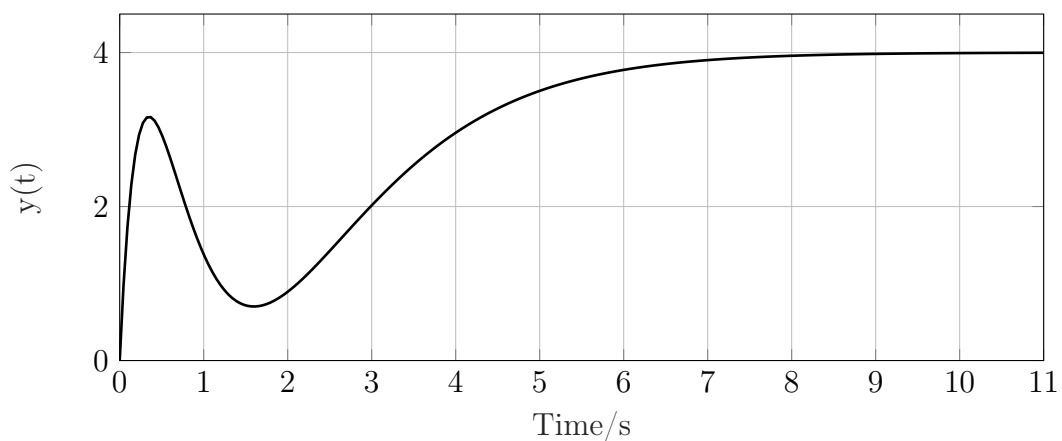
ergibt. (*Begründen Sie jeweils Ihre Antwort!*)

Aufgabe 7:

Die Ortskurve des Frequenzgangs $P(j\omega)$ einer Regelstrecke ist grafisch gegeben:



Leider ist die Achsenbeschriftung unlesbar geworden. Allerdings wurde zusätzlich zum Frequenzgang die Antwort des Systems auf den Einheitssprung aufgenommen und ist auch grafisch dargestellt:



Zur Regelung soll ein P-Regler mit dem Proportionalfaktor K in einem Standardregelkreis eingesetzt werden. Ermitteln Sie nachvollziehbar den größtmöglichen Wertebereich des *reellen* Reglerparameters K so, dass der geschlossene Kreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

Bitte wenden!

Aufgabe 8:

Für ein System der Form

$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{x}}{dt} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u \\ y &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}\end{aligned}$$

wurde ein Zustandsregler

$$u = -\mathbf{k}^T \mathbf{x} = -\begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

so entworfen, dass die Eigenwerte der Matrix $(\mathbf{A} - \mathbf{b}\mathbf{k}^T)$ bei $s_1 = -1$ und $s_2 = -2$ liegen. Leider gingen die Einträge der Matrix $\mathbf{A}$ und des Vektors $\mathbf{b}$ verloren. Es konnte jedoch die Streckenübertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = \frac{s-1}{s^2-s-2}$$

rekonstruiert werden. Bestimmen Sie $\mathbf{A}$ und $\mathbf{b}$.

Schriftliche Prüfung aus **Regelungssysteme** am 08.06.2020 ¹

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	3	3	2	3	3	2	3	2	21
erreichte Punkte									

¹Vorbehaltlich der Korrektur von Schreibfehlern.

Aufgabe 1:

Die Übertragungsfunktion eines Standardregelkreises

$$L(s) = \frac{1+s}{s^2+10s}$$

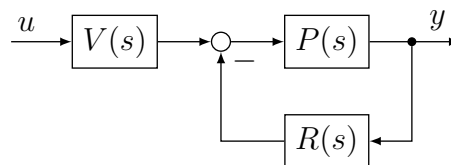
sei gegeben.

- Stellen Sie den Frequenzgang $L(j\omega)$ in Form von BODE-Diagrammen dar.
- Ermitteln Sie näherungsweise die zu erwartende Anstiegszeit t_r und die Überschwingweite M_p der Sprungantwort des *geschlossenen* Kreises.
- Wird mit dieser Konfiguration stationäre Genauigkeit für konstante Führungsgrößen erreicht?

Begründen Sie Ihre Antwort!

Aufgabe 2:

Betrachtet wird die erweiterte Regelkreisstruktur



mit der Regelstrecke

$$P(s) = \frac{s+2}{s^2-1} = \frac{\mu(s)}{\nu(s)}$$

und den beiden Reglerübertragungsfunktionen

$$R(s) = \frac{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}, \quad V(s) = \frac{c_2 s^2 + c_1 s + c_0}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}.$$

Bestimmen Sie die Polynome $a(s)$, $b(s)$ und $c(s)$ so, dass

$$T(s) = \frac{V(s)P(s)}{1 + R(s)P(s)} = \frac{1}{s+1} = \frac{\mu_T(s)}{\nu_T(s)}$$

gilt und der Regler integrierendes Verhalten aufweist.

