Schriftliche Prüfung aus **Regelungssysteme** am 02.07.2020

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	3	2	2	2	3	3	3	3	21
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Betrachten Sie die lineare zeitinvariante Regelstrecke mit Zustandsvektor $\mathbf{x}$, Eingangsgröße u und Ausgangsgröße y

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -5 & 7 & -3 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$
$$y = \mathbf{c}^T \mathbf{x} = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

a) Berechnen Sie die Streckenübertragungsfunktion $P(s) = \frac{\mu(s)}{\nu(s)}$

b) Berechnen Sie einen Zustandsregler der Form

$$u = -\mathbf{k}^T \mathbf{x} + Vr$$

so, dass für die Führungsübertragungsfunktion

$$T(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{r}(s)} = \frac{3(s+\alpha)}{s^2 + 4s + 3}$$

mit $\alpha \in \mathbb{R}$ gilt. Geben Sie $\mathbf{k}^T$, V und α an.

Aufgabe 2:

Beim Frequenzkennlinienverfahren wird die Übertragungsfunktion des offenen Kreises $L(s)$ sukzessive verändert, bis der geschlossene Regelkreis die vorgegebenen Spezifikationen erfüllt.

a) Warum wird bei diesem Reglerentwurfsverfahren vorausgesetzt, dass $L(s)$ vom einfachen Typ ist?

b) Welche Bedingungen müssen erfüllt sein, damit $L(s)$ vom einfachen Typ ist?

Aufgabe 3:

Für das System

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} u$$
$$y = \mathbf{c}^T \mathbf{x} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}.$$

mit Zustandsvektor $\mathbf{x}$, Eingangsgröße u und Ausgangsgröße y soll ein Beobachter der Form

$$\frac{\mathrm{d}\hat{\mathbf{x}}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \mathbf{l}(y - \hat{y})$$
$$\hat{y} = \mathbf{c}^T \hat{\mathbf{x}}$$

mit $\mathbf{l} = \begin{bmatrix} l_1 & l_2 \end{bmatrix}^T$ entworfen werden. Geben Sie Ungleichungen für die Parameter l_1 und l_2 an, für die die Schätzfehlerdynamik asymptotisch stabil ist.

Aufgabe 4:

Zeigen Sie, dass ein LZI-System der Form

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -\alpha_0 & -\alpha_1 & -\alpha_2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} \beta_0 & \beta_1 & \beta_2 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

(Steuerbarkeitsnormalform) immer steuerbar ist. Hierbei sind $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2$ und $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ reelle Parameter.

Aufgabe 5:

Gegeben sei ein lineares zeitinvariantes System mit Eingang u, Ausgang y und Zustandsvektor $\mathbf{x}$

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} u,$$
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}.$$

Führen Sie eine reguläre Zustandstransformation $\mathbf{x} = \mathbf{T}\mathbf{z}$ so durch, dass das transformierte System

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{z}}{\mathrm{d}t} = \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{z} + \tilde{\mathbf{b}}u,$$
$$y = \tilde{\mathbf{c}}^T \mathbf{z}$$

in Regelungsnormalform vorliegt.

Aufgabe 6:

Für ein System der Form

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u$$
$$y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

mit Zustandsvektor $\mathbf{x}$, Eingangsgröße u und Ausgangsgröße y wurde ein Zustandsregler

$$u = -\mathbf{k}^T \mathbf{x} = -\begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

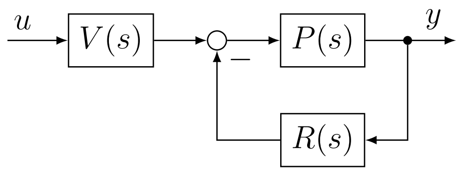
so entworfen, dass die Eigenwerte der Matrix $(\mathbf{A} - \mathbf{b}\mathbf{k}^T)$ bei $s_1 = -1$ und $s_2 = -2$ liegen. Leider gingen die Einträge der Matrix $\mathbf{A}$ und des Vektors $\mathbf{b}$ verloren. Es konnte jedoch die Streckenübertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = \frac{s-1}{s^2 - s - 2}$$

rekonstruiert werden. Bestimmen Sie $\mathbf{A}$ und $\mathbf{b}$.

