Schriftliche Prüfung aus **Regelungssysteme**
am 29.11.2019

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	3	2	3	3	2	3	2	3	21
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Für das LZI System

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{bmatrix} -2 & -2 \\ -1 & -3 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix} u$$

mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Eingangsgröße u wird ein Regler der Form

$$u = -\begin{bmatrix} 2k+1 & k \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

mit $k \in \mathbb{R}$ verwendet.

a) Ermitteln Sie den Wert k so, dass *ein* Eigenwert der Dynamikmatrix des geschlossenen Regelkreises bei $s_1 = -6$ liegt.

b) Geben Sie den zweiten Eigenwert von $(\mathbf{A} - \mathbf{b}\mathbf{k}^T)$ an.

Hinweis: Für die Lage des zweiten Eigenwertes gibt es nur eine Möglichkeit.

Aufgabe 2:

Entwerfen Sie für das lineare zeitinvariante System

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -0.1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

mit Zustandsvektor $\mathbf{x}$, Eingangsgröße u und Ausgangsgröße y einen Zustandsbeobachter der Form

$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{l}\,(y - \hat{y}) + \mathbf{b}u$$

$$\hat{y} = \mathbf{c}^T\hat{\mathbf{x}}$$

so, dass die Eigenwerte der Schätzfehlerdynamik ($\mathbf{e} = \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$) bei $s_1 = -3$, $s_2 = -4$, $s_3 = 1$ liegen.

Aufgabe 3:

Gegeben sei ein lineares zeitinvariantes System der Form

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x}.$$

a) Geben Sie die zugehörige Transitionsmatrix $\mathbf{\Phi}(t)$ in Form einer *unendlichen Reihe* an.

b) Ermitteln Sie ausgehend von dieser Reihendarstellung von $\mathbf{\Phi}(t)$ nachvollziehbar $\mathbf{\Phi}(0)$ und $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\mathbf{\Phi}\big|_{t=0}$.

c) Geben Sie eine Reihendarstellung der Inversen der Transitionsmatrix $\mathbf{\Phi}^{-1}(t)$ an.

Aufgabe 4:

Für das System

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} u$$
$$y = \mathbf{c}^T \mathbf{x} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}.$$

mit Zustandsvektor $\mathbf{x}$, Eingangsgröße u und Ausgangsgröße y soll ein Beobachter der Form

$$\frac{\mathrm{d}\hat{\mathbf{x}}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \mathbf{l}(y - \hat{y})$$
$$\hat{y} = \mathbf{c}^T \hat{\mathbf{x}}$$

entworfen werden mit $\mathbf{l} = \begin{bmatrix} l_1 & l_2 \end{bmatrix}$. Bestimmen Sie die größtmöglichen zulässigen Wertebereiche der Parameter l_1 und l_2. *Begründen Sie Ihre Antworten mathematisch.*

Aufgabe 5:

Gegeben sei ein Zustandsraummodell der Form

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u,$$

welches *nicht beobachtbar* ist. Zeigen Sie, dass zumindest ein Eigenwert der Schätzfehlerdynamik $\mathbf{e} = \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$ eines Zustandsbeobachters

$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{l}\,(y - \hat{y}) + \mathbf{b}u$$
$$\hat{y} = \mathbf{c}^T \hat{\mathbf{x}}$$

nicht verändert werden kann, d.h. dass zumindest ein Eigenwert der Matrix $\mathbf{A}$ auch ein Eigenwert der Schätzfehlerdynamik ist.

Aufgabe 6:

Betrachten Sie das lineare zeitinvariante Modell

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 6 & -4 & -5 & 5 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$, der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y. Zusätzlich ist bekannt, dass Nullstellen der Streckenübertragungsfunktion bei $s = 1$ liegen. Berechnen Sie eine Minimalrealisierung dieses Systems in *zweiter Normalform.*

Aufgabe 7:

Betrachten Sie die lineare zeitinvariante Regelstrecke mit Zustandsvektor $\mathbf{x}$, Eingangsgröße u und Ausgangsgröße y

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -2 & -4 & -3 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \mathbf{c}^T \mathbf{x} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

a) Berechnen Sie die Streckenübertragungsfunktion $P(s) = \frac{\mu(s)}{\nu(s)}$

b) Berechnen Sie einen Zustandsregler der Form

$$u = -\mathbf{k}^T \mathbf{x} + Vr$$

so, dass für die Führungsübertragungsfunktion

$$T(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{r}(s)} = \frac{3}{s^2 + 4s + 3}$$

gilt.