Hinweis: Erweitern Sie, sofern nötig, Zähler und Nenner von $T(s)$ um das Polynom

$$w(s) = (s+1)^k$$

mit einem geeigneten ganzzahligen Wert für k .

Aufgabe 3:

Gegeben sei ein Zustandsraummodell der Form

$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{x}}{dt} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u \\ y &= \mathbf{c}^T \mathbf{x}.\end{aligned}$$

Für dieses System wird ein asymptotischer Beobachter der Form

$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \mathbf{l}(y - \mathbf{c}^T \hat{\mathbf{x}})$$

verwendet.

- Ermitteln Sie in nachvollziehbarer Weise die Differentialgleichung des Beobachterfehlers $\mathbf{e} := \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$.
- Geben Sie eine notwendige und hinreichende Bedingung dafür an, dass

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{e}(t) = 0$$

unabhängig vom Anfangsfehler $\mathbf{e}(0)$ gilt.

Aufgabe 4:

Es sei eine Regelstrecke mit der Übertragungsfunktion $P(s)$ gegeben:

$$P(s) = \frac{s^2 + 2s}{s^3 + 1}$$

Geben Sie zu dieser Streckenübertragungsfunktion jeweils, sofern möglich, ein Beispiel für eine *implementierbare* Führungsübertragungsfunktion $T(s)$

- 2. Ordnung,
- 3. Ordnung,
- 4. Ordnung

an, sodass sich für sprungförmige Eingangsgrößen $r(t) = \sigma(t)$ jeweils die stationäre Ausgangsgröße

$$y_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = 3$$

ergibt. (*Begründen Sie jeweils Ihre Antwort!*)

Aufgabe 5:

Für ein System der Form

$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{x}}{dt} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u \\ y &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}\end{aligned}$$

wurde ein Zustandsregler

$$u = -\mathbf{k}^T \mathbf{x} = -\begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

so entworfen, dass die Eigenwerte der Matrix $(\mathbf{A} - \mathbf{b}\mathbf{k}^T)$ bei $s_1 = -1$ und $s_2 = -2$ liegen. Leider gingen die Einträge der Matrix $\mathbf{A}$ und des Vektors $\mathbf{b}$ verloren. Es konnte jedoch die Streckenübertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = \frac{s-1}{s^2-s-2}$$

rekonstruiert werden. Bestimmen Sie $\mathbf{A}$ und $\mathbf{b}$.

Aufgabe 6:

Für eine in Form der Übertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{\mu(s)}{\nu(s)}$$

gegebene Regelstrecke *zweiter Ordnung* soll eine Führungsübertragungsfunktion $T(s)$ so bestimmt werden, dass für sprunghörmige Führungsgröße $r(t)$ das Gütekriterium

$$J = \int_0^\infty [r(t) - y(t)]^2 + \delta [u(t) - u_\infty]^2 dt$$

minimiert wird. Dabei bezeichnet u_∞ den Grenzwert von $u(t)$ für $t \rightarrow \infty$. Leider gehen durch einen Festplattendefekt die Daten des Entwurfs verloren. Im Zuge einer Datenrettung kann lediglich rekonstruiert werden, dass

$$\delta\nu(s)\nu(-s) = -\mu(s)\mu(-s) \quad \text{für } s = 1 + j$$

und

$$\mu(s) = s - 2$$

gilt. Rekonstruieren Sie aus diesen Informationen die optimale Führungsübertragungsfunktion. (*Hinweis:* Es ist nicht notwendig und auch nicht möglich, $\nu(s)$ bzw. δ zu ermitteln.)

Aufgabe 7:

Ein mächtiges Werkzeug zum Reglerentwurf ist das sogenannte Frequenzkennlinienverfahren.

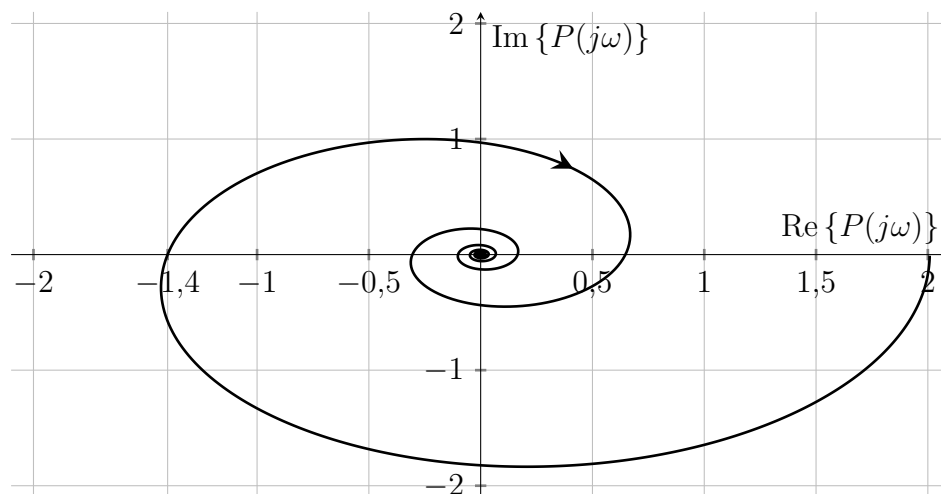
- Geben Sie die Übertragungsfunktion eines Lag-Gliedes an. Wie ist das Verhältnis der Parameter zu wählen?
- Zeichnen Sie typische Frequenzkennlinien eines Lag-Gliedes.
- Wo wird typischerweise ein Lag-Glied in Relation zur gewünschten Durchtrittsfrequenz ω_c platziert? Was möchte man typischerweise mit einem Lag-Glied erreichen?

