Schriftliche Prüfung aus **Regelungssysteme** am 30.11.2018

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	2	3	2	3	2	3	3	3	21
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Die Übertragungsfunktion des *offenen* Regelkreises

$$L(s) = R(s)P(s) = \frac{10}{s\left(\frac{s}{10}+1\right)}$$

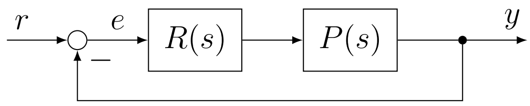
ist gegeben. Hierbei ist $R(s)$ die Reglerübertragungsfunktion und $P(s)$ die Übertragungsfunktion der Strecke.

a) Stellen Sie den Frequenzgang $L(j\omega)$ in Form von Bode-Diagrammen dar und ermitteln Sie näherungsweise die zu erwartende Anstiegszeit t_r und die Überschwingweite M_p der Sprungantwort des *geschlossenen* Kreises.

b) Wird mit dieser Konfiguration stationäre Genauigkeit für konstante Führungsgrößen erreicht?

Aufgabe 2:

Gegeben sei ein Standardregelkreis



mit der Regelstrecke

$$P(s) = \frac{s-1}{s(s-2)}$$

und der gewünschten Führungsübertragungsfunktion

$$T(s) = \frac{-2(s-1)}{s^2+3s+2}.$$

a) Ist $T(s)$ implementierbar? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

b) Ermitteln Sie den Regler $R(s)$, der zur Übertragungsfunktion $T(s)$ führt, durch die direkte Reglerberechnung. Ist der Regelkreis intern stabil? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

Aufgabe 3:

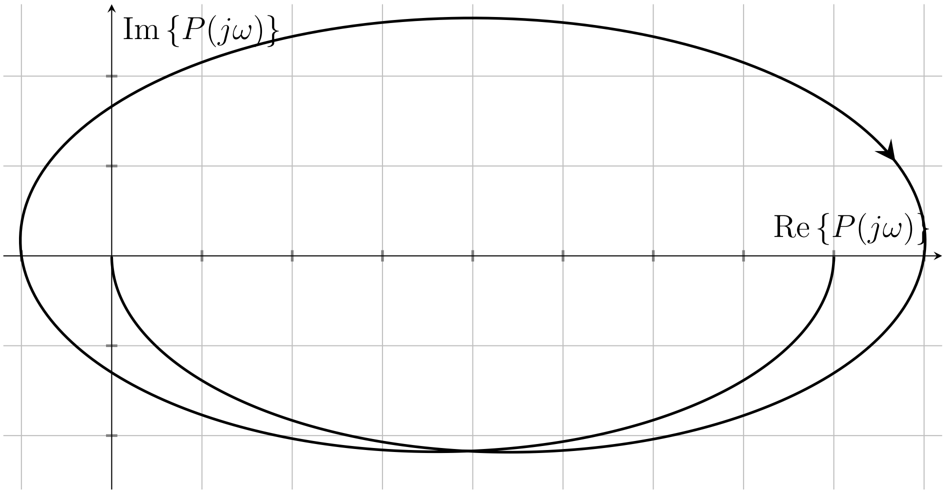
Das Frequenzkennlinienverfahren basiert darauf, dass die Übertragungsfunktion des offenen Kreises $L(s)$ vom einfachen Typ ist.

a) Was muss gelten, damit $L(s)$ vom einfachen Typ ist?

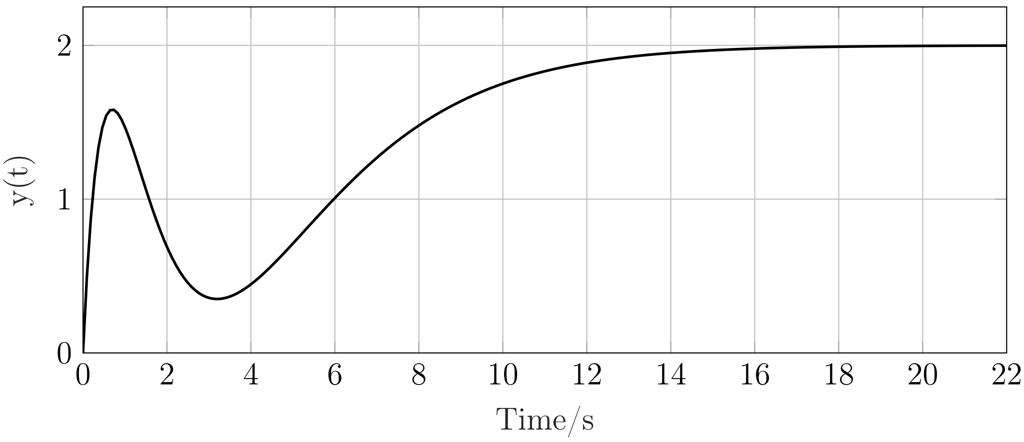
b) Warum muss für das Frequenzkennlinienverfahren vorausgesetzt werden, dass $L(s)$ vom einfachen Typ ist?

Aufgabe 4:

Die Ortskurve des Frequenzgangs $P(j\omega)$ einer Regelstrecke ist grafisch gegeben:



Leider ist die Achsenbeschriftung unlesbar geworden. Allerdings wurde zusätzlich zum Frequenzgang die Antwort des Systems auf den Einheitssprung aufgenommen und ist auch grafisch dargestellt



Zur Regelung soll ein P-Regler mit dem Proportionalfaktor K in einem Standardregelkreis eingesetzt werden. Ermitteln Sie nachvollziehbar den größtmöglichen Wertebereich des *reellen* Reglerparameters K so, dass der geschlossene Kreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

Aufgabe 5:

Bei klassischen PID-Reglern führt eine sprunghafte Änderung der Führungsgröße in realen Regelkreisen zu einer sprunghaften Änderung der Stellgröße (durch P-Anteil und D-Anteil). Wie kann das Regelgesetz des PID-Reglers angepasst werden, um diesem Problem zu begegnen? Zeichnen Sie die Strukturbilder eines I-PD-Reglers und eines PI-D-Reglers.