Aufgabe 8:

Gegeben sei ein lineares zeitinvariantes System mit Eingang u, Ausgang y und Zustandsvektor $\mathbf{x}$

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u,$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}.$$

Führen Sie eine reguläre Zustandstransformation $\mathbf{x} = \mathbf{T}\mathbf{z}$ so durch, dass das transformierte System

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{z}}{\mathrm{d}t} = \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{z} + \tilde{\mathbf{b}}u,$$

$$y = \tilde{\mathbf{c}}^T \mathbf{z}$$

in Diagonalform vorliegt.

Schriftliche Prüfung aus **Regelungssysteme** am 11.10.2019

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	2	3	2	3	3	3	3	2	21
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Entwerfen Sie für das lineare zeitinvariante System

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

mit Zustandsvektor $\mathbf{x}$, Eingangsgröße u und Ausgangsgröße y einen Zustandsbeobachter der Form

$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{l}\,(y - \hat{y}) + \mathbf{b}u$$
$$\hat{y} = \mathbf{c}^T\hat{\mathbf{x}}$$

so, dass die Eigenwerte der Schätzfehlerdynamik ($\mathbf{e} = \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$) bei $s_1 = -3$ und $s_2 = -1$ liegen.

Aufgabe 2:

Gegeben sei folgendes mathematische Modell einer Strecke mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y :

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}.$$

a) Ermitteln Sie ein Regelgesetz der Form $u = -\mathbf{k}^T\mathbf{x} + Vr$ so, dass die zugehörige Führungsübertragungsfunktion

$$T(s) = \frac{4}{s+2}$$

lautet.

b) Ist der geschlossene Regelkreis beobachtbar? *Begründen Sie Ihre Antwort.*

Aufgabe 3:

Betrachten Sie die lineare zeitinvariante Regelstrecke mit Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und Eingangsgröße u

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 3 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u.$$

Berechnen Sie den größtmöglichen Wertebereich des Parameters k_2 im Zustandsregler

$$u = -\mathbf{k}^T\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 4 & k_2 \end{bmatrix} \tag{1}$$

so, dass der geschlossene Regelkreis asymptotisch stabil ist.

Aufgabe 4:

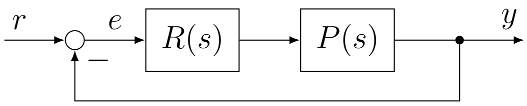
Gegeben sei ein Zustandsraummodell der Form

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u,$$

welches *nicht steuerbar* ist. Zeigen Sie, dass zumindest ein Eigenwert des Systems durch ein Zustandsregelgesetz der Form $u = -\mathbf{k}^T\mathbf{x}$ *nicht* verändert werden kann, d.h. dass zumindest ein Eigenwert der Matrix $\mathbf{A}$ auch ein Eigenwert der Systemmatrix des geschlossenen Kreises ist. (*Hinweis:* Gehen Sie dazu vom Hautus-Kriterium für die Steuerbarkeit aus.)

Aufgabe 5:

Betrachten Sie einen Standardregelkreis



mit der Streckenübertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{(s^2 + 2s + 1)(s - 1)}{(s + 1)(s - 2)(s - 3)^2}.$$

a) Entwerfen Sie eine flachheitsbasierte Vorsteuerung so, dass der Ausgang in der Zeit $T_T = 1$ von $y(0) = 1$ zu $y(T_T) = -3$ überführt wird.

b) Zeichnen Sie das Strukturbild des resultierenden Regelkreises.

Hinweis: Verwenden Sie die umseitig angegebene Tabelle.

Aufgabe 6:

Gegeben sei ein lineares zeitinvariantes System mit Eingang u, Ausgang y und Zustandsvektor $\mathbf{x}$

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u,$$
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}.$$

Führen Sie eine reguläre Zustandstransformation $\mathbf{x} = \mathbf{T}\mathbf{z}$ so durch, dass das transformierte System

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{z}}{\mathrm{d}t} = \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{z} + \tilde{\mathbf{b}}u,$$
$$y = \tilde{\mathbf{c}}^T\mathbf{z}$$

in Regelungsnormalform vorliegt.