Aufgabe 7:

Betrachtet wird die erweiterte Regelkreisstruktur



mit der Regelstrecke

$$P(s) = \frac{s+1}{s^2-2} = \frac{\mu(s)}{\nu(s)}$$

und den beiden Reglerübertragungsfunktionen

$$R(s) = \frac{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}, \qquad V(s) = \frac{c_2 s^2 + c_1 s + c_0}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}.$$

Bestimmen Sie die Polynome $a(s)$, $b(s)$ und $c(s)$ so, dass

$$T(s) = \frac{V(s)P(s)}{1 + R(s)P(s)} = \frac{1}{s+1} = \frac{\mu_T(s)}{\nu_T(s)}$$

gilt und der Regler integrierendes Verhalten aufweist.
Hinweis: Erweitern Sie, sofern nötig, Zähler und Nenner von $T(s)$ um das Polynom

$$w(s) = (s+1)^k$$

mit einem geeigneten ganzzahligen Wert für k.

Aufgabe 8:

Ein mächtiges Werkzeug zum Reglerentwurf ist das sogenannte Frequenzkennlinienverfahren.

a) Geben Sie die Übertragungsfunktion eines Lead/Lag-Gliedes an. Wie sind die Parameter der Übertragungsfunktion zu wählen, damit es sich um ein Lag-Glied handelt?

b) Zeichnen Sie typische Frequenzkennlinien eines Lag-Gliedes.

c) Wo wird typischerweise ein Lag-Glied in Relation zur gewünschten Durchtrittsfrequenz ω_c platziert? Was möchte man typischerweise mit einem Lag-Glied erreichen?

Schriftliche Prüfung aus **Regelungssysteme** am 08.06.2020

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	3	3	2	3	3	2	3	2	21
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Die Übertragungsfunktion eines Standardregelkreises

$$L(s) = \frac{1+s}{s^2+10s}$$

sei gegeben.

a) Stellen Sie den Frequenzgang $L(j\omega)$ in Form von BODE-Diagrammen dar.

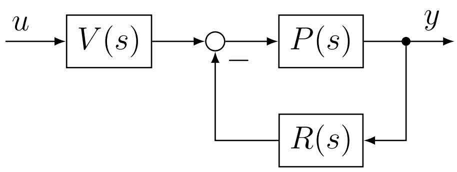
b) Ermitteln Sie näherungsweise die zu erwartende Anstiegszeit t_r und die Überschwingweite M_p der Sprungantwort des *geschlossenen* Kreises.

c) Wird mit dieser Konfiguration stationäre Genauigkeit für konstante Führungsgrößen erreicht?

Begründen Sie Ihre Antwort!

Aufgabe 2:

Betrachtet wird die erweiterte Regelkreisstruktur



mit der Regelstrecke

$$P(s) = \frac{s+2}{s^2-1} = \frac{\mu(s)}{\nu(s)}$$

und den beiden Reglerübertragungsfunktionen

$$R(s) = \frac{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}, \qquad V(s) = \frac{c_2 s^2 + c_1 s + c_0}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}.$$

Bestimmen Sie die Polynome $a(s)$, $b(s)$ und $c(s)$ so, dass

$$T(s) = \frac{V(s)P(s)}{1+R(s)P(s)} = \frac{1}{s+1} = \frac{\mu_T(s)}{\nu_T(s)}$$

gilt und der Regler integrierendes Verhalten aufweist.
Hinweis: Erweitern Sie, sofern nötig, Zähler und Nenner von $T(s)$ um das Polynom

$$w(s) = (s+1)^k$$

mit einem geeigneten ganzzahligen Wert für k.

Aufgabe 3:

Gegeben sei ein Zustandsraummodell der Form

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u \\ y &= \mathbf{c}^T\mathbf{x}.\end{aligned}$$

Für dieses System wird ein asymptotischer Beobachter der Form

$$\frac{\mathrm{d}\hat{\mathbf{x}}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{bu} + \mathbf{l}(y - \mathbf{c}^T\hat{\mathbf{x}})$$

verwendet.

a) Ermitteln Sie in nachvollziehbarer Weise die Differentialgleichung des Beobachterfehlers $\mathbf{e} := \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$.

b) Geben Sie eine notwendige und hinreichende Bedingung dafür an, dass

$$\lim_{t\to\infty} \mathbf{e}(t) = 0$$

unabhängig vom Anfangsfehler $e(0)$ gilt.