Aufgabe 6:

Bei der sogenannten Polvorgabe wird ein Regler

$$R(s) = \frac{b(s)}{a(s)}$$

für den Standardregelkreis entworfen indem die Pole der Führungsübertragungsfunktion $T(s)$ vorgegeben werden. Der Zähler der Führungsübertragungsfunktion $T(s)$ ist damit auch festgelegt.
Zeigen Sie in mathematisch nachvollziehbarer Weise, dass es bei der Polvorgabe für den Standardregelkreis nie zu einer instabilen Kürzung kommen kann.

Aufgabe 7:

Betrachten Sie die lineare zeitinvariante Regelstrecke mit Zustandsvektor $\mathbf{x}$, Eingangsgröße u und Ausgangsgröße y

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -2 & -4 & -3 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$
$$y = \mathbf{c}^T\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

a) Berechnen Sie die Streckenübertragungsfunktion $P(s) = \frac{\mu(s)}{\nu(s)}$

b) Berechnen Sie einen Zustandsregler der Form

$$u = -\mathbf{k}^T\mathbf{x} + Vr$$

so, dass für die Führungsübertragungsfunktion

$$T(s) = \frac{\bar{y}(s)}{\bar{r}(s)} = \frac{3}{s^2 + 4s + 3}$$

gilt.

Aufgabe 8:

Betrachten Sie das lineare zeitinvariante Modell

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 6 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$, der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y. Berechnen Sie eine Minimalrealisierung dieses Systemes in *zweiter Normalform.*

Schriftliche Prüfung aus **Regelungssysteme** am 12.10.2018

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	2	3	3	3	2	2	3	3	21
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Entwerfen Sie für die zeitdiskrete Regelstrecke

$$\mathbf{x}_{k+1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0.8 \\ 1 & 0 & 0 & 1.5 \\ 0 & 1 & 0 & 0.5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} u_k = \mathbf{A}\mathbf{x}_k + \mathbf{b}u_k$$

$$y_k = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k$$

mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$, der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y einen Luenberger-Beobachter so, dass alle Eigenwerte der Beobachterfehlerdynamik bei $z = 0.5$ liegen.

Aufgabe 2:

Die Übertragungsfunktion eines *offenen* Regelkreises

$$L(s) = R(s)P(s) = \frac{40}{(s+20)(s+0.2)}$$

sei gegeben. Hierbei ist $R(s)$ die Reglerübertragungsfunktion und $P(s)$ die Übertragungsfunktion der Strecke.

a) Stellen Sie den Frequenzgang $L(j\omega)$ in Form von Bode-Diagrammen dar.

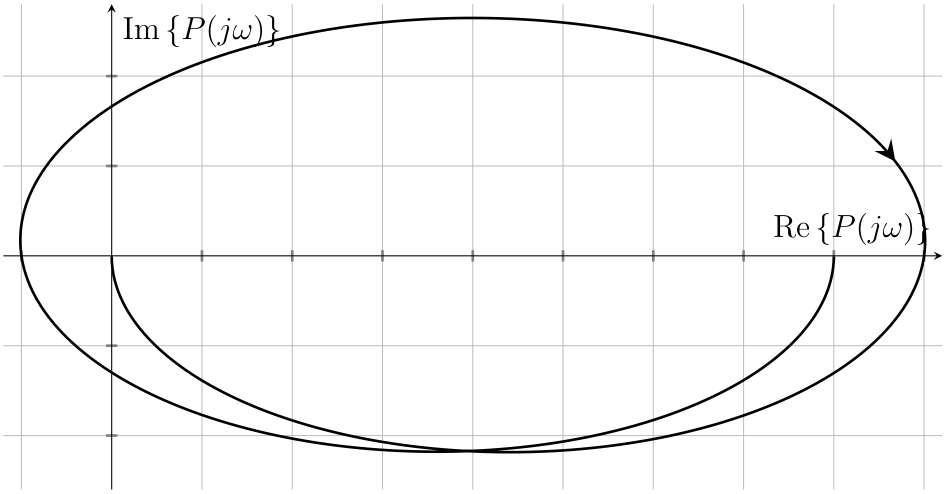
b) Ermitteln Sie näherungsweise die zu erwartende Anstiegszeit t_r und die Überschwingweite M_p der Sprungantwort des *geschlossenen* Kreises.

c) Wird mit dieser Konfiguration stationäre Genauigkeit für konstante Führungsgrößen erreicht?

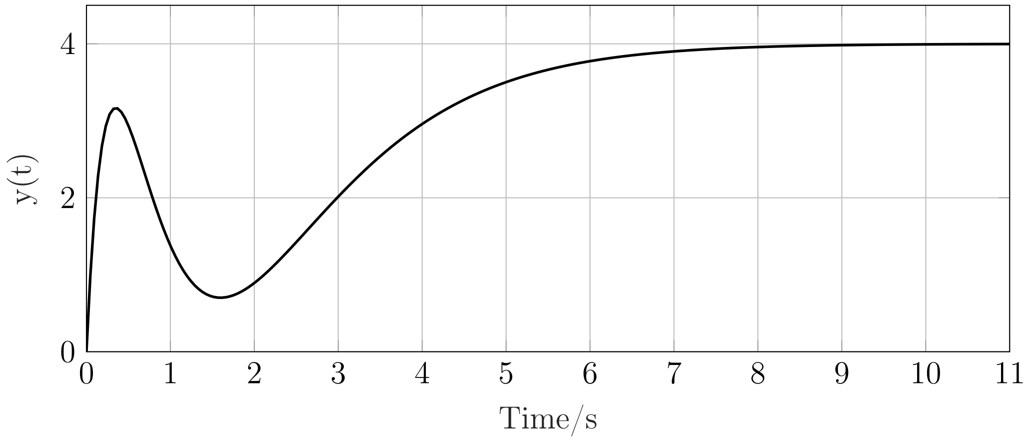
Begründen Sie Ihre Antwort!