Aufgabe 8:

Gegeben sei eine Regelstrecke, welche die Übertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{2}{s+1} e^{-sT_t}$$

aufweist. Es handelt sich dabei um eine Hintereinanderschaltung eines PT1-Gliedes und eines Totzeitgliedes; die Totzeit ist durch $T_t = 3$ gegeben. Die Ortskurve des Frequenzgangs $P(j\omega)$ ist graphisch dargestellt:



Zur Regelung soll ein P-Regler mit dem Proportionalfaktor K in einem Standardregelkreis eingesetzt werden. Ermitteln Sie nachvollziehbar den größtmöglichen Wertebereich des *reellen* Reglerparameters K , sodass der geschlossene Kreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

Hinweise: Die Funktion e^{-sT_t} hat keine Polstellen; das bedeutet, dass Sie das Nyquistkriterium in gewohnter Form anwenden können. Die stetige Winkeländerung müssen Sie dabei *nicht* für alle (unendlich vielen) Fälle ermitteln.

Schriftliche Prüfung aus **Regelungssysteme** am 02.07.2020 ¹

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	3	2	2	2	3	3	3	3	21
erreichte Punkte									

¹Vorbehaltlich der Korrektur von Schreibfehlern.

Aufgabe 1:

Betrachten Sie die lineare zeitinvariante Regelstrecke mit Zustandsvektor $\mathbf{x}$, Eingangsgröße u und Ausgangsgröße y

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -5 & 7 & -3 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \mathbf{c}^T \mathbf{x} = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

a) Berechnen Sie die Streckenübertragungsfunktion $P(s) = \frac{\mu(s)}{\nu(s)}$

b) Berechnen Sie einen Zustandsregler der Form

$$u = -\mathbf{k}^T \mathbf{x} + Vr$$

so, dass für die Führungsübertragungsfunktion

$$T(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{r}(s)} = \frac{3(s + \alpha)}{s^2 + 4s + 3}$$

mit $\alpha \in \mathbb{R}$ gilt. Geben Sie $\mathbf{k}^T$, V und α an.

Aufgabe 2:

Beim Frequenzkennlinienverfahren wird die Übertragungsfunktion des offenen Kreises $L(s)$ sukzessive verändert, bis der geschlossene Regelkreis die vorgegebenen Spezifikationen erfüllt.

a) Warum wird bei diesem Reglerentwurfsverfahren vorausgesetzt, dass $L(s)$ vom einfachen Typ ist?

b) Welche Bedingungen müssen erfüllt sein, damit $L(s)$ vom einfachen Typ ist?

Aufgabe 3:

Für das System

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \mathbf{c}^T \mathbf{x} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}.$$

mit Zustandsvektor $\mathbf{x}$, Eingangsgröße u und Ausgangsgröße y soll ein Beobachter der Form

$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \mathbf{l}(y - \hat{y})$$

$$\hat{y} = \mathbf{c}^T \hat{\mathbf{x}}$$

mit $\mathbf{l} = \begin{bmatrix} l_1 & l_2 \end{bmatrix}^T$ entworfen werden. Geben Sie Ungleichungen für die Parameter l_1 und l_2 an, für die die Schätzfehlerdynamik asymptotisch stabil ist.

Aufgabe 4:

Zeigen Sie, dass ein LZI-System der Form

$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{x}}{dt} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -\alpha_0 & -\alpha_1 & -\alpha_2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \\ y &= [\beta_0 \quad \beta_1 \quad \beta_2] \mathbf{x}\end{aligned}$$

(Steuerbarkeitsnormalform) immer steuerbar ist. Hierbei sind $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2$ und $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ reelle Parameter.

Aufgabe 5:

Gegeben sei ein lineares zeitinvariantes System mit Eingang u , Ausgang y und Zustandsvektor $\mathbf{x}$

$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{x}}{dt} &= \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} u, \\ y &= [1 \quad 0] \mathbf{x}.\end{aligned}$$

Führen Sie eine reguläre Zustandstransformation $\mathbf{x} = \mathbf{T}\mathbf{z}$ so durch, dass das transformierte System

$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{z}}{dt} &= \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{z} + \tilde{\mathbf{b}}u, \\ y &= \tilde{\mathbf{c}}^T \mathbf{z}\end{aligned}$$

in Regelungsnormalform vorliegt.