Aufgabe 4:

Es sei eine Regelstrecke mit der Übertragungsfunktion $P(s)$ gegeben:

$$P(s) = \frac{s^2 + 2s}{s^3 + 1}$$

Geben Sie zu dieser Streckenübertragungsfunktion jeweils, sofern möglich, ein Beispiel für eine *implementierbare* Führungsübertragungsfunktion $T(s)$

- 2. Ordnung,
- 3. Ordnung,
- 4. Ordnung

an, sodass sich für sprungförmige Eingangsgrößen $r(t) = \sigma(t)$ jeweils die stationäre Ausgangsgröße

$$y_\infty = \lim_{t\to\infty} y(t) = 3$$

ergibt. (*Begründen Sie jeweils Ihre Antwort!*)

Aufgabe 5:

Für ein System der Form

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u$$
$$y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

wurde ein Zustandsregler

$$u = -\mathbf{k}^T\mathbf{x} = -\begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

so entworfen, dass die Eigenwerte der Matrix $(\mathbf{A} - \mathbf{b}\mathbf{k}^T)$ bei $s_1 = -1$ und $s_2 = -2$ liegen. Leider gingen die Einträge der Matrix $\mathbf{A}$ und des Vektors $\mathbf{b}$ verloren. Es konnte jedoch die Streckenübertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = \frac{s-1}{s^2 - s - 2}$$

rekonstruiert werden. Bestimmen Sie $\mathbf{A}$ und $\mathbf{b}$.

Aufgabe 6:

Für eine in Form der Übertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{\mu(s)}{\nu(s)}$$

gegebene Regelstrecke *zweiter Ordnung* soll eine Führungsübertragungsfunktion $T(s)$ so bestimmt werden, dass für sprungförmige Führungsgröße $r(t)$ das Gütekriterium

$$J = \int_0^\infty [r(t) - y(t)]^2 + \delta\,[u(t) - u_\infty]^2 \,\mathrm{d}t$$

minimiert wird. Dabei bezeichnet u_∞ den Grenzwert von $u(t)$ für $t \to \infty$. Leider gehen durch einen Festplattendefekt die Daten des Entwurfs verloren. Im Zuge einer Datenrettung kann lediglich rekonstruiert werden, dass

$$\delta\nu(s)\nu(-s) = -\mu(s)\mu(-s) \quad \text{für } s = 1 + j$$

und

$$\mu(s) = s - 2$$

gilt. Rekonstruieren Sie aus diesen Informationen die optimale Führungsübertragungsfunktion. (*Hinweis:* Es ist nicht notwendig und auch nicht möglich, $\nu(s)$ bzw. δ zu ermitteln.)

Aufgabe 7:

Ein mächtiges Werkzeug zum Reglerentwurf ist das sogenannte Frequenzkennlinienverfahren.

a) Geben Sie die Übertragungsfunktion eines Lag-Gliedes an. Wie ist das Verhältnis der Parameter zu wählen?

b) Zeichnen Sie typische Frequenzkennlinien eines Lag-Gliedes.

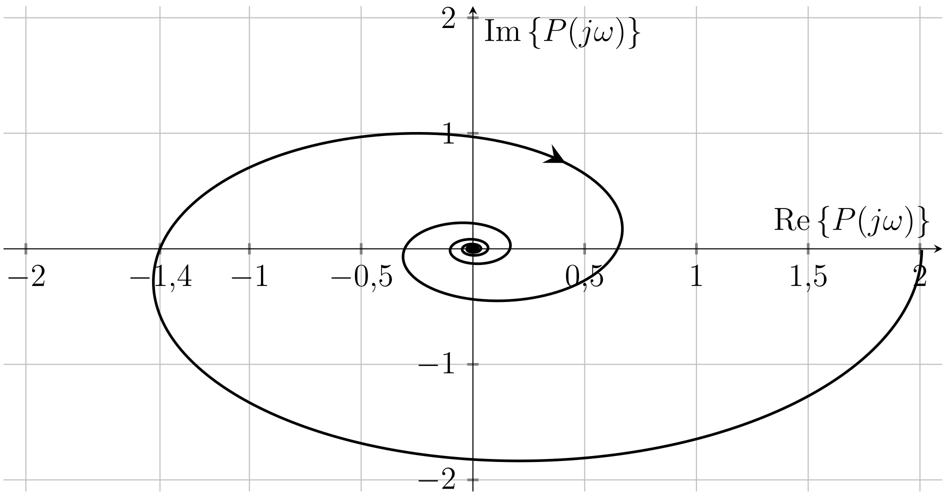
c) Wo wird typischerweise ein Lag-Glied in Relation zur gewünschten Durchtrittsfrequenz ω_c platziert? Was möchte man typischerweise mit einem Lag-Glied erreichen?