Aufgabe 3:

Die Ortskurve des Frequenzgangs $P(j\omega)$ einer Regelstrecke ist grafisch gegeben:



Leider ist die Achsenbeschriftung unlesbar geworden. Allerdings wurde zusätzlich zum Frequenzgang die Antwort des Systems auf den Einheitssprung aufgenommen und ist auch grafisch dargestellt



Zur Regelung soll ein P-Regler mit dem Proportionalfaktor K in einem Standardregelkreis eingesetzt werden. Ermitteln Sie nachvollziehbar den größtmöglichen Wertebereich des *reellen* Reglerparameters K so, dass der geschlossene Kreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

Aufgabe 4:

Gegeben sei die Übertragungsfunktion einer Regelstrecke.

$$P(s) = \frac{1}{s^3 + 3s + 1}$$

Es soll nun ein Standardregelkreis so ausgelegt werden, dass seine Führungsübertragungsfunktion $T(s)$ das vorgegebene Nennerpolynom

$$\nu_T(s) = (s+1)^4(s+2) = s^5 + 6s^4 + 14s^3 + 16s^2 + 9s + 2.$$

besitzt.

a) Ermitteln Sie die Parameter des Reglers

$$R(s) = \frac{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}$$

über die Methode der Polvorgabe.

b) Geben Sie eine Realisierung der Reglerübertragungsfunktion $R(s)$ in der Form

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}y \\ u &= \mathbf{c}^T\mathbf{x} + dy\end{aligned}$$

an.

Aufgabe 5:

Ihr regelungstechnisch unerfahrener Kollege hat für eine Regelstrecke

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u \\ y &= \mathbf{c}^T\mathbf{x}\end{aligned}$$

mit Zustandsvektor $\mathbf{x}$, Eingangsgröße u und Ausgangsgröße y einen Trivialen Beobachter der Form

$$\frac{\mathrm{d}\hat{\mathbf{x}}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u$$

entworfen. Mit welchen Argumenten werden Sie ihn davon überzeugen, dass diese Wahl nicht gut ist?

Aufgabe 6:

Für eine in Form der Übertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{\mu(s)}{\nu(s)}$$

gegebene Regelstrecke *zweiter Ordnung* soll eine Führungsübertragungsfunktion $T(s)$ so bestimmt werden, dass für sprungförmige Führungsgröße $r(t)$ das Gütekriterium

$$J = \int_0^\infty \left[r(t) - y(t)\right]^2 + \delta\left[u(t) - u_\infty\right]^2 \mathrm{d}t$$

minimiert wird. Dabei bezeichnet u_∞ den Grenzwert von $u(t)$ für $t \to \infty$. Leider gehen durch einen Festplattendefekt die Daten des Entwurfs verloren. Im Zuge einer Datenrettung kann lediglich rekonstruiert werden, dass

$$\delta\nu(s)\nu(-s) = -\mu(s)\mu(-s) \quad \text{für } s = 2 + j$$

und

$$\mu(s) = s - 2$$

gilt. Rekonstruieren Sie aus diesen Informationen die optimale Führungsübertragungsfunktion. (*Hinweis:* Es ist nicht notwendig und auch nicht möglich, $\nu(s)$ bzw. δ zu ermitteln.)

Aufgabe 7:

Bei der sogenannten Polvorgabe wird ein Regler

$$R(s) = \frac{b(s)}{a(s)} \tag{1}$$

für den Standardregelkreis entworfen indem die Pole der Führungsübertragungsfunktion $T(s)$ vorgegeben werden. Der Zähler der Führungsübertragungsfunktion $T(s)$ ist damit auch festgelegt.
Zeigen Sie in mathematisch nachvollziehbarer Weise, dass es bei der Polvorgabe für den Standardregelkreis nie zu einer instabilen Kürzung kommen kann.

Bitte wenden!

Aufgabe 8:

Ermitteln Sie mit der *Tustin Formel* eine zeitdiskrete Approximation $R_\mathrm{d}(z)$ der Reglerübertragungsfunktion

$$R(s) = \frac{s+6}{s(s+1)}$$

für eine Abtastzeit $T_d = 1s$.

a) Geben Sie das zugehörige Regelgesetz zur Ermittlung der Stellfolge (u_k) aus der Regelfehlerfolge (e_k) in Form einer Differenzengleichung an.

b) In welchen Bereich der z-Ebene geht die linke offene s-Ebene bei Anwendung der Tustin Formel über?

c) Ist die ermittelte zeitdiskrete Reglerübertragungsfunktion $R_\mathrm{d}(z)$ *BIBO*-stabil? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*)

Schriftliche Prüfung aus **Regelungssysteme** am 29.06.2018

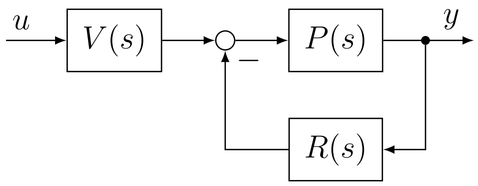
Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	3	2	3	2	2	3	3	3	21
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Betrachtet wird die erweiterte Regelkreisstruktur



mit der Regelstrecke

$$P(s) = \frac{s+1}{s^2-2} = \frac{\mu(s)}{\nu(s)}$$

und den beiden Reglerübertragungsfunktionen

$$R(s) = \frac{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}, \qquad V(s) = \frac{c_2 s^2 + c_1 s + c_0}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}.$$

Bestimmen Sie die Polynome $a(s)$, $b(s)$ und $c(s)$ so, dass

$$T(s) = \frac{V(s)P(s)}{1 + R(s)P(s)} = \frac{1}{s+1} = \frac{\mu_T(s)}{\nu_T(s)}$$

gilt und der Regler integrierendes Verhalten aufweist.
Hinweis: Erweitern Sie, sofern nötig, Zähler und Nenner von $T(s)$ um das Polynom

$$w(s) = (s+1)^k$$

mit einem geeigneten ganzzahligen Wert für k.