Aufgabe 7:

Betrachten Sie das lineare zeitinvariante Modell

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 6 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$, der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y. Zusätzlich ist bekannt, dass eine Nullstelle der Streckenübertragungsfunktion bei $s_1 = 1$ liegt. Berechnen Sie eine Minimalrealisierung dieses Systems in *zweiter Normalform*.

Aufgabe 8:

Betrachten Sie die Transitionsmatrix

$$\mathbf{\Phi}(t) = \begin{bmatrix} \frac{t}{5} + \frac{2\,e^{-2\,t}}{5} + \frac{3}{5} & \frac{3\,t}{10} - \frac{2\,e^{-2\,t}}{5} + \frac{2}{5} & \frac{2\,t}{5} - \frac{e^{-2\,t}}{5} + \frac{1}{5} \\ \frac{2\,t}{5} - \frac{4\,e^{-2\,t}}{5} + \frac{4}{5} & \frac{3\,t}{5} + \frac{4\,e^{-2\,t}}{5} + \frac{1}{5} & \frac{4\,t}{5} + \frac{2\,e^{-2\,t}}{5} - \frac{2}{5} \\ \frac{2\,e^{-2\,t}}{5} - \frac{2\,t}{5} - \frac{2}{5} & \frac{2}{5} - \frac{2\,e^{-2\,t}}{5} - \frac{3\,t}{5} & \frac{6}{5} - \frac{e^{-2\,t}}{5} - \frac{4\,t}{5} \end{bmatrix}$$

a) Berechnen Sie die dazugehörige Systemmatrix $\mathbf{A}$ und deren Eigenwerte.

b) Ist das System
$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x}$$
asymptotisch stabil?

Formeln und Tabellen

Koeffizienten einer Solltrajektorie der Ordnung $p = 2n + 1$

n	$\tilde{\gamma}_{n+1}$	$\tilde{\gamma}_{n+2}$	$\tilde{\gamma}_{n+3}$	$\tilde{\gamma}_{n+4}$	$\tilde{\gamma}_{n+5}$	$\tilde{\gamma}_{n+6}$
1	3	-2				
2	10	-15	6			
3	35	-84	70	-20		
4	126	-420	540	-315	70	
5	462	-1980	3465	-3080	1386	-252

Schriftliche Prüfung aus **Regelungssysteme** am 02.07.2019

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	2	3	2	3	3	3	3	2	21
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Entwerfen Sie für das lineare zeitinvariante System

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -0.1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

mit Zustandsvektor $\mathbf{x}$, Eingangsgröße u und Ausgangsgröße y einen Zustandsbeobachter der Form

$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{l}\,(y - \hat{y}) + \mathbf{b}u$$
$$\hat{y} = \mathbf{c}^T\hat{\mathbf{x}}$$

so, dass alle Eigenwerte der Schätzfehlerdynamik ($\mathbf{e} = \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$) bei $s = -3$ liegen.

Aufgabe 2:

Für das System

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} u$$
$$y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}.$$

mit Zustandsvektor $\mathbf{x}$, Eingangsgröße u und Ausgangsgröße y soll ein Beobachter der Form

$$\frac{\mathrm{d}\hat{\mathbf{x}}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \mathbf{l}(y - \hat{y})$$
$$\hat{y} = \mathbf{c}^T\hat{\mathbf{x}}$$

entworfen werden. Welche der folgenden Möglichkeiten für den Vektor $\mathbf{l}$ sind zulässig?

a) $\mathbf{l} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \end{bmatrix}^T$

b) $\mathbf{l} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}^T$

c) $\mathbf{l} = \begin{bmatrix} 8 & 10 \end{bmatrix}^T$

d) $\mathbf{l} = \begin{bmatrix} 5 & 3 \end{bmatrix}^T$

e) $\mathbf{l} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \end{bmatrix}^T$

f) $\mathbf{l} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \end{bmatrix}^T$

Begründen Sie Ihre Antworten mathematisch.