Aufgabe 8:

Gegeben sei eine Regelstrecke, welche die Übertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{2}{s+1} e^{-sT_\mathrm{t}}$$

aufweist. Es handelt sich dabei um eine Hintereinanderschaltung eines PT1-Gliedes und eines Totzeitgliedes; die Totzeit ist durch $T_\mathrm{t} = 3$ gegeben. Die Ortskurve des Frequenzgangs $P(j\omega)$ ist graphisch dargestellt:



Zur Regelung soll ein P-Regler mit dem Proportionalfaktor K in einem Standardregelkreis eingesetzt werden. Ermitteln Sie nachvollziehbar den größtmöglichen Wertebereich des *reellen* Reglerparameters K, sodass der geschlossene Kreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.
Hinweise: Die Funktion e^{-sT_t} hat keine Polstellen; das bedeutet, dass Sie das Nyquistkriterium in gewohnter Form anwenden können. Die stetige Winkeländerung müssen Sie dabei *nicht* für alle (unendlich vielen) Fälle ermitteln.

Schriftliche Prüfung aus **Regelungssysteme** am 13.03.2020

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	3	3	2	2	3	2	3	3	21
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Die Übertragungsfunktion eines *offenen* Regelkreises

$$L(s) = \frac{100}{s^2 + 10s}$$

sei gegeben.

a) Stellen Sie den Frequenzgang $L(j\omega)$ in Form von BODE-Diagrammen dar.

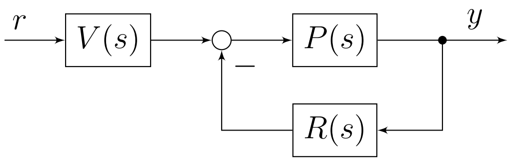
b) Ermitteln Sie näherungsweise die zu erwartende Anstiegszeit t_r und die Überschwingweite M_p der Sprungantwort des *geschlossenen* Kreises.

c) Wird mit dieser Konfiguration stationäre Genauigkeit für konstante Führungsgrößen erreicht?

Begründen Sie Ihre Antwort!

Aufgabe 2:

Gegeben sei folgender Regelkreis mit der Führungsgröße r, der Stellgröße u und der Ausgangsgröße y:



Die Übertragungsfunktion der Regelstrecke lautet

$$P(s) = \frac{s-1}{s^2 - 2}.$$

a) Untersuchen Sie folgende Führungsübertragungsfunktionen $T(s)$ auf Implementierbarkeit für die gegebene Streckenübertragungsfunktion $P(s)$:

$$\text{(i)} \quad T(s) = \frac{1}{s^2 + 2s + 1} \qquad\qquad \text{(ii)} \quad T(s) = \frac{s^2 - 2s + 1}{(s+1)^4}$$

b) Wählen Sie die einzig mögliche implementierbare Führungsübertragungsfunktion $T(s)$ aus und dimensionieren Sie beiden Übertragungsfunktionen

$$R(s) = \frac{b(s)}{a(s)}, \qquad V(s) = \frac{c(s)}{a(s)}$$

so, dass der Regler integrierendes Verhalten aufweist.

c) Realisieren Sie den Regler aus b) als *ein* dynamisches System.

Aufgabe 3:

Gegeben sei folgendes Zustandsraummodell einer Regelstrecke

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$
$$y = \mathbf{c}^T \mathbf{x} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}.$$

a) Ist das System beobachtbar? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)
Hinweis: Die Übertragungsfunktion des Systems erweist sich als nützlich.

b) Ermitteln Sie ein Zustandsregelgesetz der Form $u = -\mathbf{k}^T\mathbf{x}$, sodass der geschlossene Kreis folgendes Hurwitzpolynom als charakteristisches Polynom aufweist:

$$w(s) = s^5 + 5s^4 + 12s^3 + 16s^2 + 12s + 4$$

Aufgabe 4:

Durch einen Computerfehler wurden die Daten eines Reglerentwurfs für einen Standardregelkreis bestehend aus einem Regler mit der Übertragungsfunktion $R(s)$ und einem Streckenmodell mit der Übertragungsfunktion $P(s)$ gelöscht. Ein Mitarbeiter konnte sich allerdings an den Zähler $\mu(s) = -2(s-3)$ von $P(s)$ erinnern.