Aufgabe 6:

Für ein System der Form

$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{x}}{dt} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u \\ y &= [0 \quad 1] \mathbf{x}\end{aligned}$$

mit Zustandsvektor $\mathbf{x}$, Eingangsgröße u und Ausgangsgröße y wurde ein Zustandsregler

$$u = -\mathbf{k}^T \mathbf{x} = -[1 \quad 1] \mathbf{x}$$

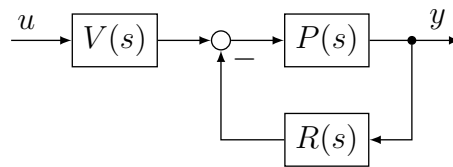
so entworfen, dass die Eigenwerte der Matrix $(\mathbf{A} - \mathbf{b}\mathbf{k}^T)$ bei $s_1 = -1$ und $s_2 = -2$ liegen. Leider gingen die Einträge der Matrix $\mathbf{A}$ und des Vektors $\mathbf{b}$ verloren. Es konnte jedoch die Streckenübertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = \frac{s-1}{s^2-s-2}$$

rekonstruiert werden. Bestimmen Sie $\mathbf{A}$ und $\mathbf{b}$.

Aufgabe 7:

Betrachtet wird die erweiterte Regelkreisstruktur



mit der Regelstrecke

$$P(s) = \frac{s+1}{s^2-2} = \frac{\mu(s)}{\nu(s)}$$

und den beiden Reglerübertragungsfunktionen

$$R(s) = \frac{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}, \quad V(s) = \frac{c_2 s^2 + c_1 s + c_0}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}.$$

Bestimmen Sie die Polynome $a(s)$, $b(s)$ und $c(s)$ so, dass

$$T(s) = \frac{V(s)P(s)}{1 + R(s)P(s)} = \frac{1}{s+1} = \frac{\mu_T(s)}{\nu_T(s)}$$

gilt und der Regler integrierendes Verhalten aufweist.

Hinweis: Erweitern Sie, sofern nötig, Zähler und Nenner von $T(s)$ um das Polynom

$$w(s) = (s+1)^k$$

mit einem geeigneten ganzzahligen Wert für k .

Aufgabe 8:

Ein mächtiges Werkzeug zum Reglerentwurf ist das sogenannte Frequenzkennlinienverfahren.

- Geben Sie die Übertragungsfunktion eines Lead/Lag-Gliedes an. Wie sind die Parameter der Übertragungsfunktion zu wählen, damit es sich um ein Lag-Glied handelt?
- Zeichnen Sie typische Frequenzkennlinien eines Lag-Gliedes.
- Wo wird typischerweise ein Lag-Glied in Relation zur gewünschten Durchtrittsfrequenz ω_c platziert? Was möchte man typischerweise mit einem Lag-Glied erreichen?

Schriftliche Prüfung aus **Regelungssysteme** am 28.10.2020 ¹

Name / Vorname(n):

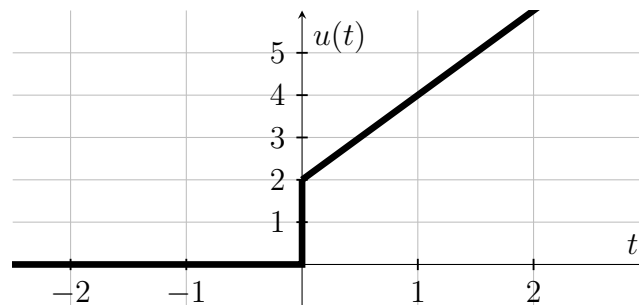
Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	3	2	3	2	3	3	3	2	21
erreichte Punkte									

¹Vorbehaltlich der Korrektur von Schreibfehlern.

Aufgabe 1:

Gegeben sei folgende Sprungantwort eines PI-Reglers:



- Lesen Sie den Proportionalbeiwert K_P und die Nachstellzeit T_N ab.
- Geben Sie die Übertragungsfunktion und zeichnen Sie das Strukturbild eines PI-Reglers.
- Erweitern Sie das Strukturbild des PI-Reglers um eine Anti-Windup Maßnahme.

Aufgabe 2:

Für ein LZI System

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= \mathbf{A}x + bu \\ y &= \mathbf{c}^T x\end{aligned}$$

soll ein Regler der Form

$$u = -\mathbf{k}^T x + Vr$$

entworfen werden.