Aufgabe 3:

Ihr regelungstechnisch unerfahrener Kollege hat für eine Regelstrecke

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u$$
$$y = \mathbf{c}^T\mathbf{x}$$

mit Zustandsvektor $\mathbf{x}$, Eingangsgröße u und Ausgangsgröße y einen Trivialen Beobachter der Form

$$\frac{\mathrm{d}\hat{\mathbf{x}}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u$$

entworfen. Mit welchen Argumenten werden Sie ihn davon überzeugen, dass diese Wahl nicht gut ist?

Aufgabe 4:

Betrachten Sie die lineare zeitinvariante Regelstrecke mit Zustandsvektor $\mathbf{x}$, Eingangsgröße u und Ausgangsgröße y

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -2 & -4 & -3 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$
$$y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}\mathbf{x}$$

a) Berechnen Sie die Streckenübertragungsfunktion $P(s) = \frac{\mu(s)}{\nu(s)}$

b) Berechnen Sie einen Zustandsregler der Form

$$u = -\mathbf{k}^T\mathbf{x} + Vr$$

so, dass für die Führungsübertragungsfunktion

$$T(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{r}(s)} = \frac{3}{s^2 + 4s + 3}$$

gilt.

Aufgabe 5:

Gegeben sei ein lineares zeitinvariantes System der Form

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x}.$$

a) Geben Sie die zugehörige Transitionsmatrix $\mathbf{\Phi}(t)$ in Form einer *unendlichen Reihe* an.

b) Ermitteln Sie ausgehend von dieser Reihendarstellung von $\mathbf{\Phi}(t)$ nachvollziehbar $\mathbf{\Phi}(0)$ und $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\mathbf{\Phi}\big|_{t=0}$.

c) Geben Sie eine Reihendarstellung der Inversen der Transitionsmatrix $\mathbf{\Phi}^{-1}(t)$ an.

Aufgabe 6:

Es sei folgendes Zustandsmodell mit der Eingangsgröße u, der Ausgangsgröße y, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und dem reellen Parameter α gegeben:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 1 & \alpha \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u.$$

a) Ermitteln Sie für welche Werte von α das System *nicht steuerbar* ist.

Es gelte nun $\alpha = 4$.

b) Ist es möglich, einen Zustandsregler der Form

$$u = -\mathbf{k}^T \mathbf{x}$$

so zu berechnen, dass die Dynamik des geschlossenen Regelkreises durch die Eigenwerte bei $s_1 = -1$ und $s_2 = -2$ charakterisiert ist? Wenn ja, geben Sie $\mathbf{k}^T$ an.

Aufgabe 7:

Gegeben sei ein lineares zeitinvariantes System mit Eingang u, Ausgang y und Zustandsvektor $\mathbf{x}$

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} &= \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} u, \\ y &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}. \end{aligned}$$

Führen Sie eine reguläre Zustandstransformation $\mathbf{x} = \mathbf{T}\mathbf{z}$ so durch, dass das transformierte System

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}\mathbf{z}}{\mathrm{d}t} &= \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{z} + \tilde{\mathbf{b}}u, \\ y &= \tilde{\mathbf{c}}^T \mathbf{z} \end{aligned}$$

in Regelungsnormalform vorliegt.

Aufgabe 8:

Betrachten Sie das System

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & -3 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u \\ y &= \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x} \end{aligned}$$

mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y. Geben Sie alle Ruhelagen des Systems an, die zur Ausgangsgröße $y(t) = 5$ führen.

Schriftliche Prüfung aus **Regelungssysteme** am 10.05.2019

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	3	3	2	3	3	2	3	2	21
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Betrachten Sie die Transitionsmatrix