Zusätzlich ist bekannt, dass für die *nicht sprungfähige, implementierbare* Führungsübertragungsfunktion $T(s)$ *zweiter Ordnung* folgendes gegolten hat:

$$\lim_{s \to (-3-3j)} |T(s)| = \infty \qquad\qquad T(0) = \frac{1}{3}$$

Die Reglerübertragungsfunktion

$$R(s) = \frac{1}{s+2}$$

konnte komplett rekonstruiert werden.

a) Wie lautet die Führungsübertragungsfunktion $T(s)$?

b) Wie lautet die Streckenübertragungsfunktion $P(s)$?

Hinweis: Berücksichtigen Sie die Implementierbarkeitsbedingungen.

Aufgabe 5:

Gegeben sei ein lineares zeitkontinuierliches System mit der Eingangsgröße u, der Ausgangsgröße y und der Zustandsgröße x:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= -3x + u,\\ y &= x.\end{aligned}$$

Entwerfen Sie einen *PI-Zustandsregler*

$$\begin{aligned}\frac{d\varepsilon}{dt} &= r - y\\ u &= -kx - k_i\varepsilon - k_p(r - y)\end{aligned}$$

mit dem Proportionalbeiwert $k_p = -3$. Berechnen Sie die Werte der Parameter k und k_i so, dass der geschlossene Regelkreis eine Dynamikmatrix mit den Eigenwerten $s_1 = s_2 = -5$ aufweist.

Aufgabe 6:

Es sei eine Regelstrecke mit der Übertragungsfunktion $P(s)$ gegeben:

$$P(s) = \frac{s^2 - 2s + 10}{s^3 + 1}$$

Geben Sie zu dieser Streckenübertragungsfunktion jeweils, sofern möglich, ein Beispiel für eine *implementierbare* Führungsübertragungsfunktion $T(s)$

- 2. Ordnung,
- 3. Ordnung,
- 4. Ordnung

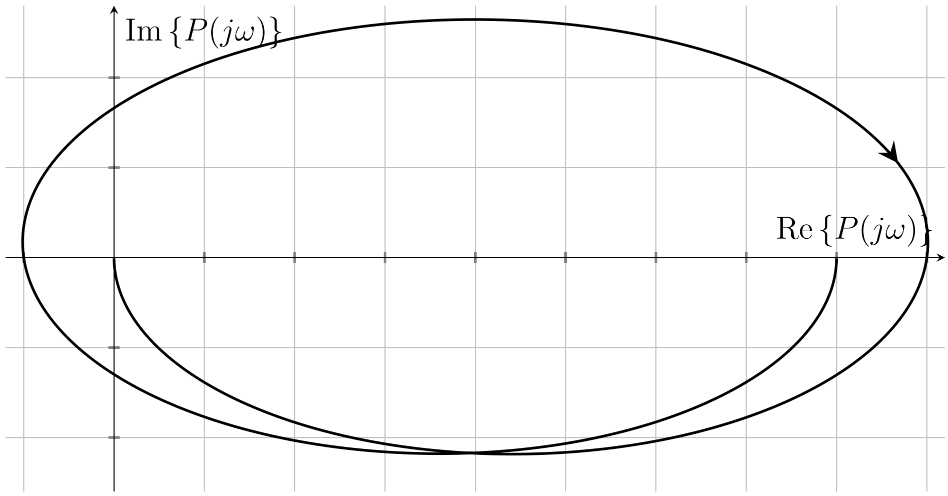
an, sodass sich für sprungförmige Eingangsgrößen $r(t) = \sigma(t)$ jeweils die stationäre Ausgangsgröße