- In einem ersten Schritt wurde der Parametervektor $\mathbf{k}^T$ so berechnet, dass die Matrix

$$(\mathbf{A} - \mathbf{b}\mathbf{k}^T)$$

eine Hurwitzmatrix ist. Welche Eigenschaft muss die Strecke besitzen, damit alle Eigenwerte des geschlossenen Regelkreises beliebig vorgebar sind?

- Zeigen Sie in nachvollziehbarer Weise, wie die Verstärkung V gewählt werden muss, damit die Ausgangsgröße $y(t)$ einer konstanten Referenz $r(t) = r_0$ asymptotisch nachgeführt wird.

Aufgabe 3:

Es sei eine Regelstrecke mit der Übertragungsfunktion $P(s)$

$$P(s) = \frac{s-1}{(s+2)(s-2)}$$

und eine Führungsübertragungsfunktion $T(s)$

$$T(s) = \frac{1}{(s+4)}$$

gegeben. Modifizieren Sie $T(s)$ so, dass sie bei der gegebenen Streckenübertragungsfunktion $P(s)$ implementierbar ist. Erweitern Sie den Nenner von $T(s)$ um das Polynom

$$w(s) = \left(1 + \frac{s}{\alpha}\right)^k$$

mit einem geeigneten ganzzahligen Wert für k , der möglichst klein gewählt werden soll. Der Wert von α soll so gewählt werden, dass $u(0) = 6$ bei einer sprungförmigen Referenzgröße $r(t) = 2$ gilt.

Aufgabe 4:

Gegeben sei die Übertragungsfunktion einer Regelstrecke

$$P(s) = \frac{1}{s^3 + 1}.$$

Es soll nun ein Standardregelkreis so ausgelegt werden, dass seine Führungsübertragungsfunktion $T(s)$ das vorgegebene Nennerpolynom

$$\nu_T(s) = s^5 + 3s^4 + 7s^3 + 2s^2 + 9s + 15$$

besitzt. Ermitteln Sie die Parameter des Reglers

$$R(s) = \frac{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}$$

über die Methode der Polvorgabe.

Aufgabe 5:

Für einen Standardregelkreis sei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises

$$L(s) = 10 \cdot \frac{s + 0.1}{s^2 + s}$$

gegeben.

- Stellen Sie den Frequenzgang $L(j\omega)$ in Form von BODE-Diagrammen dar.
- Ermitteln Sie näherungsweise die zu erwartende Anstiegszeit t_r und die Überschwingweite M_p der Sprungantwort des *geschlossenen* Kreises.
- Wird mit dieser Konfiguration stationäre Genauigkeit für konstante Führungsgrößen erreicht?

Begründen Sie Ihre Antwort!

Aufgabe 6:

Für das System

$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{x}}{dt} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} u \\ y &= \mathbf{c}^T \mathbf{x} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}\end{aligned}$$

mit Zustandsvektor $\mathbf{x}$, Eingangsgröße u und Ausgangsgröße y soll ein Beobachter der Form

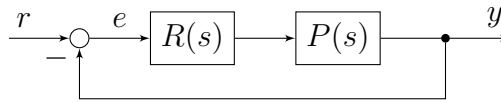
$$\begin{aligned}\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} &= \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \mathbf{l}(y - \hat{y}) \\ \hat{y} &= \mathbf{c}^T \hat{\mathbf{x}}\end{aligned}$$

entworfen werden mit $\mathbf{l}^T = \begin{bmatrix} l_1 & l_2 \end{bmatrix}$. Bestimmen Sie die größtmöglichen zulässigen Wertebereiche der Parameter l_1 und l_2 .

Begründen Sie Ihre Antworten mathematisch!

Aufgabe 7:

Gegeben sei ein Standardregelkreis



mit der Regelstrecke

$$P(s) = \frac{s - 4}{s(s + 10)}$$

und der gewünschten Führungsübertragungsfunktion

$$T(s) = \frac{-2(s - 4)}{s^3 + 11s^2 + 8s + 8}.$$

Ermitteln Sie den Regler $R(s)$, der zur Übertragungsfunktion $T(s)$ führt, durch die *direkte Reglerberechnung*. Ist der Regelkreis intern stabil?

Begründen Sie Ihre Antwort!

Aufgabe 8:

Der BIBO-stabile Regler $R(s)$ wird mit Hilfe der Tustin-Formel für eine Abtastzeit T_d diskretisiert, wobei man ein diskretes System mit der Übertragungsfunktion $R_d(z)$ erhält.

- Geben Sie die Tustin-Formel an. Stellen Sie in der komplexen Ebene denjenigen Bereich graphisch dar, auf welchen die Tustin-Formel die Halbebene $\operatorname{Re}\{s\} < 0$ abbildet.
- Besitzt die so diskretisierte Reglerübertragungsfunktion $R_d(z)$ im Allgemeinen für beliebige positive Werte von T_d die BIBO Eigenschaft?

Begründen Sie Ihre Antwort!