Aufgabe 2:

Die Übertragungsfunktion des *offenen* Regelkreises

$$R(s)P(s) = L(s) = \frac{10}{s\left(\frac{s}{10}+1\right)}$$

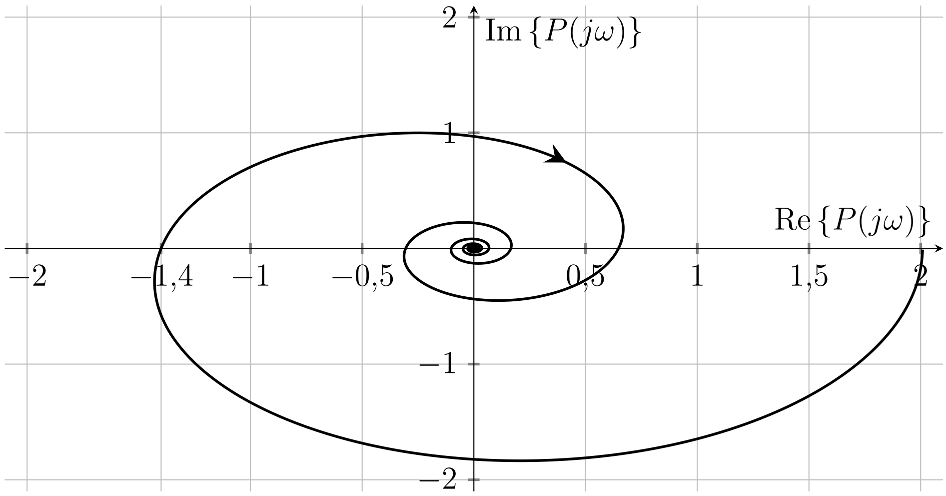
ist gegeben. Hierbei ist $R(s)$ die Reglerübertragungsfunktion und $P(s)$ die Übertragungsfunktion der Strecke. Stellen Sie den Frequenzgang $L(j\omega)$ in Form von Bode-Diagrammen dar und ermitteln Sie näherungsweise die zu erwartende Anstiegszeit t_r und die Überschwingweite M_p der Sprungantwort des *geschlossenen* Kreises.

Aufgabe 3:

Gegeben sei eine Regelstrecke, welche die Übertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{2}{s+1} e^{-sT_\mathrm{t}}$$

aufweist. Es handelt sich dabei um eine Hintereinanderschaltung eines PT1-Gliedes und eines Totzeitgliedes; die Totzeit ist durch $T_\mathrm{t} = 3$ gegeben. Die Ortskurve des Frequenzgangs $P(j\omega)$ ist graphisch dargestellt:



Zur Regelung soll ein P-Regler mit dem Proportionalfaktor K in einem Standardregelkreis eingesetzt werden. Ermitteln Sie nachvollziehbar den größtmöglichen Wertebereich des *reellen* Reglerparameters K, sodass der geschlossene Kreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.
Hinweise: Die Funktion e^{-sT_t} hat keine Polstellen; das bedeutet, dass Sie das Nyquistkriterium in gewohnter Form anwenden können. Die stetige Winkeländerung müssen Sie dabei *nicht* für alle (unendlich vielen) Fälle ermitteln.

Aufgabe 4:

Bei klassischen PID-Reglern führt eine sprunghafte Änderung der Führungsgröße in realen Regelkreisen zu einer sprunghaften Änderung der Stellgröße (durch P-Anteil und D-Anteil). Wie kann das Regelgesetz des PID-Reglers angepasst werden, um diesem Problem zu begegnen? Zeichnen Sie die Strukturbilder eines I-PD-Reglers und eines PI-D-Reglers.

Aufgabe 5:

Betrachten Sie das lineare zeitinvariante Modell

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 12 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -8 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -13 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$, der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y. Ist das gegebene System *steuer-* bzw. *beobachtbar*?

Aufgabe 6:

Es sei folgendes Zustandsmodell mit der Eingangsgröße u, der Ausgangsgröße y, dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und dem reellen Parameter α gegeben:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 1 & \alpha \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u.$$

a) Ermitteln Sie für welche Werte von α das System *nicht steuerbar* ist.

Es gelte nun $\alpha = 4$.

b) Ist es möglich, einen Zustandsregler der Form

$$u = -\mathbf{k}^T \mathbf{x}$$

so zu berechnen, dass die Dynamik des geschlossenen Regelkreises durch die Eigenwerte bei $s_1 = -1$ und $s_2 = -2$ charakterisiert ist? Wenn ja, geben Sie $\mathbf{k}^T$ an.

Aufgabe 7:

a) Geben Sie eine Übertragungsfunktion eines PI-Reglers mit dem Proportionalbeiwert K_P und der Nachstellzeit T_N an.

b) Skizzieren Sie die typische Sprungantwort eines PI-Reglers und zeichnen Sie K_P und T_N ein.
Achtung: Achsenbeschriftungen nicht vergessen!

c) Was versteht man unter dem Windup-Effekt? Wann kann er auftreten und wie macht er sich bemerkbar?