$$y_\infty = \lim_{t\to\infty} y(t) = 3$$

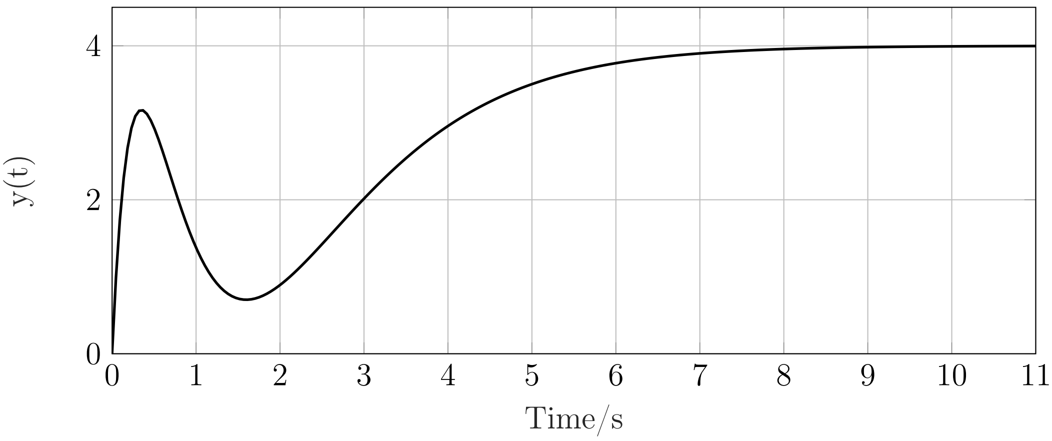
ergibt. (*Begründen Sie jeweils Ihre Antwort!*)

Aufgabe 7:

Die Ortskurve des Frequenzgangs $P(j\omega)$ einer Regelstrecke ist grafisch gegeben:



Leider ist die Achsenbeschriftung unlesbar geworden. Allerdings wurde zusätzlich zum Frequenzgang die Antwort des Systems auf den Einheitssprung aufgenommen und ist auch grafisch dargestellt:



Zur Regelung soll ein P-Regler mit dem Proportionalfaktor K in einem Standardregelkreis eingesetzt werden. Ermitteln Sie nachvollziehbar den größtmöglichen Wertebereich des *reellen* Reglerparameters K so, dass der geschlossene Kreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

Bitte wenden!

Aufgabe 8:

Für ein System der Form

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u$$
$$y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

wurde ein Zustandsregler

$$u = -\mathbf{k}^T\mathbf{x} = -\begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

so entworfen, dass die Eigenwerte der Matrix $(\mathbf{A} - \mathbf{b}\mathbf{k}^T)$ bei $s_1 = -1$ und $s_2 = -2$ liegen. Leider gingen die Einträge der Matrix $\mathbf{A}$ und des Vektors $\mathbf{b}$ verloren. Es konnte jedoch die Streckenübertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = \frac{s-1}{s^2 - s - 2}$$

rekonstruiert werden. Bestimmen Sie $\mathbf{A}$ und $\mathbf{b}$.

Schriftliche Prüfung aus **Regelungssysteme** am 04.02.2020

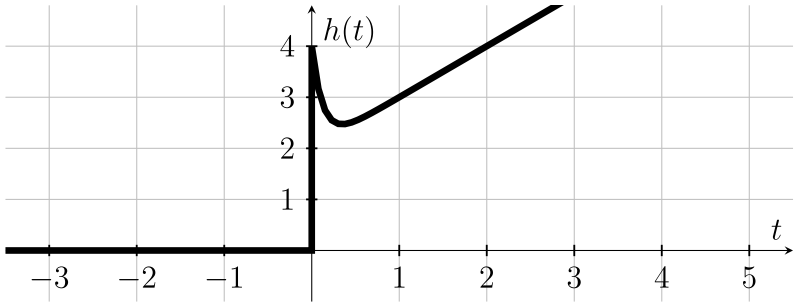
Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	2	3	3	2	3	2	3	3	21
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Gegeben sei folgende Sprungantwort eines realisierbaren PID-Reglers:



Es ist bekannt, dass die Realisierungszeitkonstante den Wert $T_\mathrm{R} = \frac{1}{3}$ hat. Lesen Sie den Proportionalbeiwert K_P, die Nachstellzeit T_N und die Vorhaltezeit T_V des PID-Reglers aus dem Diagramm ab und geben Sie die Übertragungsfunktion $R(s)$ des Reglers an.

Aufgabe 2:

Die Übertragungsfunktion eines *offenen* Regelkreises

$$L(s) = R(s)P(s) = \frac{40}{(s+20)(s+0.2)}$$

sei gegeben. Hierbei ist $R(s)$ die Reglerübertragungsfunktion und $P(s)$ die Übertragungsfunktion der Strecke.

a) Stellen Sie den Frequenzgang $L(j\omega)$ in Form von BODE-Diagrammen dar.

b) Ermitteln Sie näherungsweise die zu erwartende Anstiegszeit t_r und die Überschwingweite M_p der Sprungantwort des *geschlossenen* Kreises.

c) Wird mit dieser Konfiguration stationäre Genauigkeit für konstante Führungsgrößen erreicht?