Schriftliche Prüfung aus **Regelungssysteme** am 9.12.2020 ¹

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	3	2	2	3	3	3	3	2	21
erreichte Punkte									

¹Vorbehaltlich der Korrektur von Schreibfehlern.

Aufgabe 1:

Für einen Standardregelkreis sei die Übertragungsfunktion des offenen Kreises

$$L(s) = \frac{100}{s^2 + 10s}$$

gegeben.

- Stellen Sie den Frequenzgang $L(j\omega)$ in Form von BODE-Diagrammen dar.
- Ermitteln Sie näherungsweise die zu erwartende Anstiegszeit t_r und die Überschwingweite M_p der Sprungantwort des *geschlossenen* Kreises.
- Wird mit dieser Konfiguration stationäre Genauigkeit für konstante Führungsgrößen erreicht?

Begründen Sie Ihre Antwort!

Aufgabe 2:

Gegeben sei folgendes Zustandsraummodell einer Regelstrecke

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{x}}{dt} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -3 & -8 & -1 & 5 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \\ y &= \mathbf{c}^T \mathbf{x} = [5 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \mathbf{x}. \end{aligned}$$

Ermitteln Sie ein Zustandsregelgesetz der Form $u = -\mathbf{k}^T \mathbf{x}$ so, dass der geschlossene Kreis folgendes Hurwitzpolynom als charakteristisches Polynom aufweist:

$$w(s) = s^5 + 5s^4 + 12s^3 + 16s^2 + 12s + 4$$

Aufgabe 3:

Gegeben sei ein lineares zeitinvariantes System mit Eingangsgröße u , Ausgangsgröße y und Zustandsvektor $\mathbf{x}$

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u,$$

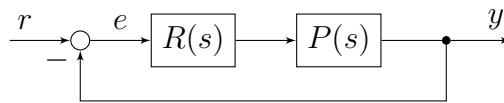
Führen Sie eine reguläre Zustandstransformation $\mathbf{z} = \mathbf{T}\mathbf{x}$ so durch, dass das transformierte System

$$\frac{d\mathbf{z}}{dt} = \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{z} + \tilde{\mathbf{b}}u$$

in Regelungsnormalform vorliegt. Geben Sie $\tilde{\mathbf{A}}, \tilde{\mathbf{b}}$ und $\mathbf{T}$ an.

Aufgabe 4:

Für einen Standardregelkreis



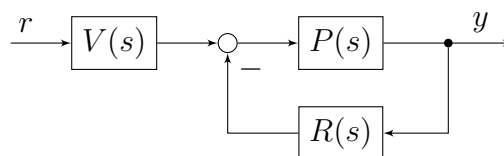
ist die Übertragungsfunktion des offenen Kreises in normierter Darstellung gegeben:

$$L(s) = \frac{Vp(s)}{s^\lambda q(s)} \quad \text{mit} \quad p(0) = q(0) = 1.$$

Ermitteln Sie *nachvollziehbar* den minimalen Wert für λ so, dass die bleibende Regelabweichung bei einer Führungsgröße $r(t) = t\sigma(t)$ verschwindet.

Aufgabe 5:

Durch einen Computerfehler wurden die Daten eines Reglerentwurfs für eine erweiterte Regelkreisstruktur



bestehend aus einem Regler mit der Übertragungsfunktionen $R(s)$ und $V(s)$ und einem Streckenmodell mit der Übertragungsfunktion $P(s)$ gelöscht. Jemand konnte sich allerdings an den Zähler der Streckenübertragungsfunktion $\mu(s) = (s - 4)$ erinnern. Zusätzlich ist bekannt, dass für die *nicht sprunghafte, implementierbare* Führungsübertragungsfunktion $T(s) = \frac{\mu_T(s)}{\nu_T(s)}$ folgendes gegolten hat:

$$\nu_T(s) = s^2 + 9s + 8 \quad \text{und} \quad T(0) = 1$$

Nur eine der beiden Reglerübertragungsfunktionen

$$R(s) = \frac{1}{s + 6}$$

konnte komplett rekonstruiert werden.

- Wie lautet die Führungsübertragungsfunktion $T(s)$?
- Wie lautet die Reglerübertragungsfunktion $V(s)$?
- Wie lautet die Streckenübertragungsfunktion $P(s)$?

Hinweis: Berücksichtigen Sie die Implementierbarkeitsbedingungen. Beachten Sie auch, dass der Regler *ein* System mit zwei Eingangsgrößen y und r und einer Ausgangsgröße u ist.