Aufgabe 8:

Für eine in Form der Übertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{\mu(s)}{\nu(s)}$$

gegebene Regelstrecke *zweiter Ordnung* soll eine Führungsübertragungsfunktion $T(s)$ so bestimmt werden, dass für sprungförmige Führungsgröße $r(t)$ das Gütekriterium

$$J = \int_0^\infty [r(t) - y(t)]^2 + \delta\,[u(t) - u_\infty]^2\,\mathrm{d}t$$

minimiert wird. Dabei bezeichnet u_∞ den Grenzwert von $u(t)$ für $t \to \infty$. Leider gehen durch einen Festplattendefekt die Daten des Entwurfs verloren. Im Zuge einer Datenrettung kann lediglich rekonstruiert werden, dass

$$\delta\nu(s)\nu(-s) = -\mu(s)\mu(-s) \quad \text{für } s = 3 - j$$

und

$$\mu(s) = s - 5$$

gilt. Rekonstruieren Sie aus diesen Informationen die optimale Führungsübertragungsfunktion. (*Hinweis:* Es ist nicht notwendig und auch nicht möglich, $\nu(s)$ bzw. δ zu ermitteln.)

Schriftliche Prüfung aus **Regelungssysteme** am 17.05.2018

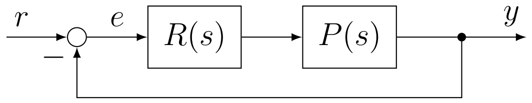
Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

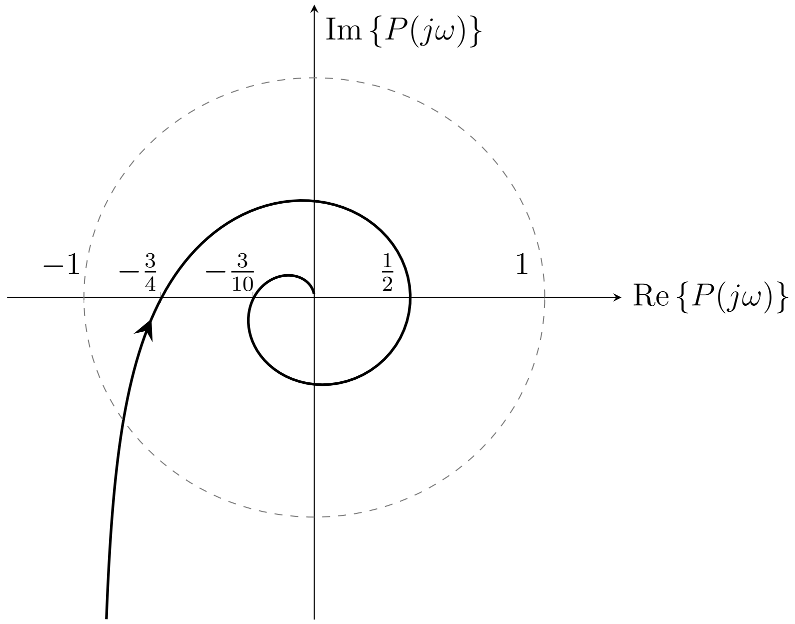
Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	2	3	3	3	2	2	3	3	21
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Gegeben sei ein Standardregelkreis mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Von der Streckenübertragungsfunktion $P(s)$ ist bekannt, dass genau 3 ihrer 4 Pole einen negativen Realteil aufweisen und dass der Verstärkungsfaktor positiv ist ($V > 0$). Zudem liegt die Ortskurve des Frequenzgangs $P(j\omega)$ für $0 \leq \omega < \infty$ graphisch vor:



a) Als Regler wird ein Proportionalregler $R(s) = K$ mit dem reellen Parameter K eingesetzt. Bestimmen Sie mit Hilfe des NYQUIST-Kriteriums nachvollziehbar, d.h. mit Ermittlung der stetigen Winkeländerung, ob obiger Regelkreis für

$$\text{i) } K = \frac{1}{3}, \qquad \text{ii) } K = 2$$

die BIBO-Eigenschaft besitzt.

b) Ist es möglich, die Phasenreserve Φ_r sowie den Amplitudenrand A_r von der Ortskurve abzulesen? (*Begründen Sie Ihre Antwort!*) Wenn ja, zeichnen Sie die beiden Größen für $K = 1$ in die Ortskurve ein.

Aufgabe 2:

Gegeben sei das Modell einer Regelstrecke in Form der Übertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{s-2}{s^3 - 2s^2 - s + 2}.$$

Für den zu entwerfenden Regelkreis wurde die Führungsübertragungsfunktion

$$T(s) = \frac{\mu_\mathrm{T}(s)}{(s+5)^2}$$

gewählt, wobei $\mu_\mathrm{T}(s)$ das Zählerpolynom repräsentiert.

a) Geben Sie Bedingungen für $\mu_\mathrm{T}(s)$ so an, dass $T(s)$ implementierbar ist.

b) Wählen Sie ein Polynom $\mu_\mathrm{T}(s)$ *möglichst niedrigen Grades*, das die Bedingungen
   i) $T(s)$ ist implementierbar
   ii) stationäre Genauigkeit, d.h. $\lim\limits_{t\to\infty} y(t) = 1$ für $r(t) = \sigma(t)$

   erfüllt.

Aufgabe 3:

Gegeben sei ein lineares zeitinvariantes zeitdiskretes System mit Eingang u_k, Ausgang y_k und Zustandsvektor $\mathbf{x}_k$

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_{k+1} &= \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_k \\ y_k &= \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k.\end{aligned}$$

Bestimmen Sie einen Zustandsregler der Form

$$u_k = -\mathbf{k}^T \mathbf{x}_k + Vr$$

so, dass alle Eigenwerte der Dynamikmatrix des geschlossenen Kreises bei $z = 0$ liegen und zusätzlich

$$\lim_{k\to\infty} y_k = r = \text{konstant}$$

gilt.

Achtung: Sie müssen die Gleichung für die konstante Verstärkung V so anpassen, dass sie für zeitdiskrete Systeme gilt.