$$\boldsymbol{\Phi}(t) = \begin{bmatrix} \frac{\mathrm{e}^{-2\,t}}{3} + \frac{\mathrm{e}^{3\,t}}{3} + \frac{\mathrm{e}^{t}}{3} & \frac{\mathrm{e}^{-2\,t}}{3} + \frac{\mathrm{e}^{3\,t}}{3} - \frac{2\,\mathrm{e}^{t}}{3} & \frac{5\,\mathrm{e}^{t}}{6} - \frac{2\,\mathrm{e}^{3\,t}}{3} - \frac{\mathrm{e}^{-2\,t}}{6} \\ \mathrm{e}^{-2\,t} - \frac{2\,\mathrm{e}^{3\,t}}{3} - \frac{\mathrm{e}^{t}}{3} & \mathrm{e}^{-2\,t} - \frac{2\,\mathrm{e}^{3\,t}}{3} + \frac{2\,\mathrm{e}^{t}}{3} & \frac{4\,\mathrm{e}^{3\,t}}{3} - \frac{\mathrm{e}^{-2\,t}}{2} - \frac{5\,\mathrm{e}^{t}}{6} \\ \frac{2\,\mathrm{e}^{-2\,t}}{3} - \frac{2\,\mathrm{e}^{3\,t}}{3} & \frac{2\,\mathrm{e}^{-2\,t}}{3} - \frac{2\,\mathrm{e}^{3\,t}}{3} & \frac{4\,\mathrm{e}^{3\,t}}{3} - \frac{\mathrm{e}^{-2\,t}}{3} \end{bmatrix}$$

a) Berechnen Sie die dazugehörige Systemmatrix $\mathbf{A}$ und deren Eigenwerte.

b) Ist das System

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x}$$

asymptotisch stabil?

Aufgabe 2:

Gegeben sei ein zeitkontinuierliches lineares zeitinvariantes System mit der Eingangsgröße u, der Ausgangsgröße y und dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -4 & 4 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}.$$

Ermitteln Sie den zeitlichen Verlauf der Ausgangsgröße $y(t)$ für $u(t) = 0$ und $\mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix}^T$.

Aufgabe 3:

Für ein LZI System

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u$$
$$y = \mathbf{c}^T\mathbf{x}$$

soll ein Regler der Form

$$u = -\mathbf{k}^T\mathbf{x} + Vr$$

entworfen werden. In einem ersten Schritt wird der Parametervektor $\mathbf{k}^T$ so berechnet, dass die Matrix

$$(\mathbf{A} - \mathbf{b}\mathbf{k}^T)$$

eine Hurwitzmatrix ist. Zeigen Sie in nachvollziehbarer Weise, wie die Verstärkung V gewählt werden muss, damit die Ausgangsgröße $y(t)$ einer konstanten Referenz $r(t) = r_0$ asymptotisch nachgeführt wird.

Aufgabe 4:

Gegeben sei ein lineares zeitinvariantes System der Form

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x}.$$

a) Geben Sie die zugehörige Transitionsmatrix $\mathbf{\Phi}(t)$ in Form einer *unendlichen Reihe* an.

b) Ermitteln Sie ausgehend von dieser Reihendarstellung von $\mathbf{\Phi}(t)$ nachvollziehbar $\mathbf{\Phi}(0)$ und $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\mathbf{\Phi}\Big|_{t=0}$.

c) Geben Sie eine Reihendarstellung der Inversen der Transitionsmatrix $\mathbf{\Phi}^{-1}(t)$ an.

Aufgabe 5:

Gegeben sei folgendes mathematische Modell einer Strecke mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y :

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}\mathbf{x}.$$

a) Ermitteln Sie ein Regelgesetz der Form $u = -\mathbf{k}^T\mathbf{x} + Vr$ so, dass die zugehörige Führungsübertragungsfunktion

$$T(s) = \frac{4}{s+1}$$

lautet.

b) Ist der geschlossene Regelkreis beobachtbar? *Begründen Sie Ihre Antwort.*

Aufgabe 6:

Gegeben sei folgendes Zustandsraummodell einer Regelstrecke

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 5 & -3 & 0 & -2 & 11 & 6 & 1 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

a) Ist das System asymptotisch stabil? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

b) Ermitteln Sie ein Zustandsregelgesetz der Form $u = -\mathbf{k}^T\mathbf{x}$, sodass der geschlossene Kreis folgendes charakteristische Polynom aufweist:

$$w(s) = (s+1)^6(s+2) = s^7 + 8s^6 + 27s^5 + 50s^4 + 55s^3 + 36s^2 + 13s + 2$$

Aufgabe 7:

Für das System

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} u$$
$$y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}.$$

mit Zustandsvektor $\mathbf{x}$, Eingangsgröße u und Ausgangsgröße y soll ein Beobachter der Form

$$\frac{\mathrm{d}\hat{\mathbf{x}}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \mathbf{l}(y - \hat{y})$$
$$\hat{y} = \mathbf{c}^T\hat{\mathbf{x}}$$

entworfen werden. Welche der folgenden Möglichkeiten für den Vektor $\mathbf{l}$ sind zulässig?

a) $\mathbf{l} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \end{bmatrix}^T$

b) $\mathbf{l} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}^T$

c) $\mathbf{l} = \begin{bmatrix} 8 & 10 \end{bmatrix}^T$

d) $\mathbf{l} = \begin{bmatrix} 5 & 3 \end{bmatrix}^T$

e) $\mathbf{l} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \end{bmatrix}^T$

f) $\mathbf{l} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \end{bmatrix}^T$

Begründen Sie Ihre Antworten mathematisch.

Aufgabe 8:

Gegeben sei ein Zustandsraummodell der Form

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u,$$

welches *nicht steuerbar* ist. Zeigen Sie, dass zumindest ein Eigenwert des Systems nicht durch ein Zustandsregelgesetz der Form $u = -\mathbf{k}^T\mathbf{x}$ verändert werden kann, d.h. dass zumindest ein Eigenwert der Matrix $\mathbf{A}$ auch ein Eigenwert der Systemmatrix des geschlossenen Kreises ist. (*Hinweis:* Gehen Sie dazu vom Hautus-Kriterium für die Steuerbarkeit aus.)

Schriftliche Prüfung aus **Regelungssysteme** am 15.03.2019

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	3	2	2	2	3	3	3	3	21
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Betrachten Sie folgendes System zweiter Ordnung mit der Eingangsgröße u, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Ausgangsgröße y:

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & -2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} 1 & -\alpha \end{bmatrix} \mathbf{x}.$$

a) Bestimmen Sie die Streckenübertragungsfunktion $P(s)$ in Abhängigkeit des reellen Parameters α.

b) Ermitteln Sie den reellen Parameter α sowie ein Regelgesetz der Form

$$u = -\mathbf{k}^T \mathbf{x} + Vr$$

so, dass die Führungsübertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises

$$T(s) = \frac{1}{2} \frac{s+2}{s^2 + 2s + 1}$$

erfüllt.

Aufgabe 2:

Zeigen Sie, dass ein LZI-System der Form

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -\alpha_0 & -\alpha_1 & -\alpha_2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} \beta_0 & \beta_1 & \beta_2 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

(Steuerbarkeitsnormalform) immer steuerbar ist. Hierbei sind $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2$ und $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ reelle Parameter.

Aufgabe 3:

Gegeben sei ein Zustandsraummodell der Form

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u,$$

welches *nicht steuerbar* ist. Zeigen Sie, dass zumindest ein Eigenwert des Systems nicht durch ein Zustandsregelgesetz der Form $u = -\mathbf{k}^T\mathbf{x}$ verändert werden kann, d.h. dass zumindest ein Eigenwert der Matrix $\mathbf{A}$ auch ein Eigenwert der Systemmatrix des geschlossenen Kreises ist. (*Hinweis:* Gehen Sie dazu von dem Hautus-Kriterium für die Steuerbarkeit aus.)

Aufgabe 4:

Zeigen Sie, dass die Übertragungsfunktion des Systems

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u$$
$$y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du$$

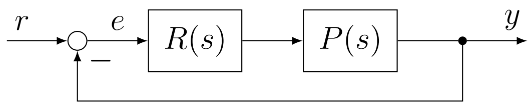
mit Zustandsvektor $\mathbf{x}$, Eingangsgröße u und Ausgangsgröße y, invariant bezüglich der regulären Zustandstransformationen

$$\mathbf{x} = \mathbf{T}\mathbf{z}$$

ist, wobei $\mathbf{z}$ den transformierten Zustandsvektor symbolisiert.

Aufgabe 5:

Betrachten Sie einen Standardregelkreis



mit Streckenübertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{(s^2+2s+1)(s-1)}{(s+1)(s-2)(s-3)^2}.$$

a) Entwerfen Sie eine flachheitsbasierte Vorsteuerung so, dass der Ausgang in der Zeit $T_T = 1$ von $y(0) = 1$ zu $y(T_T) = -3$ überführt wird.

b) Zeichnen Sie das Strukturbild des resultierenden Regelkreises.