Aufgabe 3:

Bei der sogenannten Polvorgabe wird ein Regler

$$R(s) = \frac{b(s)}{a(s)} \tag{1}$$

für den Standardregelkreis entworfen indem die Pole der Führungsübertragungsfunktion $T(s)$ vorgegeben werden. Der Zähler der Führungsübertragungsfunktion $T(s)$ ist damit auch festgelegt.

Zeigen Sie in mathematisch nachvollziehbarer Weise, dass es bei der Polvorgabe für den Standardregelkreis nie zu einer instabilen Kürzung kommen kann.

Aufgabe 4:

Für eine in Form der Übertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{\mu(s)}{\nu(s)}$$

gegebene Regelstrecke *zweiter Ordnung* soll eine Führungsübertragungsfunktion $T(s)$ so bestimmt werden, dass für sprungförmige Führungsgröße $r(t)$ das Gütekriterium

$$J = \int_0^\infty [r(t) - y(t)]^2 + \delta\,[u(t) - u_\infty]^2 \,\mathrm{d}t$$

minimiert wird. Dabei bezeichnet u_∞ den Grenzwert von $u(t)$ für $t \to \infty$. Leider gehen durch einen Festplattendefekt die Daten des Entwurfs verloren. Im Zuge einer Datenrettung kann lediglich rekonstruiert werden, dass

$$\delta\nu(s)\nu(-s) = -\mu(s)\mu(-s) \quad \text{für } s = 2 + j$$

und

$$\mu(s) = s - 2$$

gilt. Rekonstruieren Sie aus diesen Informationen die optimale Führungsübertragungsfunktion. (*Hinweis:* Es ist nicht notwendig und auch nicht möglich, $\nu(s)$ bzw. δ zu ermitteln.)

Aufgabe 5:

Gegeben sei die Übertragungsfunktion einer Regelstrecke.

$$P(s) = \frac{1}{s^3 + 3s + 1}$$

Es soll nun ein Standardregelkreis so ausgelegt werden, dass seine Führungsübertragungsfunktion $T(s)$ das vorgegebene Nennerpolynom

$$\nu_T(s) = (s+1)^4(s+2) = s^5 + 6s^4 + 14s^3 + 16s^2 + 9s + 2.$$

besitzt.

a) Ermitteln Sie die Parameter des Reglers

$$R(s) = \frac{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}$$

über die Methode der Polvorgabe.

b) Geben Sie eine Realisierung der Reglerübertragungsfunktion $R(s)$ in der Form

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}y$$
$$u = \mathbf{c}^T\mathbf{x} + dy$$

an.

Aufgabe 6:

Es sei eine Regelstrecke mit der Übertragungsfunktion $P(s)$ gegeben:

$$P(s) = \frac{s^2 - 4s + 20}{s^3 + 1}$$

Geben Sie zu dieser Streckenübertragungsfunktion jeweils, sofern möglich, ein Beispiel für eine *implementierbare* Führungsübertragungsfunktion

a) 1. Ordnung,

b) 2. Ordnung,

c) 3. Ordnung,

d) 4. Ordnung

an. (*Begründen Sie jeweils Ihre Antwort!*)

Aufgabe 7:

Gegeben sei ein lineares zeitkontinuierliches System mit der Eingangsgröße u, der Ausgangsgröße y und der Zustandsgröße x:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= -5x - 2u,\\ y &= x.\end{aligned}$$

Entwerfen Sie einen *PI-Zustandsregler*

$$\begin{aligned}\frac{d\varepsilon}{dt} &= r - y\\ u &= -kx - k_i\varepsilon - k_p(r - y)\end{aligned}$$

mit dem Proportionalbeiwert $k_p = -4$. Berechnen Sie die Werte der Parameter k und k_i so, dass der geschlossene Regelkreis eine Dynamikmatrix mit den Eigenwerten $s_1 = s_2 = -3$ aufweist.

Aufgabe 8:

Entwerfen Sie für die Regelstrecke

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} &= \begin{bmatrix} -4 & -2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix} u = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u\\ y &= \begin{bmatrix} -3 & -2 \end{bmatrix}\mathbf{x}\end{aligned}$$

mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$, der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y einen Luenberger-Beobachter so, dass die Eigenwert der Beobachterfehlerdynamik bei $s = -2$ und $s = -1$ liegen.