Aufgabe 4:

Gegeben sei die Übertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{1}{s^3 + s + 1}$$

einer Regelstrecke. Es soll nun ein Standardregelkreis so ausgelegt werden, dass seine Führungsübertragungsfunktion

$$T(s) = \frac{\mu_T(s)}{\nu_T(s)} = \frac{R(s)P(s)}{1 + R(s)P(s)}.$$

das vorgegebene Nennerpolynom

$$\nu_T(s) = (s+1)^4(s+2) = s^5 + 6s^4 + 14s^3 + 16s^2 + 9s + 2.$$

besitzt.

a) Ermitteln Sie die Parameter des Reglers

$$R(s) = \frac{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}$$

über die Methode der Polvorgabe.

b) Welches Zählerpolynom $\mu_T(s)$ ergibt sich mit diesem Regler?

Aufgabe 5:

Ein mächtiges Werkzeug zum Reglerentwurf ist das sogenannte Frequenzkennlinienverfahren.

a) Geben Sie die Übertragungsfunktion eines Lag-Gliedes an. Wie ist das Verhältnis der Parameter ω_z und ω_n zu wählen?

b) Zeichnen Sie typischen Frequenzkennlinien eines Lag-Gliedes.

Aufgabe 6:

Bei klassischen PID-Reglern führt eine sprunghafte Änderung der Führungsgröße in realen Regelkreisen zu einer sprunghaften Änderung der Stellgröße (durch P-Anteil und D-Anteil). Wie kann das Regelgesetz des PID-Reglers angepasst werden, um diesem Problem zu begegnen? Zeichnen Sie die Strukturbilder eines I-PD-Reglers und eines PI-D-Reglers.

Aufgabe 7:

Für das LZI System

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{bmatrix} -2 & -2 \\ -1 & -3 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix} u$$

mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Eingangsgröße u wird ein Regler der Form

$$u = -\begin{bmatrix} 2 & k \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

mit $k \in \mathbb{R}$ verwendet.

a) Ermitteln Sie den Wert k so, dass *ein* Eigenwert der Dynamikmatrix des geschlossenen Regelkreises bei $s_1 = -7$ liegt.

b) Geben Sie den zweiten Eigenwert von $(\mathbf{A} - \mathbf{b}\mathbf{k}^T)$ an.

Hinweis: Für die Lage des zweiten Eigenwertes gibt es nur eine Möglichkeit.

Aufgabe 8:

Entwerfen Sie für das lineare zeitinvariante System

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -3 \\ 1 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 5 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

mit Zustandsvektor $\mathbf{x}$, Eingangsgröße u und Ausgangsgröße y einen Zustandsbeobachter der Form

$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{l}\,(y - \hat{y}) + \mathbf{b}u$$

$$\hat{y} = \mathbf{c}^T \hat{\mathbf{x}}$$

so, dass alle Eigenwerte der Dynamikmatrix des Schätzfehlers $\mathbf{e} = \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$ bei $s = -2$ liegen.

Schriftliche Prüfung aus **Regelungssysteme** am 22.03.2018

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	2	3	2	3	3	3	3	2	21
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Entwerfen Sie für das lineare zeitinvariante System

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -0.1 \\ 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & -0.5 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

mit Zustandsvektor $\mathbf{x}$, Eingangsgröße u und Ausgangsgröße y einen Zustandsbeobachter der Form

$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{dt} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{l}\,(y - \hat{y}) + \mathbf{b}u$$
$$\hat{y} = \mathbf{c}^T\hat{\mathbf{x}}$$

so, dass alle Eigenwerte der Dynamikmatrix des Schätzfehlers $\mathbf{e} = \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$ bei $s = -3$ liegen.

Aufgabe 2:

Gegeben sei ein lineares zeitinvariantes zeitdiskretes System mit Eingang u_k, Ausgang y_k und Zustandsvektor $\mathbf{x}_k$

$$\mathbf{x}_{k+1} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_k$$
$$y_k = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k.$$

Bestimmen Sie einen Zustandsregler der Form

$$u_k = -\mathbf{k}^T\mathbf{x}_k + Vr$$

so, dass alle Eigenwerte der Dynamikmatrix des geschlossenen Kreises bei $z = 0$ liegen und zusätzlich

$$\lim_{k\to\infty} y_k = r = \text{constant}$$

gilt.
Achtung: Sie müssen die Gleichung für die konstante Verstärkung V so anpassen, dass sie für zeitdiskrete Systeme gilt.

Aufgabe 3:

Gegeben sei ein lineares zeitinvariantes zeitdiskretes System mit Eingang u_k, Ausgang y_k und Zustandsvektor $\mathbf{x}_k$

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_{k+1} &= \begin{bmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{bmatrix}\mathbf{x}_k + \begin{bmatrix}1\\ 1\end{bmatrix}u_k,\\ y_k &= \begin{bmatrix}1 & 0\end{bmatrix}\mathbf{x}_k.\end{aligned}$$

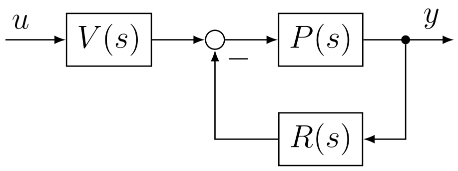
Führen Sie eine reguläre Zustandstransformation $\mathbf{x_k} = \mathbf{T}\mathbf{z_k}$ so durch, dass das transformierte System

$$\begin{aligned}\mathbf{z}_{k+1} &= \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{z}_k + \tilde{\mathbf{b}}u_k,\\ y_k &= \tilde{\mathbf{c}}^T\mathbf{z}_k\end{aligned}$$

in Regelungsnormalform vorliegt.