Hinweis: Verwenden Sie die angegebene Tabelle.

Aufgabe 6:

Kann es sich bei folgenden Matrizen $\Phi_i(t)$ grundsätzlich um Transitionsmatrizen von LZI Systemen handeln?

a) $\Phi_1(t) = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} \mathrm{e}^{3t}+\mathrm{e}^{t} & \mathrm{e}^{t}-\mathrm{e}^{3t} \\ \mathrm{e}^{t}-\mathrm{e}^{3t} & \mathrm{e}^{3t}+\mathrm{e}^{t} \end{bmatrix}$

b) $\Phi_2(t) = \begin{bmatrix} \mathrm{e}^{2t}+\mathrm{e}^{4t} & \mathrm{e}^{4t}-\mathrm{e}^{2t} \\ \mathrm{e}^{4t}-\mathrm{e}^{2t} & \mathrm{e}^{2t}+\mathrm{e}^{4t} \end{bmatrix}$

c) $\Phi_3(t) = \begin{bmatrix} \mathrm{e}^{-6t} & \mathrm{e}^{-3t}-\mathrm{e}^{-t} \\ 0 & \mathrm{e}^{-t} \end{bmatrix}$

Begründen Sie Ihre Antwort mathematisch.

Aufgabe 7:

Entwerfen Sie für das lineare zeitinvariante System

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

mit Zustandsvektor $\mathbf{x}$, Eingangsgröße u und Ausgangsgröße y einen Zustandsbeobachter der Form

$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{l}\,(y - \hat{y}) + \mathbf{b}u$$
$$\hat{y} = \mathbf{c}^T \hat{\mathbf{x}}$$

so, dass alle Eigenwerte der Dynamikmatrix des Schätzfehlers $\mathbf{e} = \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$ bei $s = -3$ liegen.

Aufgabe 8:

Gegeben sei ein lineares System mit der Eingangsgröße u, der Ausgangsgröße y und der Zustandsgröße x:

$$\frac{dx}{dt} = -2x + 4u,$$
$$y = x.$$

Entwerfen Sie einen *PI-Zustandsregler*

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = r - y$$
$$u = -kx - k_i\varepsilon - k_p(r - y)$$

mit dem Proportionalbeiwert $k_p = -3$. Berechnen Sie die Werte der Parameter k und k_i so, dass der geschlossene Regelkreis eine Dynamikmatrix mit den Eigenwerten $s_1 = s_2 = -2$ aufweist.

Formeln und Tabellen

Koeffizienten einer Solltrajektorie der Ordnung $p = 2n + 1$

n	$\tilde{\gamma}_{n+1}$	$\tilde{\gamma}_{n+2}$	$\tilde{\gamma}_{n+3}$	$\tilde{\gamma}_{n+4}$	$\tilde{\gamma}_{n+5}$	$\tilde{\gamma}_{n+6}$
1	3	-2				
2	10	-15	6			
3	35	-84	70	-20		
4	126	-420	540	-315	70	
5	462	-1980	3465	-3080	1386	-252

Schriftliche Prüfung aus **Regelungssysteme** am 30.01.2019

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	2	3	2	3	3	2	3	3	21
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Zeigen Sie, dass die Übertragungsfunktion des Systems

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u \\ y &= \mathbf{c}^T\mathbf{x} + du\end{aligned}$$

mit Zustandsvektor $\mathbf{x}$, Eingangsgröße u und Ausgangsgröße y, invariant bezüglich der regulären Zustandstransformationen

$$\mathbf{x} = \mathbf{T}\mathbf{z}$$

ist, wobei $\mathbf{z}$ den transformierten Zustandsvektor symbolisiert.

Aufgabe 2:

Betrachten Sie das lineare zeitinvariante System

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$.

a) Berechnen Sie die Transitionsmatrix $\mathbf{\Phi}(t)$.

b) Invertieren Sie die Transitionsmatrix und geben Sie $\mathbf{\Phi}^{-1}(t)$ an.

c) Berechnen Sie den Anfangszustand $\mathbf{x}_0$ so, dass $\mathbf{x}(t=3) = \begin{bmatrix} 1 & -5 \end{bmatrix}^\mathrm{T}$ gilt.