Aufgabe 6:

Für eine Regelstrecke

$$P(s) = \frac{\mu(s)}{\nu(s)}$$

soll eine Führungsübertragungsfunktion $T(s)$ so bestimmt werden, dass für sprungförmige Führungsgröße $r(t)$ das Gütekriterium

$$J = \int_0^\infty [r(t) - y(t)]^2 + \delta [u(t) - u_\infty]^2 dt$$

minimiert wird. Dabei bezeichnet u_∞ den Grenzwert von $u(t)$ für $t \rightarrow \infty$. Leider gehen durch einen Festplattendefekt die Daten des Entwurfs verloren. Im Zuge einer Datenrettung kann lediglich rekonstruiert werden, dass

$$\Delta(s) = \nu(s)\nu(-s) + \frac{1}{\delta}\mu(s)\mu(-s) = s^4 - 20s^2 + 64$$

und

$$\mu(s) = s - 4$$

gilt. Rekonstruieren Sie aus diesen Informationen die optimale Führungsübertragungsfunktion.

Hinweis: Es ist nicht notwendig und auch nicht möglich, $\nu(s)$ bzw. δ zu ermitteln.

Aufgabe 7:

Gegeben sei die Übertragungsfunktion einer Regelstrecke.

$$P(s) = \frac{1}{s^2 + 3s + 1}$$

Es soll nun ein Standardregelkreis über die Methode der Polvorgabe so ausgelegt werden, dass alle Pole von seiner Führungsübertragungsfunktion $T(s)$ an der Stelle $s = -1$ liegen, d.h.

$$\nu_T(s) = (s + 1)^k.$$

Zusätzlich soll der Regler $R(s)$ integrierendes Verhalten aufweisen.

- a) Ermitteln Sie den Wert von k so, dass das Gleichungssystem eindeutig gelöst werden kann.

Begründen Sie Ihre Antwort!

- b) Ermitteln Sie die Reglerübertragungsfunktion $R(s)$.

Aufgabe 8:

Es sei eine Regelstrecke mit der Übertragungsfunktion $P(s)$ gegeben:

$$P(s) = \frac{s - 2}{s^3 + 1}$$

Geben Sie zu dieser Streckenübertragungsfunktion jeweils, sofern möglich, ein Beispiel für eine *implementierbare* Führungsübertragungsfunktion $T(s)$

- 2. Ordnung,
- 3. Ordnung,
- 4. Ordnung

an, sodass sich für sprungförmige Eingangsgrößen $r(t) = \sigma(t)$ jeweils die stationäre Ausgangsgröße

$$y_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = 2$$

ergibt.

Begründen Sie jeweils Ihre Antwort!

Schriftliche Prüfung aus **Regelungssysteme** am 3.02.2021 ¹

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	3	3	2	3	3	2	2	3	21
erreichte Punkte									

¹Vorbehaltlich der Korrektur von Schreibfehlern.

Aufgabe 1:

Gegeben sei ein lineares zeitkontinuierliches System mit der Eingangsgröße u , der Ausgangsgröße y und der Zustandsgröße x :

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= -5x - 2u, \\ y &= x.\end{aligned}$$

Entwerfen Sie einen *PI-Zustandsregler*

$$\begin{aligned}\frac{d\varepsilon}{dt} &= r - y \\ u &= -kx - k_i\varepsilon - k_p(r - y)\end{aligned}$$

wobei $k = 2k_i$ gilt. Berechnen Sie die Werte der Parameter k_p , k und k_i so, dass der geschlossene Regelkreis eine Dynamikmatrix mit den Eigenwerten $s_1 = -6$ und $s_2 = -2$ aufweist.

Aufgabe 2:

Gegeben sei die Übertragungsfunktion einer Regelstrecke.

$$P(s) = \frac{1}{s^2 + s + 1}$$

Es soll nun ein Standardregelkreis über die Methode der Polvorgabe so ausgelegt werden, dass alle Pole von seiner Führungsübertragungsfunktion $T(s) = \frac{\mu_T(s)}{\nu_T(s)}$ an der Stelle $s = -1$ liegen, d.h.

$$\nu_T(s) = (s + 1)^k.$$

Zusätzlich soll der Regler $R(s)$ integrierendes Verhalten aufweisen.

- a) Ermitteln Sie den Wert von k so, dass das Gleichungssystem eindeutig gelöst werden kann.

Begründen Sie Ihre Antwort!

- b) Ermitteln Sie die Reglerübertragungsfunktion $R(s)$.

- c) Geben Sie eine Realisierung der Reglerübertragungsfunktion $R(s) = \frac{\bar{u}(s)}{\bar{e}(s)}$ in der Form

$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{x}_R}{dt} &= \mathbf{A}\mathbf{x}_R + \mathbf{b}e \\ u &= \mathbf{c}^T \mathbf{x}_R + de,\end{aligned}$$

an.