Aufgabe 4:

Betrachtet wird die erweiterte Regelkreisstruktur



mit der Regelstrecke

$$P(s) = \frac{s+1}{s^2-2} = \frac{\mu(s)}{\nu(s)}$$

und den beiden Reglerübertragungsfunktionen

$$R(s) = \frac{b_2s^2 + b_1s + b_0}{a_2s^2 + a_1s + a_0}, \qquad V(s) = \frac{c_2s^2 + c_1s + c_0}{a_2s^2 + a_1s + a_0}.$$

Bestimmen Sie die Polynome $a(s)$, $b(s)$ und $c(s)$ so, dass

$$T(s) = \frac{V(s)P(s)}{1 + R(s)P(s)} = \frac{1}{s+1} = \frac{\mu_T(s)}{\nu_T(s)}$$

gilt und der Regler integrierendes Verhalten aufweist.
Hinweis: Erweitern Sie, sofern nötig, Zähler und Nenner von $T(s)$ um das Polynom

$$w(s) = (s+1)^k$$

mit einem geeigneten ganzzahligen Wert für k.

Aufgabe 5:

Bei klassischen PID-Reglern führt eine sprunghafte Änderung der Führungsgröße in realen Regelkreisen zu einer sprunghaften Änderung der Stellgröße (durch P-Anteil und D-Anteil). Wie kann das Regelgesetz des PID-Reglers angepasst werden, um diesem Problem zu begegnen? Zeichnen Sie die Strukturbilder eines I-PD-Reglers und eines PI-D-Reglers.

Aufgabe 6:

Für das *stabilisierbare* LZI System

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} u$$

mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Eingangsgröße u wird ein Regler der Form

$$u = -\begin{bmatrix} 2 & k \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

mit $k \in \mathbb{R}$ verwendet.

a) Ermitteln Sie den Wert k so, dass *ein* Eigenwert der Dynamikmatrix des geschlossenen Regelkreises bei $s_1 = -1$ liegt.

b) Geben Sie das charakteristische Polynom von $(\mathbf{A} - \mathbf{b}\mathbf{k}^T)$ an.

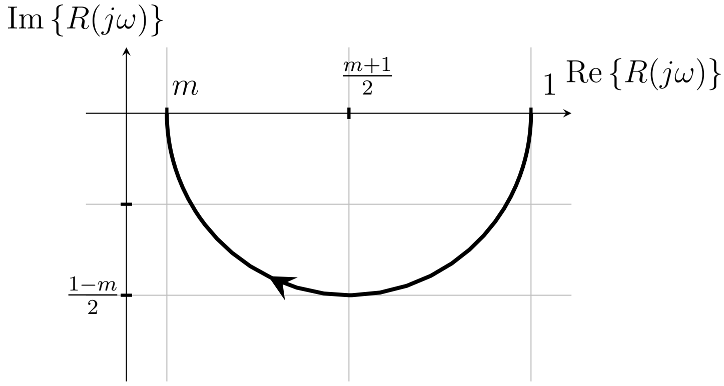
Hinweis: Für die Wahl des zweiten Eigenwertes gibt es nur eine Möglichkeit.

Aufgabe 7:

Zeigen Sie mathematisch, dass die Ortskurve eines Lag-Gliedes mit der Übertragungsfunktion

$$R(s) = \frac{1 + \frac{s}{\omega_Z}}{1 + \frac{s}{\omega_N}} \quad \text{mit } m = \frac{\omega_N}{\omega_Z} < 1$$

einen Halbkreis



mit Radius $\frac{1-m}{2}$ und Mittelpunkt bei $\frac{m+1}{2}$ bildet.
Hinweis: Betrachten Sie die Übertragungsfunktion $G(s) = R(s) - \frac{m+1}{2}$

Aufgabe 8:

Für eine in Form der Übertragungsfunktion

$$P(s) = \frac{\mu(s)}{\nu(s)}$$

gegebene Regelstrecke *zweiter Ordnung* soll eine Führungsübertragungsfunktion $T(s)$ so bestimmt werden, dass für sprungförmige Führungsgröße $r(t)$ das Gütekriterium

$$J = \int_0^\infty [r(t) - y(t)]^2 + \delta\,[u(t) - u_\infty]^2 \,\mathrm{d}t$$

minimiert wird. Dabei bezeichnet u_∞ den Grenzwert von $u(t)$ für $t \to \infty$. Leider gehen durch einen Festplattendefekt die Daten des Entwurfs verloren. Im Zuge einer Datenrettung kann lediglich rekonstruiert werden, dass

$$\delta\nu(s)\nu(-s) = -\mu(s)\mu(-s) \quad \text{für } s = 2 - j$$

und

$$\mu(s) = s - 4$$

gilt. Rekonstruieren Sie aus diesen Informationen die optimale Führungsübertragungsfunktion. (*Hinweis:* Es ist nicht notwendig und auch nicht möglich, $\nu(s)$ bzw. δ zu ermitteln.)

Schriftliche Prüfung aus **Regelungssysteme** am 07.02.2018

Name / Vorname(n):

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	Summe
erreichbare Punkte	2	2	2	3	3	3	3	3	21
erreichte Punkte									

Aufgabe 1:

Ein mächtiges Werkzeug zum Reglerentwurf ist das sogenannte Frequenzkennlinienverfahren.

a) Geben Sie die Übertragungsfunktion eines Lag-Gliedes an. Wie ist das Verhältnis der Parameter zu wählen?

b) Zeichnen Sie typischen Frequenzkennlinien eines Lag-Gliedes.

Aufgabe 2:

Die Übertragungsfunktion eines *offenen* Regelkreises

$$L(s) = R(s)P(s) = \frac{400}{(s+0.2)(s+20)}$$

sei gegeben. Hierbei ist $R(s)$ die Reglerübertragungsfunktion und $P(s)$ die Übertragungsfunktion der Strecke.

a) Stellen Sie den Frequenzgang $L(j\omega)$ in Form von Bode-Diagrammen dar.

b) Ermitteln Sie näherungsweise die zu erwartende Anstiegszeit t_r und die Überschwingweite M_p der Sprungantwort des *geschlossenen* Kreises.

c) Wird mit dieser Konfiguration stationäre Genauigkeit für konstante Führungsgrößen erreicht?