Aufgabe 3:

Betrachten Sie das lineare zeitinvariante Modell

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -12 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 15 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -3 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u \\ y &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}\end{aligned}$$

mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$, der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y. Ist das gegebene System *steuer-* bzw. *beobachtbar*?

Aufgabe 4:

Betrachten Sie die lineare zeitinvariante Regelstrecke mit Zustandsvektor $\mathbf{x}$, Eingangsgröße u und Ausgangsgröße y

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -2 & -4 & -3 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$
$$y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

a) Berechnen Sie die Streckenübertragungsfunktion $P(s) = \frac{\mu(s)}{\nu(s)}$

b) Berechnen Sie einen Zustandsregler der Form

$$u = -\mathbf{k}^T\mathbf{x} + Vr$$

so, dass für die Führungsübertragungsfunktion

$$T(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{r}(s)} = \frac{3}{s^2 + 4s + 3}$$

gilt.

Aufgabe 5:

Betrachten Sie die lineare zeitinvariante Regelstrecke mit Zustandsvektor $\mathbf{x}$, Eingangsgröße u und Ausgangsgröße y

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 4 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$
$$y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 10 & 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

Berechnen Sie einen PI-Zustandsregler der Form

$$\frac{\mathrm{d}\varepsilon}{\mathrm{d}t} = r - y$$
$$u = -\mathbf{k}^{\mathrm{T}}\mathbf{x} - k_i\varepsilon - k_p(r - y)$$

so, dass für die Übertragungsfunktion des geschossenen Regelkreises

$$T(s) = \frac{1}{10} \frac{\mu(s)}{s^3 + 2s^2 + s + 1}$$

gilt, wobei $\mu(s)$ das Zählerpolynom der Streckenübertragungsfunktion $P(s)$ darstellt. Zusätzlich soll ein Eigenwert der Dynamikmatrix des geschlossenen Regelkreises bei $\mathbf{s}_1 = -1$ liegen.

Aufgabe 6:

Entwerfen Sie für das lineare zeitinvariante System

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{x}}{dt} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & -0.1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} u \\ y &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x} \end{aligned}$$

mit Zustandsvektor $\mathbf{x}$, Eingangsgröße u und Ausgangsgröße y einen Zustandsbeobachter der Form

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} &= \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{l}\,(y - \hat{y}) + \mathbf{b}u \\ \hat{y} &= \mathbf{c}^T\hat{\mathbf{x}} \end{aligned}$$

so, dass alle Eigenwerte der Dynamikmatrix des Schätzfehlers $\mathbf{e} = \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$ bei $s = -3$ liegen.

Aufgabe 7:

Gegeben sei ein lineares zeitinvariantes zeitdiskretes System mit Eingang u_k, Ausgang y_k und Zustandsvektor $\mathbf{x}_k$

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{k+1} &= \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} u_k, \\ y_k &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k. \end{aligned}$$

Führen Sie eine reguläre Zustandstransformation $\mathbf{x_k} = \mathbf{T}\mathbf{z_k}$ so durch, dass das transformierte System

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_{k+1} &= \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{z}_k + \tilde{\mathbf{b}}u_k, \\ y_k &= \tilde{\mathbf{c}}^T\mathbf{z}_k \end{aligned}$$

in Regelungsnormalform vorliegt.

Bitte wenden!

Aufgabe 8:

Für das *stabilisierbare* LZI System

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} u$$

mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Eingangsgröße u wird ein Regler der Form

$$u = -\begin{bmatrix} 1 & k \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

mit $k \in \mathbb{R}$ verwendet.

a) Ermitteln Sie den Wert k so, dass *ein* Eigenwert der Dynamikmatrix des geschlossenen Regelkreises bei $s_1 = -2$ liegt.

b) Geben Sie das charakteristische Polynom von $(\mathbf{A} - \mathbf{b}\mathbf{k}^T)$ an.

Hinweis: Für die Wahl des zweiten Eigenwertes gibt es nur eine Möglichkeit.