Aufgabe 3:

Gegeben sei folgendes Zustandsraummodell einer Regelstrecke

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -3 & -8 & -1 & 5 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

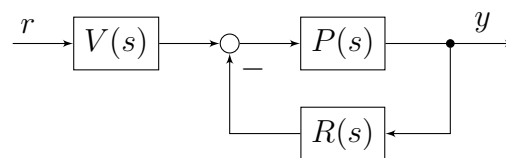
$$y = \mathbf{c}^T \mathbf{x} = [5 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \mathbf{x}.$$

Ermitteln Sie ein Zustandsregelgesetz der Form $u = -\mathbf{k}^T \mathbf{x}$ so, dass der geschlossene Kreis folgendes Hurwitzpolynom als charakteristisches Polynom aufweist:

$$w(s) = s^5 + 5s^4 + 12s^3 + 16s^2 + 12s + 4$$

Aufgabe 4:

Durch einen Computerfehler wurden die Daten eines Reglerentwurfs für eine erweiterte Regelkreisstruktur



bestehend aus einem Regler mit der Übertragungsfunktionen $R(s)$ und $V(s)$ und einem Streckenmodell mit der Übertragungsfunktion $P(s)$ gelöscht. Jemand konnte sich allerdings an den Zähler der Streckenübertragungsfunktion $\mu(s) = (s - 2)$ erinnern. Zusätzlich ist bekannt, dass für die *nicht sprunghafte, implementierbare* Führungsübertragungsfunktion $T(s) = \frac{\mu_T(s)}{\nu_T(s)}$ folgendes gegolten hat:

$$\nu_T(s) = s^2 + 8s + 10 \quad \text{und} \quad T(0) = 1$$

Nur eine der beiden Reglerübertragungsfunktionen

$$R(s) = \frac{1}{s + 4}$$

konnte komplett rekonstruiert werden.

- Wie lautet die Führungsübertragungsfunktion $T(s)$?
- Wie lautet die Reglerübertragungsfunktion $V(s)$?
- Wie lautet die Streckenübertragungsfunktion $P(s)$?

Hinweis: Berücksichtigen Sie die Implementierbarkeitsbedingungen. Beachten Sie auch, dass der Regler *ein* System mit zwei Eingangsgrößen y und r und einer Ausgangsgröße u ist.

Aufgabe 5:

Gegeben sei ein lineares zeitinvariantes System mit Eingangsgröße u , Ausgangsgröße y und Zustandsvektor $\mathbf{x}$

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 6 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} u,$$

- a) Ist das System steuerbar? *Begründen Sie Ihre Antwort!*
- b) Ist das System stabilisierbar? *Begründen Sie Ihre Antwort!*
- c) Ist es möglich, dass ein System stabilisierbar ist, obwohl es nicht steuerbar ist? *Begründen Sie Ihre Antwort!*

Aufgabe 6:

Es sei eine Regelstrecke mit der Übertragungsfunktion $P(s)$ gegeben:

$$P(s) = \frac{s - 2}{s^4 + 1}$$

Geben Sie zu dieser Streckenübertragungsfunktion jeweils, sofern möglich, ein Beispiel für eine *implementierbare* Führungsübertragungsfunktion $T(s)$

- 3. Ordnung,
- 4. Ordnung

an, sodass sich für sprungförmige Eingangsgrößen $r(t) = \sigma(t)$ jeweils die stationäre Ausgangsgröße

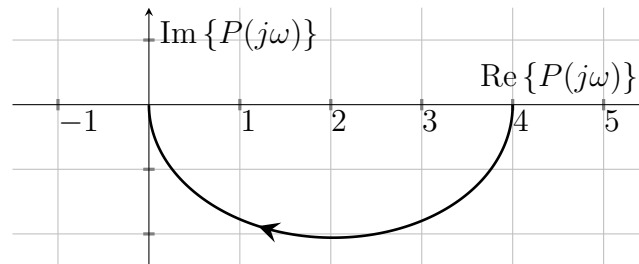
$$y_{\infty} = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = 5$$

ergibt.

Begründen Sie jeweils Ihre Antwort!

Aufgabe 7:

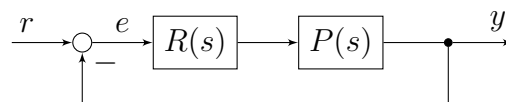
Die Ortskurve des Frequenzgangs $P(j\omega)$ einer *BIBO stabilen* Regelstrecke ist grafisch gegeben:



Zur Regelung soll ein P-Regler mit dem Proportionalfaktor K in einem Standardregelkreis eingesetzt werden. Ermitteln Sie nachvollziehbar den größtmöglichen Wertebereich des *reellen* Reglerparameters K so, dass der geschlossene Kreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

Aufgabe 8:

Für einen Standardregelkreis



ist die Übertragungsfunktion des offenen Kreises in normierter Darstellung gegeben:

$$L(s) = \frac{Vp(s)}{s^\lambda q(s)} \quad \text{mit} \quad p(0) = q(0) = 1.$$

Ermitteln Sie *nachvollziehbar* den minimalen Wert für λ so, dass die bleibende Regelabweichung e_∞ bei einer Führungsgröße $r(t) = t^2\sigma(t)$ verschwindet.