Begründen Sie Ihre Antworten!

Aufgabe 3:

Gegeben sei ein Zustandsraummodell der Form

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u$$
$$y = \mathbf{c}^T\mathbf{x}.$$

Für dieses System wird ein asymptotischer Beobachter der Form

$$\frac{\mathrm{d}\hat{\mathbf{x}}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{bu} + \mathbf{l}(y - \mathbf{c}^T\hat{\mathbf{x}})$$

verwendet.

a) Ermitteln Sie in nachvollziehbarer Weise die Differentialgleichung des Beobachterfehlers $\mathbf{e} := \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$.

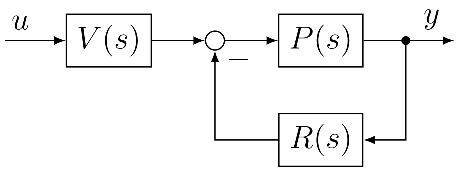
b) Geben Sie eine notwendige und hinreichende Bedingung dafür an, dass

$$\lim_{t\to\infty} \mathbf{e}(t) = 0$$

unabhängig vom Anfangsfehler $e(0)$ gilt.

Aufgabe 4:

Betrachtet wird die erweiterte Regelkreisstruktur



mit der Regelstrecke

$$P(s) = \frac{s+2}{s^2-1} = \frac{\mu(s)}{\nu(s)}$$

und den beiden Reglerübertragungsfunktionen

$$R(s) = \frac{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}, \qquad V(s) = \frac{c_2 s^2 + c_1 s + c_0}{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}.$$

Bestimmen Sie die Polynome $a(s)$, $b(s)$ und $c(s)$ so, dass

$$T(s) = \frac{V(s)P(s)}{1 + R(s)P(s)} = \frac{1}{s+1} = \frac{\mu_T(s)}{\nu_T(s)}$$

gilt und der Regler integrierendes Verhalten aufweist.
Hinweis: Erweitern Sie, sofern nötig, Zähler und Nenner von $T(s)$ um das Polynom

$$w(s) = (s+1)^k$$

mit einem geeigneten ganzzahligen Wert für k.

Aufgabe 5:

a) Geben Sie eine Übertragungsfunktion eines PI-Reglers mit dem Proportionalbeiwert K_P und der Nachstellzeit T_N an.

b) Skizzieren Sie die typische Sprungantwort eines PI-Reglers und zeichnen Sie K_P und T_N ein.
Achtung: Achsenbeschriftungen nicht vergessen!

c) Was versteht man unter dem Windup-Effekt? Wann kann er auftreten und wie macht er sich bemerkbar?

Aufgabe 6:

Für eine Regelstrecke

$$P(s) = \frac{\mu(s)}{\nu(s)}$$

soll eine Führungsübertragungsfunktion $T(s)$ so bestimmt werden, dass für sprungförmige Führungsgröße $r(t)$ das Gütekriterium

$$J = \int_0^\infty \left[r(t) - y(t)\right]^2 + \delta\left[u(t) - u_\infty\right]^2 \mathrm{d}t$$

minimiert wird. Dabei bezeichnet u_∞ den Grenzwert von $u(t)$ für $t \to \infty$. Leider gehen durch einen Festplattendefekt die Daten des Entwurfs verloren. Im Zuge einer Datenrettung kann lediglich rekonstruiert werden, dass

$$\Delta(s) = \nu(s)\nu(-s) + \frac{1}{\delta}\mu(s)\mu(-s) = s^4 - 20s^2 + 64$$

und

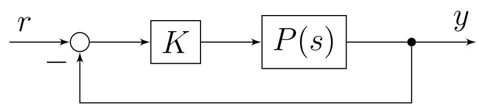
$$\mu(s) = s - 4$$

gilt.

Rekonstruieren Sie aus diesen Informationen die optimale Führungsübertragungsfunktion. (*Hinweis:* Es ist nicht notwendig und auch nicht möglich, $\nu(s)$ bzw. δ zu ermitteln.)

Aufgabe 7:

Gegeben sei folgender Standardregelkreis mit der Führungsgröße r und der Ausgangsgröße y:



Die Übertragungsfunktion der Strecke lautet

$$P(s) = \frac{1}{s(s+10)^2}$$

und K ist ein positiver reeller Parameter.

a) Zeichnen Sie die Bode-Diagramme des Frequenzgangs $P(j\omega)$.

b) Zeichnen Sie mit Hilfe der Bode-Diagramme die Frequenzgangsortskurve.

c) Bestimmen Sie mit Hilfe des Nyquist-Kriteriums nachvollziehbar (d.h. mit Fallunterscheidung und Ermittlung der stetigen Winkeländerung für jeden Fall) den größtmöglichen Wertebereich des *positiven* Parameters K, für den obiger Regelkreis die BIBO-Eigenschaft besitzt.

Aufgabe 8:

Für das *stabilisierbare* LZI System

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} u$$

mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und der Eingangsgröße u wird ein Regler der Form

$$u = -\begin{bmatrix} 2 & k \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

mit $k \in \mathbb{R}$ verwendet.

a) Ermitteln Sie den Wert k so, dass ein Eigenwert der Dynamikmatrix des geschlossenen Regelkreises bei $s_1 = -1$ liegt.

b) Geben Sie das charakteristische Polynom von $(\mathbf{A} - \mathbf{b}\mathbf{k}^T)$ an.

Hinweis: Für die Wahl des zweiten Eigenwertes gibt es nur eine Möglichkeit.